Hendrik Antoon Lorentz

# Considerazioni elementari sul principio di relatività

Questo e-book è stato realizzato anche grazie al sostegno di:



QUESTO E-BOOK:

TITOLO: Considerazioni elementari sul principio di relatività
AUTORE: Lorentz, Hendrik Antoon
TRADUTTORE: Timpanaro, Sebastiano
CURATORE: Timpanaro, Sebastiano
NOTE:
CODICE ISBN E-BOOK: n. d.



COPERTINA: n. d.

TRATTO DA: Considerazioni elementari sul principio di relatività / H. A. Lorentz ; a cura di Seb[astiano] Timpanaro. - Torino : Gobetti, 1923. - 26 p. : 1 ritr. ; 23 cm.

CODICE ISBN FONTE: n. d.

1a EDIZIONE ELETTRONICA DEL: 7 maggio 2020

INDICE DI AFFIDABILITÀ: 1
0: affidabilità bassa
1: affidabilità standard
2: affidabilità buona
3: affidabilità ottima

SOGGETTO:
SCI055000 SCIENZA / Fisica

DIGITALIZZAZIONE:
Catia Righi, catia_righi@tin.it

REVISIONE:
Paolo Alberti, paoloalberti@iol.it

IMPAGINAZIONE:
Catia Righi, catia_righi@tin.it

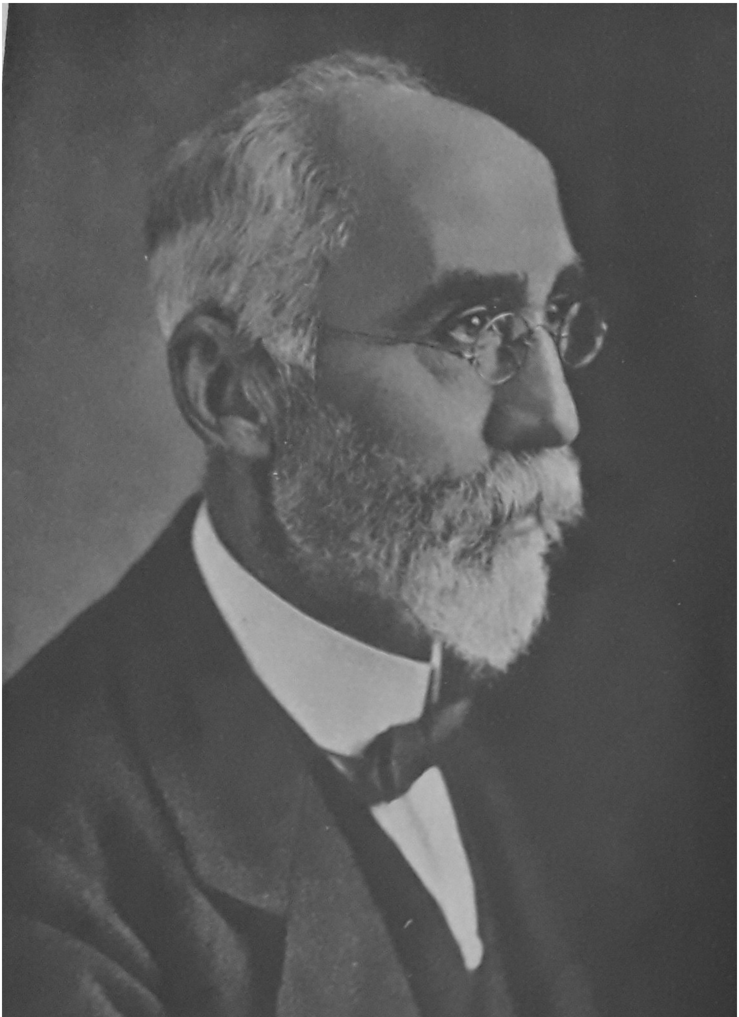
PUBBLICAZIONE:
Catia Righi, catia_righi@tin.it

# Liber Liber


Se questo libro ti è piaciuto, aiutaci a realizzarne altri. Fai una donazione: www.liberliber.it/online/aiuta.

Scopri sul sito Internet di Liber Liber ciò che stiamo realizzando: migliaia di ebook gratuiti in edizione integrale, audiolibri, brani musicali con licenza libera, video e tanto altro: www.liberliber.it.

# Indice generale



H. A. Lorentz

H. A. LORENTZ

# CONSIDERAZIONI ELEMENTARI
## SUL
# PRINCIPIO DI RELATIVITÀ

A CURA DI SEB. TIMPANARO

*Alla mia grande amica*
*Maria Timpanaro Cardini, mia moglie*
*con entusiasmo.*

1. È noto che, per spiegare l'aberrazione astronomica, Fresnel ammise che l'etere, il mezzo che riempie tutto lo spazio e penetra ogni corpo, non è trascinato dal movimento dei corpi celesti e può invece essere considerato come assolutamente immobile. Con quest'ipotesi, si viene ad ammettere che i nostri laboratori coi loro apparecchi, sono continuamente attraversati da una corrente di etere, la cui velocità, uguale e opposta a quella della terra nel suo movimento annuale, è circa la decimillesima parte della velocità della luce.

È naturale chiedersi se questa corrente non debba avere un'influenza osservabile sul risultato delle esperienze in cui entra in gioco l'etere; ma, dal momento che tutti i tentativi che si sono fatti per scoprire effetti di questa natura sono falliti, sembra lecito ammettere il principio che un sistema di corpi che si sposti attraverso l'etere possa esser sede esattamente degli stessi fenomeni di un sistema identico privo di questo movimento di traslazione.

Per precisare le idee, possiamo immaginare due osservatori *A* e *B*, ognuno dei quali sia munito di una collezione di apparecchi, anzi di un laboratorio pienamente fornito di apparecchi. L'osservatore *A* e gli apparecchi di cui dispone saranno in riposo rispetto all'etere, mentre *B* si sposterà attraverso questo mezzo, insieme al suo laboratorio, con una velocità *v*, costante in direzione e grandezza. I suoi apparecchi saranno identici a quelli di *A*, ciò che significa che se i due sistemi di apparecchi si trovino inizialmente nelle mani dello stesso osservatore, per esempio di *A*, gli sarà impossibile di trovarvi la minima differenza. Ciò posto, se *A* fa un'osservazione o una misura qualunque, *B* può fare la stessa cosa nel suo laboratorio, ottenendo esattamente lo stesso risultato.

Applicheremo questo principio ad alcuni casi speciali; ma occorre premettere due osservazioni.

Prima di tutto, com'è noto, nella teoria di Einstein non si parla più di etere. È una quistione sulla quale tornerò ma che, per dir la verità, non mi sembra molto importante. Per il momento, ammetteremo l'esistenza di questo mezzo che sarà in riposo per l'osservatore *A*. Ciò implica che, per lui, la luce si propagherà con una velocità determinata *c* che è sempre la stessa, indipendentemente dal movimento eventuale della sorgente che l'emetta o di uno specchio che la rifletta.

In secondo luogo, devo chiedere scusa per il fatto che parlerò in termini assoluti di esperienze che sono in gran parte immaginarie e che esigerebbero mezzi d'osservazione veramente trascendenti; ma vi sono obbligato dal desiderio di esprimermi chiaramente e concisamente.

Ecco il ragionamento di cui faremo uso sistematicamente. Dopo di avere immaginato un'esperienza fatta dall'osservatore *A* e l'esperienza corrispondente che potrebbe fare *B* nel suo laboratorio, discuteremo questa seconda esperienza mettendoci nel punto di vista di *A*. Infatti questo fisico può benissimo considerare l'aspetto sotto il quale si presentano a lui i fenomeni prodotti da *B*.

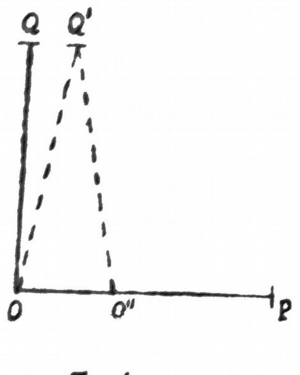


Fig. 1

2. Cominciamo con la celebre esperienza di Michelson. *A* fa interferire due fasci luminosi che si son propagati lungo due rette *OP* e *OQ* (fig. 1), perpendicolari tra loro: un raggio del primo fascio ha prima seguíto il cammino *OP* per ritornare in *O* dopo di essersi riflesso su uno specchio posto in *P* e un raggio del secondo fascio è tornato ugualmente in *O* dopo di aver subíto la riflessione su uno specchio situato nel punto *Q*. S'intende che, perchè si possa avere interferenza, i due fasci devono provenire dalla stessa sorgente luminosa e devono poi essere ricondotti sulla stessa direzione. Non parleremo degli accessori che si rendono necessari e che supporremo posti con tutte le altre parti dell'apparecchio, compresa la sorgente luminosa, su un corpo rigido che può essere, per esempio, una lastra di pietra o un sistema di due sbarre metalliche *OP* e *OQ* rigidamente unite. Le frange d'interferenza saranno osservate in un piano che ha una posizione fissa nell'apparecchio.

Se il sistema che abbiamo descritto si trova in riposo per l'osservatore *A* e se i bracci *PO* e *OQ* hanno esattamente la stessa lunghezza *l*, egli constaterà l'uguaglianza dei tempi che i due raggi considerati mettono a percorrere i cammini *OPO* e *OQO* e la durata del percorso sarà *2l/c* per l'uno e per l'altro.

Supponiamo ora che l'osservazione sia ripetuta da *B*, ma questa volta con l'apparecchio animato dalla velocità *v*, per esempio secondo la direzione *OP*. Secondo il nostro principio, le frange si ritroveranno esattamente nella stessa posizione, ciò che prova che i due raggi ritornano al loro punto di partenza in tempi uguali. Ma qual'è ora il percorso di questi raggi nel laboratorio di *A*?

Per quest'osservatore, il raggio che va da *O* verso *P*, ha, rispetto a questi due punti dell'apparecchio, una velocità relativa $c - v$, mentre per il raggio riflesso questa velocità è $c + v$. Il tempo necessario per l'andata e il ritorno sarà dunque

$$\frac{l}{c-v}+\frac{l}{c+v}=\frac{2cl}{c^2-v^2} \quad (1)$$

Il raggio che è riflesso dallo specchio in *Q*, non segue, dopo la riflessione, il cammino col quale ha raggiunto lo specchio. Se $t_1$, $t_2$, $t_3$ sono rispettivamente gl'istanti della partenza, della riflessione e del ritorno e se indichiamo con $O'$, $O''$ le posizioni del punto O negl'istanti $t_1$, $t_3$ e con $Q'$ quella di *Q* nell'istante $t_2$, il cammino del raggio si comporrà delle rette $OQ'$ e $Q'O''$. Si vede facilmente che $OQ'O''$ è un triangolo isoscele la cui base $OO''$ sta alla somma del lati $OQ'$ e $O''Q'$ nel rapporto di $v$ a $c$ e la cui altezza è uguale a $l$. Questi dati bastano per determinare la figura e, con un calcolo semplice, si trova:

$$OO''=\frac{2vl}{\sqrt{c^2-v^2}},\ OQ'=\frac{cl}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

e quindi, per la durata della propagazione:

$$\frac{2l}{\sqrt{c^2-v^2}} \quad (2)$$

Questo risultato è differente da quello rappresentato dalla (1). Noi siamo dunque in contraddizione col nostro principio fondamentale.

3. Sembra che non ci sia, per l'osservatore *A*, che un solo mezzo per sfuggire a questa difficoltà. Egli dovrà ammettere che le dimensioni del corpo solido nel quale ha installato il suo apparecchio siano cambiate soltanto per il fatto della traslazione. Ciò non lo stupirà troppo se egli sa che le azioni elettromagnetiche sono trasmesse dall'etere, giacchè troverà naturale che avvenga lo stesso per le forze molecolari; e riterrà che, appunto per questo, coteste forza e le dimensioni dei corpi che ne dipendono, possono benissimo essere modificate per effetto di una traslazione attraverso l'etere immobile.

L'ipotesi che bisogna introdurre può del resto essere messa sotto forme differenti. Per ragioni sulle quali qui non possiamo insistere, s'è ammesso che le dimensioni perpendicolari alla traslazione restino inalterate, ma che quelle parallele al movimento si accorcino rapporto di

$$a = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (3)$$

all'unità.

Questa contrazione ha per effetto di ridurre a *l/a* la distanza dei punti *O* e *P* e di darci, invece della (1), l'espressione:

$$\frac{2cl}{a\left(c^2 - v^2\right)} \quad (4)$$

identica alla (2).

Come si vede, la contrazione che dobbiamo postulare è interamente indipendente dalla natura del corpo solido. Essa deve aversi anche se il coefficiente di elasticità è talmente elevato che le dimensioni del corpo non possano esser cambiate in misura apprezzabile dalla forza che possiamo applicargli. La «rigidità» non preserverà il corpo da questa nuova deformazione. Del resto, nel caso di un corpo non rigido, la quistione si complica un po', giacchè se si vogliono paragonare le dimensioni del corpo allo stato di riposo e a quello di movimento, occorrerà espressamente indicare le forze alle quali sarà sottoposto nei due casi. Ma possiamo limitarci ai corpi rigidi.

4. Nelle esperienze di cui si tratterà in seguito, dovremo occuparci della misura del tempo che non interviene in quella di Michelson. Immaginiamo dunque che l'osservatore *A* sia munito di un cronometro, o meglio ancora, di un certo numero di questi strumenti che egli distribuirà nel suo laboratorio, collocando ognuno di

essi in un posto fisso, e che egli cominci col mettere d'accordo gli uni con gli altri. Per far questo, potrà procedere come segue. Mettendosi vicinissimo al cronometro $C_1$ e ad una sorgente di luce, illumina, soltanto per un momento, il quadrante del cronometro $C_2$ che vuole paragonare con $C$, e che si trova a una certa distanza; legge su $C_1$ gl'istanti $t_1$ e $t_2$ della partenza e del ritorno della luce e simultaneamente con quest'ultima osservazione, nota la posizione $t$ della lancetta di $C_2$. Giacchè la luce impiega tempi uguali per l'andata e per il ritorno, bisogna concludere da queste osservazioni che il secondo cronometro segna il tempo $t$ nello stesso istante in cui il primo segna $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)$

Si trova così di quanto bisogna avanzare o ritardare il cronometro $C_2$ per metterlo d'accordo con $C_1$. Una volta affettuato l'accordo, esso persisterà sempre, giacchè i cronometri sono supposti assolutamente perfetti e uguali tra loro.

Dopo questi preparativi, il fisico $A$ potrà facilmente determinare il momento in cui ha luogo un fenomeno istantaneo che si effettui in un punto qualunque del suo laboratorio. Basterà che lo legga direttamente su un cronometro posto nello stesso punto, senza che si debba preoccupare di nuovo del tempo di propagazione della luce.

5. Ecco adesso la nostra seconda esperienza. Dall'estremo $O$ della sbarra rigida $OP$, l'osservatore $A$ lancia un segnale luminoso verso il punto $P$ dove si tro-

va lo specchio di cui abbiamo già parlato e legge su un cronometro situato in *O* gl'istanti $t_1$ e $t_2$ della partenza e del ritorno della luce. L'intervallo tra questi due istanti sarà $2l/c$.

Immaginiamo inoltre che lo sperimentatore *B* faccia la stessa determinazione servendosi di una sbarra *OP* appartenente al suo laboratorio e di un cronometro (situato in *O*) il quale adesso si sposti con la sbarra e con l'osservatore anche nella direzione *OP*. Se la lancetta segna $t'_1$ e $t'_2$ negl'istanti in cui il segnale luminoso è prodotto e visto dopo la riflessione sullo specchio, secondo il nostro principio, si deve avere:

$$t'_2 - t'_1 = \frac{2l}{c} \quad (5)$$

Possiamo paragonare questa differenza con quella dei tempi nei quali, in quest'esperienza fatta da *B*, la partenza e il ritorno della luce avvengono per l'osservatore *A*. Per lui, la lunghezza della sbarra *OP*, mentre si sposta, è $l/a$, a causa della contrazione subìta; e per trovare la lunghezza dell'intervallo cercato, basta sostituire *l* con questa lunghezza nell'espressione (1). Così siamo ricondotti alla durata espressa dalla (4), che si può anche rappresentare con

$$\frac{2al}{c} \quad (6)$$

e questo troverà *A*, leggendo l'istante della partenza e quello del ritorno su due dei suoi cronometri: $C_1$ e $C_2$, situati nei punti in cui avvengono questi fenomeni. Ma l'orologio mobile appartenente a *B* che si trova prima accanto a $C_1$ e poi accanto a $C_2$, indicherà sicuramente i tempi $t_2$ e $t'_2$ di cui abbiamo parlato adesso. *A* stesso potrà constatarlo, osservandolo simultaneamente, la prima volta con $C_1$ e la seconda volta con $C_2$.

Paragonando le differenze (5) e (6), egli sarà condotto alla conclusione che il cronometro mobile abbia camminato *a* volte più lentamente di un cronometro che occupi un posto fisso nel laboratorio. Secondo l'idea che s'è già fatta sull'influenza di una traslazione sulle forze molecolari, attribuirà questo effetto a un cambiamento delle forze impegnate nella molla del bilanciere.

Si può mostrare facilmente che la conclusione resta la stessa anche se l'esperienza considerata – che si riduce evidentemente alla determinazione della velocità della luce – è fatta nella direzione *OQ*, o anche in una direzione qualunque, e inoltre che ogni cronometro che è in riposo per *B* e si sposta per conseguenza rispetto ad *A*, farà su quest'ultimo fisico l'impressione di camminare più lentamente dei suoi apparecchi.

Se B – lo notiamo di passaggio – ha anche lui a sua disposizione un certo numero di orologi, li metterà d'accordo esattamente con lo stesso metodo adoperato da *A*.

6. Ciò che abbiamo detto con tante parole, si può riassumere in due formole molto semplici. Supponiamo che *A* sia munito di un lungo regolo *OP* diviso in parti uguali che egli abbia preso per unità di misura e nei singoli

punti del quale abbia messo dei cronometri. Prendendo *O* per origine delle coordinate, egli determinerà la posizione di un punto qualunque *P* per mezzo del numero $x$ delle divisioni esistenti tra *O* e *P*. Ogni fenomeno istantaneo che avvenga in un punto qualunque vicinissimo al regolo, sarà caratterizzato da valori determinati di $x$ e di $t$.

D'altra parte, l'osservatore *B* si servirà di un regolo $O'P'$ identico a *OP* e, strisciando lungo quest'ultimo con la velocità costante $v$, determinerà la posizione di un punto per mezzo del numero $x'$ delle divisioni comprese tra questo punto e $O'$. Egli si servirà inoltre di cronometri posti in differenti punti di $O'P'$ per determinare il tempo $t'$. Osservando ora lo stesso fenomeno che per *A* è caratterizzato da $x$ e $t$, *B* troverà che esso avviene in un punto $x'$ e in un istante $t'$.

Cerchiamo le relazioni tra $x$ e $t$ da un lato e $x'$ e $t'$ dall'altro.

Per semplicità, supporremo che nel momento in cui le origini *O* e $O'$ coincidono, i cronometri di *A* e *B* che si trovano in questi punti, segnino tutt'e due il tempo zero, o in altri termini, che per $x = 0$ e $t = 0$ si abbia pure $x' = 0$ e $t' = 0$. Ne segue che per l'origine $O'$ che si sposta nel sistema di *A* con la velocità $v$, si ha $x = vt$ e per un altro punto di $O'P'$ determinato dal numero di divisioni $x'$, $x = vt + x'/a$. Infatti, per l'osservatore *A*, le $x'$ divisioni del regolo mobile equivalgono a $x'/a$ divisioni del regolo sul quale egli misura $x$. Per lui dunque la coordinata del nuovo punto supera costantemente di $x'/a$ quella del punto $O'$.

Per trovare la seconda equazione, immaginiamo che $B$, posto nel punto $O'$ del suo regolo, faccia l'esperienza che serve a a paragonare due dei suoi cronometri, di cui uno si trovi nel punto $O'$ e l'altro nel punto $P'$ determinato dalla coordinata $x'$, supponendo che il fascio istantaneo sia lanciato in $O'$ nell'istante $t' = 0$. L'osservatore $A$ discuterà ciò che avviene. Per lui la distanza tra i punti $O$ e $P'$ è uguale a $x'/a$ divisioni del suo regolo; e giacchè l'emissione della luce avviene nell'istante $t = 0$, egli trova

$$\frac{x'}{a(c-v)} \quad (7)$$

per il tempo dell'arrivo in $P'$ e

$$\frac{x'}{a(c-v)} + \frac{x'}{a(c+v)} = 2\frac{ax'}{c}$$

per quello del ritorno in $O'$. Segue che l'orologio mobile che si trova in questo punto e che cammina $a$ volte più lentamente degli orologi di $A$, segna allora $2\ x'/c$ e che in virtù del metodo con cui i cronometri di $B$ sono stati messi d'accordo, quello che è situato in $P'$ segna $x'/c$ nel momento in cui il suo quadrante è illuminato. In altri termini, questa è l'indicazione del cronometro nel momento (7); e siccome noi sappiamo già che esso cammina $a$ volte più lentamente di quello di $A$, possiamo dire che se $t'$ è la sua indicazione nel momento $t$, si avrà:

$$t' - \frac{x}{c} = \frac{1}{a}\left(t - \frac{x'}{a(c-v)}\right)$$

che è la relazione cercata.

7. Le formole trovate adesso possono essere messe sotto una forma più elegante. Se poniamo

$$b = \frac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad (8)$$

segue

$$x = ax' + bct', t = at' + \frac{b}{c}x' \quad (9)$$

Notiamo che, in queste formole di trasformazione $a$ e $b$ sono delle costanti i cui valori dipendono da quello della velocità $v$, ma tra le quali sussiste la relazione

$$a^2 - b^2 = 1 \quad (10)$$

In virtù di quest'ultima, i valori $x'$ e di $t'$ che si ricavano dalle equazioni precedenti divengono:

$$x' = ax - bct, t' = at - \frac{b}{c}x \quad (11)$$

La prima di queste due formole mostra che, per un valore determinato di $t$, i cambiamenti corrispondenti di $x$ e di $x'$ sono legati tra loro dall'equazione

$$\Delta x = \frac{1}{a}\Delta x' \quad (12)$$

Analogamente, in virtù della seconda delle equazioni (9), si ha, per un valore fisso di $x$:

$$\Delta t' = \frac{1}{a} \Delta t \quad (13)$$

Queste formole esprimono ciò che abbiamo detto intorno agli effetti di una traslazione sulla lunghezza di un regolo e l'andamento di un orologio.

Fin qui ci siamo limitati a punti della linea secondo la quale sono stati collocati i regoli. Se ognuno degli osservatori combina con la coordinata $x$ o $x'$ due altre $y$ e $z$ o $y'$ e $z'$ perpendicolari alla prima e tra di loro, si avrà

$$y = y', z = z'$$

giacchè la traslazione non cambia le dimensioni che sono perpendicolari ad essa. Queste nuove equazioni, unite alle (9) o alle (11), ci dànno la relazione completa tra i valori di $x$, $y$, $z$, $t$ che individuano un fenomeno per $A$ e i valori di $x'$, $y'$, $z'$, $t'$ che $B$ assegna allo stesso fenomeno.

Prima di tutto, si ha:

$$x + ct = (a + b)(x' + c't'), x - ct = (a - b)(x' - c't')$$

da cui, moltiplicando membro a membro e tenendo presente la (10):

$$x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

e ancora

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 \quad (14)$$

Ciò mostra che l'osservatore $B$, servendosi dei suoi regoli – diretti secondo gli assi – e dei suoi orologi, per misurare $x'$, $y'$, $z'$, $t'$, troverà per la velocità della luce lo stesso valore di $A$, come richiede il nostro principio.

Infatti, produciamo un segnale luminoso nel momento $t = 0$ e nel punto $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, (corrispondente a $t' = 0$, $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$. Nel sistema di $A$, questo segnale, nell'istante $t$, raggiungerà i punti della superficie sferica determinata dall'equazione:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad .$$

Ora, per la (14), quest'equazione equivale a

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

ciò che significa che, per l'osservatore $B$, lo stesso segnale si propagherà in un tempo $t'$ fino ai punti della sfera rappresentata da questa equazione e quindi anche lui attribuirà il valore $c$ alla velocità di propagazione. S'intende che per ottenere questo risultato, egli deve avere fiducia nei suoi strumenti di misura, ciò che farà naturalmente se non ha coscienza del suo movimento attraverso l'etere.

9. In generale, sempre secondo il nostro principio, tutti i fenomeni fisici possono effettuarsi nello stesso modo nei due laboratori. È lecito dedurne che le equazioni che servono alla descrizione di questi fenomeni in funzione di $x'$, $y'$, $z'$, $t'$, possono esser messi sotto la stessa forma di quelle che li rappresentano in funzione di $x$, $y$, $z$, $t$. Ciò dev'esser vero, qualunque sia la natura delle grandezze di cui si tratta: siano velocità, forze, correnti elettriche, momenti magnetici o altro.

Osserviamo che si possono sempre distinguere due casi. Se una esperienza qualunque è fatta prima nel laboratorio di $A$ e se poi l'esperienza *corrispondente* è fatta in quello di $B$, i due fisici troveranno gli stessi valori per le grandezze in quistione; ma quando *lo stesso* fenomeno è studiato dai due osservatori, essi non assegneranno, in generale, a queste grandezze valori uguali e il primo osservatore cercherà la causa delle differenze nei cambiamenti che gli strumenti di $B$ hanno subíto per il loro movimento di traslazione. Per ogni classe di grandezze fisiche, ci saranno delle relazioni definite tra i valori attribuiti loro da $A$ e quelli che sono loro assegnati da $B$. Queste relazioni si esprimono con formole di trasformazione comparabili alla (9) e alla (11), le quali ci consentono di passare dalle equazioni che sono applicate ai fenomeni da $A$ a quelle di cui si vale $B$.

10. È meritevole di speciale attenzione il fatto che c'è una perfetta reciprocità tra i fenomeni del sistema dell'osservatore $A$ come si presentano a $B$ e i fenomeni del sistema di $B$ considerati dal punto di vista di $A$. Ciò è dovuto alla somiglianza della forma delle equazioni (9), da un lato e delle (11) dall'altro.

Da primo sistema si passa al secondo sostituendo $x'$, $y'$, $z'$, $t'$ a $x$, $y$, $z$, $t$ e reciprocamente e ponendo nello stesso tempo $-\,b$ invece di $b$. Un'osservazione analoga si può applicare a tutte le altre formole di trasformazione.

La reciprocità è resa evidente prima di tutto da ciò, che l'origine delle coordinate di $A$ ha per l'osservatore $B$ una velocità uguale e opposta a quella che la sua origine delle coordinate ha per $A$. Infatti, l'origine $O$ è costantemente caratterizzata da $x = 0$, ciò che implica:

$$x' = -\frac{bc}{a} t'$$

Nel sistema di $B$ il punto $O$ si sposta dunque con la velocità $-\ b\ c/a$, che, per le (3) e (8), è precisamente uguale a $-\ v$.

In secondo luogo, si possono unire alla (12) e (13) due altre relazioni simili, di cui la prima si riferisca a un valore determinato di $t'$ e la seconda a un valore determinato di $x$. La prima di queste relazioni, che si ricava da una delle (9), è:

$$\Delta x' = \frac{1}{a} \Delta x$$

Esse c'insegnano che, per l'osservatore $B$, il regolo di $A$ ch'egli vede attraversare il suo laboratorio è più corto del suo, che vi si trova in riposo, e che anche per $B$ i cronometri mobili camminano più lentamente di quelli che hanno una posizione fissa intorno a sè.

11. Può sembrare strano, alla prima, che confrontando i regoli e i cronometri, i nostri due osservatori possano arrivare a due risultati opposti. Ma, evi-

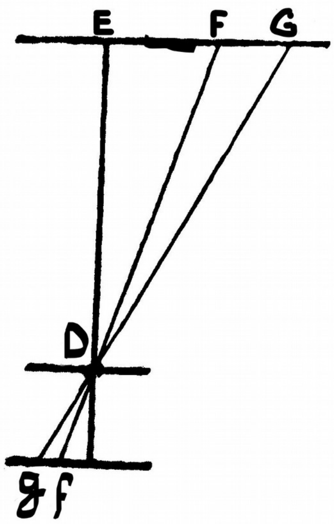



Fig. 2

dentemente, questi risultati dipendono interamente dal modo col quale è fatto il confronto e che in realtà non è lo stesso nei due casi, benchè sia per *A*, in un caso, ciò che è per *B* nell'altro.

Per eliminare ogni equivoco su questo punto, conviene entrare in qualche particolare. Consideriamo di nuovo i due regoli *OP* e *O'P'* che si muovono l'uno lungo l'altro secondo una linea *EF* (fig. 2) e collochiamo una macchina fotografica a una certa distanza da questa linea. Questa macchina consisterà semplicemente in uno schermo su cui è praticato un forellino *D*, il quale resterà aperto per un solo istante (ciò che ne dispenserà dal tener conto di un eventuale movimento dello schermo), e in una lastra sensibile situata parallelamente alla linea *EF* e perpendicolare al piano passante per essa e per *D*.

Si farà così un'istantanea; ed io dico che, se tutto è disposto bene, l'immagine più lunga sarà data dalla sbarra *OP* se l'esperienza è fatta da *A* e, al contrario, dalla sbarra *O'P'* se è fatta da *B*.

Faremo il calcolo delle due lunghezze mettendoci nel punto di vista di *A* e cominceremo da un caso un po' generale. Chiamiamo *L* la lunghezza della perpendicolare *DE* abbassata dal foro *D* (nella posizione occupata quando è aperto) sulla linea *EF* delle sbarre, e $\lambda$ la distanza da *D* alla lastra fotografica. La posizione di un punto *F* della linea *EF* sarà determinata dalla sua distanza $x$ dal punto *E* oppure dall'angolo $EDF = \varphi$. La direzione positiva per $x$ sarà quella della velocità $v$, e $\varphi$ avrà il segno di $x$. Supponiamo infine che la lastra sensibile si muova con una velocità $w$ nella direzione delle $x$ positive.

Per ogni punto di un regolo, sia o no in riposo, c'è un solo momento nel quale esso può emettere dei raggi che passeranno per il foro nell'istante in cui e aperto. Supponiamo che per l'estremo di una sbarra che si trovi dal lato delle $x$ negative, quest'«istante d'emissione» sia, $t_0$ e che la posizione $F$ che esso occupa allora sia determinata dalla coordinata EF = $x_0$, o dall'angolo corrispondente $EDF$ = $\varphi_0$. Sia $t_0 + \tau$ l'istante d'emissione per l'altro estremo $G$. Per determinarlo, si può notare prima di tutto, che in quest'istante la coordinata di questo estremo sarà

$$x_1 = x_0 + l' + v\tau \quad (15)$$

se $l'$ è la lunghezza della sbarra e $v$ la sua velocità.

Nei loro istanti di emissione, gli estremi della sbarra si trovano alle distanze

$$\sqrt{L^2 + x_0^2} \quad \text{e} \quad \sqrt{L^2 + (x_0 + l' + v\tau)^2}$$

dall'apertura; e giacchè la differenza dei tempi che la luce impiega per percorrere queste lunghezze dev'essere uguale all'intervallo tra gl'istanti di emissione, occorre che si abbia:

$$\sqrt{L^2 + (x_0 + l' + v\tau)^2} - \sqrt{L^2 + x_0^2} = c\tau \quad .$$

Quest'equazione si semplifica se la distanza $L$ è grandissima rispetto alla lunghezza del regolo. Allora si possono trascurare i termini in $l'^2$ e in $\tau^2$ e si trova:

$$\tau = -\frac{sen\varphi_0}{c + v\,sen\varphi_0} l'$$

sicchè la (15) diventa:

$$x_1 = x_0 + \frac{cl'}{c + v\,sen\varphi_0}$$

Siano *f* e *g* i punti in cui il piano immobile che coincide con la lastra sensibile è tagliato dalle linee *FD* e *GD* prolungate, dove per conseguenza si formano le immagini dei due estremi. Si avrà:

$$fg = \frac{\lambda}{L} FG = \frac{\lambda}{L} \frac{cl'}{c + v\,sen\varphi_0} \quad (16)$$

essendo il punto *g* dal lato negativo di *f*. Ma giacchè i raggi attraversano l'apertura nello stesso istante, arrivano in *g* più tardi che in *f*, essendo l'intervallo:

$$\frac{Dg - Df}{c} = \frac{\lambda}{L} \frac{DF - DG}{c} = -\frac{\lambda}{L} \tau = \frac{\lambda}{L} \frac{sen\varphi_0}{c + v\,sen\varphi_0} l'$$

In quest'intervallo la lastra fotografica si è spostata su una distanza

$$\frac{\lambda}{L} \frac{w\,sen\varphi_0}{c + v\,sen\varphi_0} l'$$

e la distanza delle due immagini, misurata sulla lastra, sarà la somma di questa lunghezza e della lunghezza (16):

$$s = \frac{\lambda}{L} \frac{c + w\,sen\,\varphi_0}{c + v\,sen\,\varphi_0} l'$$

Siano $s_1$ la lunghezza dell'immagine della sbarra fissa, $s_2$ quella dell'immagine della sbarra mobile, e supponiamo che, nei due casi, l'angolo $\varphi_0$ abbia lo stesso valore, cioè che gli estremi delle sbarre che si trovano dalla parte della $x$ negative coincidano in un momento che sia l'istante d'emissione per l'uno e per conseguenza per l'altro[1]. Per la sbarra fissa si ha: $v = 0$, $l' = l$, e per la sbarra mobile $l' = l/a$. Dunque:

$$\frac{s_1}{s_2} = \left(1 + \frac{v}{c} sen\,\varphi_0\right) a \quad (17)$$

Si vede di qui che il risultalo del confronto dipende dall'angolo $\varphi_0$. Ora se l'osservatore $A$ si vuol mettere nelle condizioni più semplici, farà la fotografia delle sbarre nel momento in cui una di esse scorre sull'altra, mettendo il suo apparecchio su una linea perpendicolare alla loro lunghezza. In questo caso che corrisponde a $\varphi_0$. = 0, egli può dire, poichè trascura i termini in $l^2$, che tutti i raggi effettivi siano stati emessi nello stesso istante. $B$ imiterà a modo suo ciò che ha fatto $A$: realizzerà il caso in cui, nel suo sistema, $\varphi_0$. = 0.

Ma allora, in questa seconda esperienza, l'angolo $\varphi_0$ avrà per $A$ un valore diverso da zero. Per trovare questo

1 Avremmo potuto supporre che i *punti medi* delle sbarre coincidessero in questo modo, ma il risultato sarebbe stato lo stesso, potendosi trascurare i termini in $l^2$.

valore, basta notare che, nella prima esperienza, l'emissione dei raggi (per gli estremi coincidenti) e il loro passaggio attraverso il foro avvengono in punti che hanno la stessa $x$, ma che l'istante dell'emissione precede di $L/c$ quello del passaggio. Ugualmente, nella seconda esperienza, i valori di $x'$, sono uguali tra loro mentre quelli di $t'$ differiscono di $L/c$. Per la prima delle (9), ciò implica che il valore di $x$ che corrisponde all'emissione è inferiore di $bL$ a quello del foro nel momento del passaggio dei raggi. Dunque, per la seconda esperienza, $x_0 = bL$, $tg\varphi_0. = - b$,

$$sen\,\varphi_0 = -\frac{b}{a} \quad (18)$$

Per $\varphi_0. = 0$, la formola (17) diviene $s_1/s_2 = a$ e per il valore dato dalla (18), tenendo conto delle relazioni (3) e (8), $s_1/s_2 = t/a$.

Così si trova la conferma di ciò che abbiamo detto sui risultati dei due confronti.

12. Ci resta da spiegare la contradizione apparente dei due osservatori a proposito degli orologi.

Abbiamo già visto come $A$ possa confrontare due dei suoi cronometri, uno dei quali si trovi vicinissimo a lui e l'altro a una certa distanza. Adesso aggiungiamo che egli può far uso dello stesso metodo per confrontare uno dei suoi stessi apparecchi, posto nelle sue vicinanze immediate, con un cronometro che si sposti in un modo qualunque nel suo laboratorio. È inutile dire che egli constaterà così un andamento più lento di quello degli apparecchi appartenenti a $B$.

D'altra parte l'osservatore $B$ potrà studiare, con lo stesso metodo, un cronometro $C$ del sistema $A$, confrontandolo con uno dei suoi cronometri $C'$, posto nelle sue vicinanze. Basterà che egli illumini il quadrante di $C$ con un fascio istantaneo di luce; e se $t'_1$ e $t'_2$ sono gl'istanti della partenza e del ritorno, letti su $C'$, concluderà che la lancetta di $C$ ha raggiunto la posizione osservata $\tau$ nel momento:

$$t' = \frac{1}{2}\left(t'_1 + t'_2\right) \quad (19)$$

Ciò posto, considereremo un caso che ha un certo interesse, giacchè dà luogo a una conclusione che, alla prima, sembra assai paradossale.

Sopponendo che, a partire dal punto $O$, nel laboratorio di $A$, nel momento $t = 0$ indicato da un cronometro fisso $C$ installato in questo punto, un osservatore $B$ parta nella direzione delle $x$ positive con una velocità costante, e che, nel momento $t = T$, faccia un improvviso dietro-front per ritornare nel punto $O$ con una velocità uguale a quella di prima. Nel momento in cui ritorna al punto di partenza, il cronometro $C$ segnerà $t = 2T$.

Quale sarà allora l'indicazione d'un orologio $C'$ che $B$ abbia portato con sè nel suo viaggio e che segnava $t' = 0$ nel momento della partenza?

Le osservazioni di $A$ la cui esattezza non può esser messa in dubbio, mostrano che $C'$ cammina più lentamente di $C$ tanto durante l'andata che durante il ritorno in modo che si abbia costantemente[2]:

$$t' = \frac{1}{a} t$$

*B* potrà assicurarsene in ogni momento del suo viaggio confrontando il suo cronometro con uno dei cronometri di *A*, se per caso ne trova uno accanto a sè.

Nel momento del ritorno si avrà:

$$t' = \frac{2}{a} T \quad ;$$

il cronometro *C′* sarà in ritardo rispetto a *C*, come non mancherà di constatare l'osservatore *B*. Tuttavia, secondo quanto si è detto, egli deve accorgersi, durante il suo movimento, che è il suo cronometro che cammina più presto. Questo punto dev'essere chiarito.

Per far questo, basta immaginare che durante la sua corsa, *B* faccia a più riprese il confronto tra *C* e *C′*, servendosi sempre del metodo indicato. Calcoleremo con *A* ciò che ne risulterà.

Nel sistema di *A*, il movimento avviene secondo l'equazione:

$$x = vt$$

da $t = 0$ fino a $t = T$, e secondo la formola

$$x = v(2\mathrm{T} - t)$$

nell'intervallo tra $t = T$ e $t = 2T$, la grandezza positiva $v$ indicando la velocità in valore assoluto.

2 Per semplicità, non parliamo del cambiamento dell'indicazione di *C′* che potrebbe esser prodotto (il principio di relatività non ce ne dice nulla) nel momento in cui la direzione della traslazione è improvvisamente invertita.

Servendosi di queste formole, $A$ può considerare un segnale luminoso lanciato nel punto in cui si trova $B$ nel momento $t_1$, scelto ad arbitrio.

Egli calcolerà facilmente il tempo $\tau$ dell'arrivo di questo segnale in $O$, e il tempo $t_2$ in cui, tornando verso $B$, esso raggiunge o incontra quest'osservatore. Per ogni valore di $t_1$, si potranno conoscere dunque le indicazioni $\tau$ e $t'$ di $C$ e di $C'$ che $B$ considera come simultanee: $t'$ è dato dalla (19) o da

$$t' = \frac{1}{2a}(t_1 + t_2)$$

Infine conoscendo $t'$ e $\tau$ in funzione di $t_1$, si può ottenere, eliminando quest'ultima variabile, la relazione cercata tra $\tau$ e $t'$.

Nella soluzione del problema, occorre distinguere tre periodi. Nel primo $t_1$ e $t_2$ sono tutt'e due inferiori a $T$; nel secondo, si ha $t_1 < T$, ma $t_2 > T$, vale a dire che $B$ fa partire il segnale luminoso prima e lo riceve dopo il momento in cui ritorna indietro, e infine, nel terzo periodo, si ha $t_1 > T$.

Ecco adesso i risultati

Primo periodo:

$$\tau = \frac{1}{a} t' \quad (20)$$

Valori iniziali:

$$t' = 0, \tau = 0$$

Valori finali:

$$t'=\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}T \quad , \quad \tau=\frac{c-v}{c}T \quad (21)$$

Secondo periodo:

$$\tau=\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}t'-\frac{v}{c}T \quad (22)$$

Questo periodo comincia coi valori (21) e finisce con

$$t'=\left(1+\frac{2v}{c}\right)\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}T \quad , \quad \tau=\frac{c+v}{c}T$$

Terzo periodo:

$$\tau=\frac{1}{a}t'+\frac{2v^2}{c^2}T. \quad (23)$$

Alla fine:

$$t'=\frac{2}{a}T \quad , \quad \tau=2\mathrm{T}$$

Si vede dalle formole (20) e (23) che, d'accordo con quanto si è detto, nel primo e nel terzo periodo, il cronometro *C* ha per *B* un andamento più lento del proprio; ma l'effetto così prodotto è più che compensato dall'accelerazione di *C* rispetto a *C′* che è osservata nel secondo periodo, come si vede dalla (22). È vero che se la velocità *v* è piccolissima in confronto di quella della luce, il secondo periodo è molto più breve del primo e del terzo; ma, in compenso, l'accelerazione apparente di C indicata dal fattore $\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$ è allora molto più considerevole del rallentamento determinato dal fattore $\frac{1}{a}$ .

13. Per terminare queste considerazioni insisterò sulla *realtà* degli effetti di cui si tratta.

L'accorciamento, nel senso della sua lunghezza, di una sbarra che si muove è, per l'osservatore $A$, un fenomeno fisico della stessa natura, per esempio, della dilatazione prodotta dal calore, ed egli può cercare di rendersene conto con ipotesi convenienti (sull'ufficio dell'etere nelle azioni molecolari) precisamente come farebbe per la dilatazione.

Ma si deve evidentemente riconoscere che $A$ non potrà mai assicurarsi dell'immobilità nell'etere che gli abbiano attribuito per ipotesi, e che il fisico $B$ potrebbe pretendere, con lo stesso diritto o meglio con la stessa assenza di diritto, che è lui che si trova in quella circostanza privilegiata. Quest'incertezza, quest'impossibilità assoluta di mettere in evidenza un movimento rispetto all'etere, ha condotto Einstein e parecchi altri fisici moderni, ad abbandonare del tutto la nozione di un etere.

Questa, secondo me, è una quistione davanti alla quale ogni fisico potrà prendere l'attitudine che s'accorda meglio col modo di pensare che gli è abituale.

Uno sperimentatore qualunque – sia il nostro $A$ o il nostro $B$ – potrà spiegare, per quel tanto che si spiega in fisica, tutto ciò che osserva supponendo di essere in riposo nell'etere, ma può farlo ugualmente ammettendo che il suo laboratorio sia attraversato da una corrente di etere che ha sui suoi apparecchi l'influenza di cui abbiamo parlato. Tuttavia egli dovrà riconoscere che gli è impossibile di sapere quali siano la direzione e la velocità di questa corrente; e se sente il bisogno di non preoccuparsi di quest'incertezza, prenderà il partito di Einstein. Allora non parlerà più di un etere e dirà semplicemente che è il movimento di una sbarra o di un orologio che produce l'accorciamento dell'una e il rallentamento dell'altro.

# NOTA SUL LORENTZ

Hendrik Antoon Lorentz, successore spirituale di Maxwell, è nato ad Arnhem, in Olanda, il 18 luglio 1853. Dal 1878 fino a pochi anni fa, è stato professore di fisica matematica all'Università di Leida; ora è direttore del Laboratorio di fisica di Haarlem. È anche presidente dell'Istituto internazionale di fisica «Solvay» di Bruxelles.

Scrive in olandese, in tedesco, in inglese e in francese; ma, uomo sempre sveglio, non traduce i suoi scritti: e, dovendo tornare su un argomento, preferisce rifare daccapo. È vero però che, identico in questo ai filosofi, egli non ha fatto altro che scrivere per tutta la vita, con ritmo sempre nuovo, una sola opera.

La sua teoria degli elettroni ebbe una clamorosa conferma nel fenomeno di Zeeman (influenza del campo magnetico sulle righe spettrali), per la quale gli fu dato, insieme allo Zeeman, il premio Nobel 1902.

Per le sue conoscenze linguistiche e per la capacità che possiede in grado eminente di cogliere il punto di vista degli altri, è stato attivissimo nei numerosi congressi scientifici ai quali ha partecipato.

Ha pubblicato moltissimo, specialmente nei *Verslagen* e nei *Proceedings* dell'Accademia di Amsterdam e negli *Archives néerlandaises* di Haarlem. Noi ci limitiamo a rimandare il lettore, per indicazioni bibliografiche, ai *Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie* (Lipsia, J. A. Barth, 1877-1919; diventati dal 1900: *B. z. d. A. d. P.*) e, dal 1920 in qua, ai *Physikalische Berichte* (Braunschweig, Fr. Vieweg); e a citare le seguenti sue pubblicazioni:

Sulla teoria della riflessione e della rifrazione della luce (*Tesi di laurea – in olandese*) – Van der Lande, Arnhem, 1875. (*È stata riassunta largamente da E. Wiedemann nei «Beiblätter», I (1877), pp. 92-106*)

Over het verband tusschen de voortplantingssnelheid van het licht en de dichtheid en samenstelling der middenstoffen. *Verhandelingen. Amsterdam*, t. XVIII (1878), p. 1; *e a parte:* C. G. van der Post, Amsterdam, 1878. (*Di questa memoria è stato pubblicato un lungo estratto, a cura dello stesso L.*: Ueber die Beziehung zwischen der Fortflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes und der Körperdichte. *Annalen der Physik und Chemie*. t. IX (1880), p. 641. *È in questo lavoro che il L. si è occupato per la prima volta della teoria degli elettroni e ha dimostrato la «formola di Lorentz-Lorenz» su cui torneremo più oltre);*

Le phénomène découvert par Hall et la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière. *Archives néerlandaises*, 19 (1884), p. 123;

La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants. Leida, E. J. Brill, 1892. *Pubblicata anche negli «Archives néerlandaises»*, 25 (1892), p. 363 (*La prima affermazione potente del L.*);

Versuche einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bevegten Körpen. Leida, E. J. Brill, 1895. *Ristampata da B. G. Teubner, Lipsia 1906*. (*Il capolavoro del L.: 139 pagine meritevoli dell'epigrafe di Boltzmann: «È un Dio che ha tracciato questi segni?»*).

Beginselen der Natuurkunde Leiddraad bij de Lessen aan de Universiteit te Leiden (*In due parti*). Leida, E. J. Brill, 1899;

Considérations sur la pesanteur. *Archives Néerlandaises*, (2), 7 (1902), p. 325; *Amsterdam Proceedings*, 2 (1900), p. 559; *Verslagen Amsterdam*, 8 (1900), p. 603.

Maxwells elektromagnetische Theorie. *Encyklopedie der matematischen Wissenschaften, Band $V_2$, Heft 1, p. 63*. Lipsia, B. G. Teubner, 1904;

Weiterbildung der Maxwellschen Theorie. Elektronentheorie. *Ib.*, p. 145;

Theorie der magneto-optische Phänomene. *Ib., Band $V_3$, Heft 2, p. 199* (V. pure: «*Rapports presentés au Con-*

*grès international de Physique*», Parigi, 1900, III, p, 1);

Ergebnisse und Probleme der Elektronentheorie. Berlino, J. Springer, 1905; 2ª edizione: ib., 1906; altra redazione: «*Archives Néerlandaises*» (2), 11, 1906, p. 1;

Lehrbuch der Physik. *Traduzione dall'olandese di G. Siebert*. Lipsia, J. A. Barth, 1907;

Das Licht und die Struktur der Materie. *Discorso pronunziato al Congresso di Leida, il 7 aprile 1907. Traduzione dall'olandese di F. Conrat. Physikalische Zeitschrift* di Lipsia, 8 (1907), p. 542;

Abhandlungen über theoretische Physik. *Primo volume*. Lipsia e Berlino, B. G. Teubner, 1907 (*Contiene 21 scritti, di cui molto importante il XIV*: De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux, *estratto dagli «Archives néerlandaises», 21-1887-, p.103 e inoltre* – (n. XVII, p. 443) – *la nota del 1892*: Die relative Bewegung der Erde und des Aether, *nella quale il Lorentz emise per la prima volta l'ipotesi della contrazione*);

Le partage de l'énergie entre la matière ponderable et l'éther. *Discorso tenuto a Roma al 4º Congresso internazionale dei Matematici*. Roma, Tipografia dei Lincei, 1908; *Nuovo Cimento* di Pisa, 1908, t. XVI, p. 5; *Revue générale des sciences* di Parigi, anno 20º (1909), p. 14;

Alte und neue Fragen del Physik. *Sunti di sei conferenze fatte a Gottinga nell'ottobre 1910, redatti da M. Born e riveduti dal L. Physikalische Zeitschrift, 11 (1910), p. 1204*;

Sichtbare und unischtbare Bewegungen. *Traduzione di G. Siebert, riveduta dal L.* Braunschweig, Vieweg, 1910;

Nature of light. *Enciclopedia britannica*, 16, 1911:

Sur l'application au rayonnement du théorème de l'équipartition de l'énergie. *Nel volume: «La Théorie du rayonnement et les quanta» (Riunione di Bruxelles, 1911), p. 12*. Parigi, Gauthier-Villars, 1912;

La gravitation. *Scientia* di Bologna, XVI (1914), p. 28.

Het beginsel von Hamilton in Einsteins theorie der zwaartekracht. *Verslagen Amsterdam*, 23 (1915), p. 1073 (V. pure: *Amsterdam Proceedings*, 19-1917-, p. 751);

Over Einsteins theorie der zwaartekracht I, II, III, IV. *Verslagen Amsterdam*, 24 (1915) p. 1389 e p. 1759, 25 (1916-1917), p. 468 e p. 1380 (V. pure: *Amsterdam Proceedings*, 19- 1917-, p. 1341 e 20-1917-, p. 2.

Les théories statistiques en Thermodynamique. *Conferenze tenute al «Collège de France» nel 1912*. Lipsia e Berlino, B. G. Teubner, 1916.

The theorie of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat. *Letture tenute all'Università di Columbia, N. Y., nel 1906*; 2ª edizione, Lipsia e Berlino, B. G. Teubner, 1916; (*L'esposizione più completa della teoria del L.*).

Das Relativitätsprinzip. *Tre lezioni tenute nell'Istituto Teyler di Haarlem* (a cura del D.r W. H. Keesom), Lipsia e Berlino, B. G. Teubner, 1914, 1920:

The Einstein Theorie of relativity. New York, 1920;

Deux mémoires de Henri Poincaré sur la Phiysique mathématique (*Sulla dinamica dell'elettrone e sulla teoria dei quanta*). *Acta mathematica* di Stoccolma, vol. 38 (1921), in memoria del Poincaré, p. 293 (*Lo scritto del L. era stato stampato fin dal marzo 1915*);

Lehrbuch der Differential-und Integralrechnung. *Traduzione dall'olandese di G. C. Schmidt, 4ª edizione*. Lipsia, J. A. Barth, 1922;

Double refraction by regular crystals. *Amsterdam Proceedings*, 24 (1922), p. 333;

De electronentheorie (*a cura di W. H. Keesom*). *Archives du Musée Teyler* (3), 5 (1922), p. 1;

Het magnetisme (*a cura di W. H. Keesom*). *Ib*., p. 77;

Notes sur la théorie des électrons. *Nel volume: «Atomes et électrons»* (Institut Solvay, Bruxelles, 1-6 aprile 1921) p. 1. Parigi, Gauthier-Villars, 1923.

Il volume *Jons, électrons, corpuscules*, pubblicato da H. Abraham e P. Langevin (*Parigi, Gauthier-Villars, 1905*), contiene del L. una memoria, scritta espressamente: *Sulla teoria degli elettroni* e due altre tradotte da P. Langevin: *Fenomeni elettromagnetici in un sistema che si muova con una velocità qualunque inferiore a quella della luce* (Verslagen Amsterdam, *12, 1904, p. 986*; Amsterdam Proceedings, *6, 1904, p. 809*. Ristampata nella raccolta: *Das Relativitätsprinzip* – Lipsia, B. G. Teubner, 4ª ed. 1922); *Emissione dai metalli e assorbimento di raggi calorifici di grande lunghezza d'onda* (Amsterdam Proceedings, *1903, p. 666*).

Il L. ha curato per la «Collezione dei classici delle scienze esatte» diretta dall'Ostwald gli *Abhandlungen* di Chr. Doppler, *Lipsia, W. Engelmann, 1907*.

<u>Intorno al Lorentz, vedere:</u>

A. Liénard. – La théorie de Lorentz. *L'Éclairage*

*électrique* di Parigi XIV (1898) p. 417 e 456 – La théorie de Lorentz et celle de Larmor, ib. XVI (1898), p. 320 e 360 (*Per la teoria del Larmor che ha singolari coincidenze con quella del L., vedere:* J. LARMOR – *Aether and matter. Cambridge, University Press, 1900*). – Champ électrique et magnetique ecc., p. 5, 53, 106;

A. COTTON – Sur la polarisation partielle de la lumière d'une flamme placée dans un champ magnétique par H. A. Lorentz. (Sunto). *L'Éclairage électrique*, XIV (1898), p. 311;

– Sur les expériences d'Égoroff et Georgiewski et l'explication de Lorentz (Osservazioni sullo scritto precedente) *ib*. p. 299;

H. A. Lorentz-Festschrift – (Libro giubilare: raccolta di scritti offerta al L. in occasione del 25° anniversario della sua laurea). *Archives néerlandaises*, 2ª serie, t. V. La Haye, Martinus Nijoff, 1900;

H. POINCARÉ. – La théorie de Lorentz et les expériences de Zeeman. *L'Éclairage électrique*, XI (1897), p. 481 e XIX (1899), p. 5;

– Le phénoméne de Hall et la théorie de Lorentz, *ib*. XVIII (1899), p. 275 e *Comptes rendus* di Parigi, 128 (1899), p 339;

– Électricité et optique, 2ª edizione, 3ª parte. Parigi, Carré et Naud, 1901;

– Sur la dynamique de l'électron. *Comptes rendus* di Parigi 1905 (140), p. 1504. Altra pubblicazione (famosa) dallo stesso titolo: *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, t. 21 (1906), p. 129;

– La science et l'hypothèse (1902); La valeur de la science (1905); Science et méthode (1908); Dernières pensées (1913). Parigi, E. Flammarion (*Particolarmente interessante il libro III* (La mécanique nouvelle) *di* Science et methode, *che riproduce, senza le formole e le figure,* l'articolo La dynamique de l'électron, *pubblicato nella* Revue générale des sciences *del 30 maggio 1908, p. 386*);

A. H. Bucherer. – Über den Einfluss der Erdbewegung auf die intensität des Lichtes. *Annalen der Physik XI*, (1903), p. 270;

– Mathematische Einführung in die Elektronentheorie. Lipsia, B. G. Teubner, 1904;

K. Schwarzschild. – Zur Elektrodynamik, I, II, III, *Göttinger Nachrichten, classe fisico-matematica*, 1903, p. 125, 132, 245;

H. Bouasse. – Cours de Physique, 3ª parte, e 5ª parte, cap. 10º, p. 305, Parigi, Ch. Delagrave;

P. Langevin, – La physique des électrons, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, anno 16º (1905), p. 257;

P. Drude. – Theorie des Lichtes für bewegte Körper. Winkelmanns Handbuch, 2ª edizione, Lipsia, J. A. Barth, 1906, p. 1364;

A. Righi. – La moderna teoria dei fenomeni fisici, 3ª edizione, cap. II, p. 15. Bologna, Zanichelli, 1907;

L. Amaduzzi. – La ionizzazione e la convenzione elettrica nei gas. Appendice. V, p. 321. Bologna, Zanichelli, 1907;

– Gli elettroni nei metalli. Bologna, Zanichelli, 1912;

G. A. Schott. – Uber die Grundlagen der Elektronentheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 8 (1907), p. 433;

L. Graetz. – Die Elektronentheorie. Winkelmanns Handbuch der Physik, 2ª ed., V, p. 897. Lipsia, J. A. Barth, 1908;

W. Voigt. – Magneto- und Elektrooptik. B. G. Teubner, 1908;

W. Ritz. – Du rôle de l'éther en physique. *Scientia*,

III, 1908, p. 260; La gravitation, ib., V, 1909, p. 152 e 241. Recherches critiques sur l’électrodynamique générale. *Annales de chimie et de physique*, t. XIII, 1908, p. 145. Recherches critiques sur les théories de Cl. Maxwell et de H. A. Lorentz, *Archives des Sciences physiques et naturelles* di Ginevra, 4$^{e}$ période, t. XXVI, p. 209. *Ristampati in «Œvres»*, Parigi, Gauthier-Villars, 1911, p. 447, 478, 317, 427. Nelle quali vedi pure: *Das Prinzip der Relativität in der Optik*, p. 509;

E. Wiechert. – Grundlagen der Electrodynamik, 2$^{a}$ ed. Lipsia, B. G. Teubner, 1908;

H. Minkowski. – Spazio e tempo. Traduzione di G. Gianfranceschi. *Nuovo Cimento* di Pisa, 1909, t. XVIII, p. 333 («La validità senza eccezione del postulato della relatività è, a quanto credo, il vero pernio di un’immagine elettromagnetica dell’universo, che, scoperta da Lorentz, sviluppata da Einstein, appare ormai del tutto in piena luce». *Si tenga ben presente quello «scoperta da Lorentz»*). Per il testo tedesco, vedere la raccolta *Das Relativitätsprinzip* o la *Physikalische Zeitschrift*, 1909, p. 104;

– Zwei Abhandlungen über die Grundgleichungen der Elektrodynamik. B. G. Teubner, Lipsia e Berlino, 1910;

M. Abraham. – Theorie der Elektrizität, II, 2$^{a}$ edizione. Lipsia e Berlino, B. G. Teubner, 1908.

– Zur Elektrodynamic bewegter Körper. *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 28 (1909), p. 28;

– Die neue mechanik (La nouvelle mécanique), *Scientia* di Bologna, XV (1914), p. 8 del testo e p. 10 del supplemento;

W. Wien – Elektromagnetische Lichtstheorie. *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*, Band $V_3$, Heft 1, p. 95, Lipsia, Teubner, 1909;

P. Drude – M. Boll. – Précis d'optique, t. II, cap. X, p. 241. Parigi, Gauthier-Villars, 1912;

Societé française de physique. – Les idées modernes sur la constitution de la matière, p. 54 (P. Langevin) e p. 148 (É. Bloch). Parigi, Gauthier-Villars, 1913;

O. D. Chwolson. – Traité de physique. *Traduzione di E. Davaux*, t. V, 1° fascicolo, cap. 4° e 5°. Parigi, Hermann, 1914;

R. W. Wood. – Optique physique, II, cap. 24°. Parigi, Gauthier-Villars, 1914;

P. Zeeman. – L'hypothèse de l'éther immobile. *Scientia*, 1917, XXI, p. 122;

N. R. Campbell. – La théorie électrique moderne. Théorie électronique. *Traduzione di A. Corvisy*. Parigi, Hermann, 1919;

L. Bloch. – *Précis d'Électricité théorique*. Parigi, Gauthier-Villars, 1919;

A. Einstein. – Aether und Relativitätstheorie. Berlino, J. Springer, 1920; Traduzione di G. Dalla Noce: *L'Arduo*, 1921, n. 2, p. 50 e *L'Elettricista* di Roma, 1° aprile 1921, p. 52;

P. Guery. – Contraction de Lorentz et relativité. *Revue générale de l'Electricité*, 1922, p. 179 e 219;

L. Graetz. – Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Band IV (*V. nell'indice dei nomi, p. 1341, sotto Lorentz*). Lipsia, J. A. Barth, 1920;

J. Pacotte. – La physique théorique nouvelle. Parigi, Gauthier-Villars, 1921;

J. Larmor. – Hendrik Antoon Lorentz (*Fuori testo il ritratto del L. che riproduciamo*). *Nature* di Londra e New Yorck, 111, n. 2775, (6 gennaio 1923), p. 1 (*Buon profilo dell'opera scientifica del Lorentz, con alcuni cenni biografici*);

Infine tutte le pubblicazioni che non abbiamo citato sulla teoria della relatività (e in particolare sulla relatività ristretta). Per indicazioni bibliografiche in proposito,

consultare:

M. v. Laue. – Die Relativitätstheorie, 4ª edizione. Fr. Vieweg, Braunschweig, 1921;

R. Marcolongo. – Relatività, 2ª edizione. Messina, G. Principato, 1923;

A. Kopff. – I fondamenti della relatività einsteiniana, a cura di R. Contu e T. Bembo. Milano, Hoepli, 1923.

A. Einstein ha dato più volte giudizi entusiastici sull'elettrodinamica del Lorentz e ha riconosciuto esplicitamente che il 2° postulato della teoria della relatività deriva dalla teoria del Lorentz. Vedi il cap. VII della *Volgarizzazione*; la memoria *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*Annalen der Physik*, XVII, 1905, p. 891), quella pubblicata in *Jahrbuch der Radioaktivität u. Elektronik*, 1907, p. 411 e l'articolo pubblicato in *Scientia* del 1914 (vol. XV, p. 237 del testo e p. 139 del supplemento).

L. Donati, nel suo corso di fisica matematica all'Università di Bologna, dedicava alla teoria del Lorentz molte belle lezioni delle quali restano tracce soltanto negli appunti degli scolari e qualche nota letta all'Accademia delle scienze di Bologna. Vedere quella del 21 maggio 1922: *Appunti didattici sulla teoria della relatività*, che costituisce (insieme agli altri scritti del Lorentz sullo stesso soggetto) un eccellente complemento alle *Considerazioni elementari*.

Sulla teoria lorentziana degli effetti del prim'ordine bisogna osservare che il Lorentz non ha affatto dimostrato, come credono alcuni, che questi effetti siano del tutto impossibili, ma che, nella generalità dei casi, sono o inesistenti o sensibilmente nulli. Un piccolo effetto è stato messo in luce dal Liénard (*L'Éclairage électrique* XVI, § 4; vedere anche il § 10 per un altro effetto praticamente irrealizzabile) e riconosciuto dallo stesso Lorentz (*Jons, électrons, corpuscules*, p. 455, nota 2ª). Importante è, a questo proposito, la considerazione del Ritz (*Recherches critiques sur l'électrodynamique générale*, parte 1ª, § 9). Il Ritz nota che per determinarne direttamente la velocità con esperienze terrestri, si è obbligati a far percorrere alla luce un cammino chiuso che la riconduca al punto di partenza e così i termini del prim'ordine si eliminano. «Ma sarà diversamente per i fenomeni astronomici. Nella determinazione della velocità della luce per occultazioni di satelliti non si utilizza un cammino chiuso e quindi la perturbazione che produrrebbe sul ritardo osservato l'ipotesi di una traslazione d'insieme del sistema solare rispetto all'etere sarebbe del prim'ordine e di una grandezza osservabile». Secondo il Ritz, ammettendo una velocità assoluta del sistema solare di 30 km. per secondo nel piano dell'eclittica, si avrebbe una variazione di un decimo di secondo per il massimo ritardo che cambierebbe di segno col cambiare della posizione relativa della terra e del satellite rispetto alla direzione della traslazione. Così si potrebbe ottenere una differenza di due decimi di secondo che è dell'ordine di quelle che si osservano in astronomia. (Tutto questo, naturalmente, se si accetta l'idea ordinaria del tempo).

Il tempo locale primitivo, uguale, a meno del fattore $a$, a quello della celebre trasformazione, è stato introdotto dal Lorentz allo scopo di conservare alle sue equazioni la loro forma, tenendo conto soltanto dei termini di primo grado nell'aberrazione (velocità della terra divisa per quella della luce), quando si passi da un sistema immobile $S$ (cioè situato nell'etere) a un sistema $S'$ in moto rettilineo e uniforme rispetto a $S$.

L'idea che il tempo locale fosse per il Lorentz una finzione senza significato fisico non è molto felice. Sarebbe forse più opportuno dire che esso non aveva per lui nessun significato metafisico. Alla fine del paragrafo 31 del *Versuch* (p. 50 dell'edizione 1906) ecco come parla il Lorentz del tempo locale $t'$. «Si può considerare la variabile $t'$ come il tempo contato a partire da un istante dipendente dalla posizione del punto considerato. Si può dunque chiamare questa variabile il *tempo locale* (*Ortszeit*) di questo punto in opposizione al *tempo generale t*» [cioè al tempo del sistema fisso].

Il Liénard, nel primo dei due articoli sulla teoria del Lorentz e quella di Larmor, presentava così il tempo locale:

«Facciamo la sostituzione

$$t = t' + \frac{px}{V^2}$$

[$p$ velocità della terra rispetto all'etere, $V$ velocità della luce nel vuoto; asse $x$ parallelo a $p$].

In un punto determinato, $t$ e $t'$ non differiranno che per una costante e quindi $t'$ rappresenterà sempre il tempo, ma l'origine dei tempi sarà differente nei diversi punti. Si può dunque dare a $t'$ il nome di tempo locale».

Lucidamente è stata vista la cosa anche dal Poincaré (*La valeur de la science*, cap. VIII, p. 187; e similmente in *Science et methode*, p. 236). Dopo di aver immaginato che due osservatori vogliano regolare i loro orologi con segnali ottici, tenendo naturalmente conto del fatto che la trasmissione non è istantanea e quindi, nel caso che una delle due stazioni mandi il suo segnale all'ora zero e che l'altra lo riceva all'ora $t$, considerando regolati i due orologi se il ritardo $t$ rappresenta la durata della trasmissione. Infatti – continua il Poincaré – gli orologi delle due stazioni segneranno la stessa ora allo stesso istante fisico, ma purchè le due stazioni siano fisse. «Nel caso contrario, la durata della trasmissione non sarà la stessa nei due sensi, giacchè la stazione A, per esempio, va incontro alla perturbazione ottica emanata da B, mentre la stazione B fugge davanti alla perturbazione emanata da A. Gli orologi regolati in quel modo non segneranno dunque il tempo vero ma ciò che si può chiamare il tempo locale, sicchè uno di essi ritarderà sull'altro».

Risulta dai giudizi precedenti che l'Einstein non ha fatto, in fondo, che considerare il tempo locale del Lorentz come l'unico tempo ammissibile dal punto di vista fisico.

Nell'ultima nota al paragrafo 89 del *Versuch* (ed. 1906, p. 122, n. 2), il Lorentz dichiara che G. F. Fitz-Gerald gli ha comunicato di avere esposta l'ipotesi della contrazione da lungo tempo nelle sue lezioni. Il Lorentz però ne ebbe la prima notizia da uno scritto di O. Lodge: *Aberration problems, Transactions Royal Society* di Londra, 184 A (1893), p. 794 e 750. Il Lodge parlò dell'ipotesi del Fitz-Gerald anche in *The Aether of Space,* Londra, Harper and Brothers, 1909, p. 65, e traduzione tedesca di Hilde Barkhausen, Braunschweig, Fr. Vieweg, 1911, p. 45; in *Sur les électrons*, traduzione di É. Nugues e J. Péridier, Parigi, Gauthier-Villars, 1906, p. 145 e altrove. Però l'articolo di Fitz-Gerald del 1883 citato da J. Laub (*Jahrbuch der Radioaktivitäts u. Elektronik*, 1910, p. 406, n. 38) e dal Chwolson (*Traité de physique*, Hermann, 1914, t. V, 1. fascicolo, p. 264) non si riferisce alla contrazione. Per la quistione di priorità, il giudizio più giusto ci sembra quello dato dal Lodge nel libretto sugli elettroni: «Quest'ipotesi [l'ipotesi della contrazione] divenne una teoria definita che dette risultati importanti quando Lorentz mostrò che nella teoria elettrica della materia (o anche senza supporre che tutta l'inerzia della materia sia elettrica, giacchè il risultato non è una quistione d'inerzia ma di sforzi statici) non solamente tale cambiamento è dell'ordine di grandezza di quello scoperto da Fitz-Gerald, ma che è precisamente uguale a quello che è necessario per interpretare il risultato negativo dell'esperienza di Michelson». La priorità del Fitz-Gerald è, in altri termini, quasi del tutto materiale.

Il Poincaré nella *Valeur de la science* (cap. 9°, p, 202) dice che si potrebbe sostituire all'ipotesi di Lorentz e Fitz-Gerald «un'ipotesi più semplice e più naturale». «Si potrebbe immaginare, per esempio, che è l'etere che si modifica quando si trovi in moto relativo rispetto al mezzo materiale che lo penetri e che quando sia così modificato non trasmetta più le perturbazioni con la stessa velocità in tutti i sensi, ma più rapidamente quelle che si propaghino parallelamente al movimento del mezzo, sia nello stesso senso che in quello contrario, e meno rapidamente quelle che si propaghino perpendicolarmente. Le superficie d'onda non sarebbero più sfere ma ellissoidi e così si potrebbe fare a meno di questa straordinaria contrazione di tutti i corpi».

In fondo l'ipotesi sostenuta qui dal Poincaré equivale ad ammettere la contrazione dell'etere invece che della materia. Un'anisotropia dell'etere è stata ammessa anche dal Birkeland (*Philosophical Magazine*, vol. 37, 1919, p. 150) per spiegare l'esito negativo dell'esperienza di Michelson.

Sul primo postulato della teoria di Einstein sono molto interessanti le osservazioni che ha fatto il Lorentz nell'articolo degli *Acta mathematica* e che aveva in parte fatto fin dal 1909 (ultimo paragrafo di *The theory of electrons*). Il Lorentz dice che, nella sua memoria del 1904: *Fenomeni elettromagnetici*, ecc., egli non era riuscito a ottenere l'invarianza esatta delle sue equazioni, giacchè nelle sue formole restavano dei termini che non era riuscito a eliminare. «Questi termini erano troppo piccoli per avere un'influenza sensibile sui fenomeni e io potevo dunque spiegare l'indipendenza dal movimento della terra che le esperienze (*les observations*) avevano rivelato, ma io non ho stabilito il principio di relatività come rigorosamente e universalmente vero.

Poincarè, al contrario, ha ottenuto un'invarianza perfetta delle equazioni dell'elettrodinamica e ha formulato il «postulato di relatività», espressione impiegata da lui per il primo».

QUANTO ALLA FORMOLA DI LORENTZ-LORENZ che lega l'indice di rifrazione e la densità dei corpi, la priorità, a volere stare alle date, sarebbe del nostro Lorentz, il quale, come s'è visto, la dimostrò nel 1878, mentre L. Lorenz la dimostrò nella memoria *Ueber die Refraktionskonstante*, pubblicata negli *Annalen der Physik u. Chemie*, t. XI, 1880, p. 70. Ma in realtà è giusto che la formola sia intitolata a tutt'e due i fisici, perchè essi vi arrivarono indipendentemente e con considerazioni diverse.

IL SOMIGLIANA ha iniziato (*Rendiconti Lincei*, 1° semestre 1922, p. 409) un'elegante discussione sulla trasformazione di Lorentz a proposito della memoria: *Ueber das Dopplersche Prinzip* di W. Voigt, pubblicata nei *Göttinger Nachrichten* (1887, p. 41) e ristampata nella *Physikalische Zeitschrift*, (1915, p. 381). Alla discussione hanno finora partecipato G. A. Maggi (*Rendiconti Lincei,* 1° semestre 1923, p. 196) e Paolo Straneo (ib. p. 118, 231 e 607).

È bene osservare che il Lorentz ha riconosciuto la priorità del Voigt oltre che nel volume 38, già citato, degli *Acta mathematica*, come ricorda il Somigliana, anche a p. 198, nota 1, di *The theory of electrons*, edizione 1909; che inoltre la memoria del Voigt è citata dal Minkowski in una nota di *Spazio e Tempo*; e che infine R. Schachenmeier, recensendo la ristampa della memoria del Voigt (*Beiblätter*, vol. 40, 1916, p. 98) dice che, con questa memoria, il Voigt precorre la teoria della relatività perchè vi formula chiaramente «la così detta trasformazione di Lorentz».

La priorità del Voigt è innegabile, ma non sarà male tener presente col Marcolongo (*Relatività*, 2ª edizione, p. 73) che l'importanza capitale della famosa trasformazione per le teorie elettrodinamiche è stata riconosciuta principalmente dal Lorentz al quale quindi non è immeritato nè ingiusto che sia intitolata. Del Voigt il Marcolongo cita anche la memoria: *Theorie des Lichtes für bewegte Medien*, pubblicata anch'essa nei *Göttinger Nachrichten* del 1887 (p. 177).

A QUANTO CI RISULTA, finora soltanto uno scritto del grande olandese era stato pubblicato in italiano: *Sugli elettroni positivi e negativi* nell'«*Elettricista*» di Roma, *1907, p. 166.*

È annunziata la traduzione italiana, a cura di R. Contu e T. Bembo, dei *Fenomeni elettromagnetici in un sistema ecc*. Ci auguriamo che siano presto tradotti anche il *Versuch* e *The theory of electrons*, e possibilmente, i tre articoli dell'*Encyklopedie*.

LE CONSIDÉRATIONS ELÉMENTAIRES SUR LE PRINCIPE DE RELATIVITÉ da noi tradotte sono state pubblicate nella *Revue générale des sciences pures et appliquées* di Parigi, anno 25°, n. 5 (15 marzo 1914), p. 179 e nel fascicolo 5° (maggio 1914) del *Radium* di Parigi, p. 142.

Lo scritto originale, come fu pubblicato dalla *Revue générale des sciences*, era preceduto dalle seguenti parole, soppresse anche dal *Radium*:

«In quest'articolo che la redazione mi ha fatto l'onore di chiedermi non entrerò in una discussione approfondita del principio importante che la fisica deve ad Einstein e delle conseguenze che se ne possono dedurre, ma mi limiterò ad alcuni problemi molto semplici che possono servire d'introduzione alla teoria generale».

Lo scopo che il L. si è proposto nello scrivere queste *Considerazioni* è stato pienamente raggiunto non solo per la chiarezza e l'eleganza veramente classiche dell'esposizione, ma soprattutto perchè, avendo egli conservato il concetto dell'etere, ha potuto evitare del tutto quei catastrofismi che rendono tanto ostica ai più la teoria di Einstein.