Ettore Bortolotti

La storia della matematica nella università di Bologna

Questo e-book è stato realizzato anche grazie al sostegno di:

E-text

Web design, Editoria, Multimedia

(pubblica il tuo libro, o crea il tuo sito con E-text!)

http://www.e-text.it/

QUESTO E-BOOK:

TITOLO: La storia della matematica nella università di Bologna
AUTORE: Bortolotti, Ettore
TRADUTTORE:
CURATORE:
NOTE:
CODICE ISBN E-BOOK: n. d.

COPERTINA: n. d.

TRATTO DA: La storia della matematica nella Università di Bologna / Ettore Bortolotti. - Bologna : Nicola Zanichelli, 1947. - 226 p. ; 21 cm.

CODICE ISBN FONTE: n. d.

1a EDIZIONE ELETTRONICA DEL: 24 ottobre 2018

INDICE DI AFFIDABILITÀ: 1

0: affidabilità bassa
1: affidabilità standard
2: affidabilità buona
3: affidabilità ottima

SOGGETTO:
MAT015000 MATEMATICA / Storia e Filosofia

DIGITALIZZAZIONE:
Paolo Alberti, paoloalberti@iol.it

REVISIONE:
Roberto Rogai

IMPAGINAZIONE:
Paolo Alberti, paoloalberti@iol.it

PUBBLICAZIONE:
Catia Righi, catia_righi@tin.it

Liber Liber

Se questo libro ti è piaciuto, aiutaci a realizzarne altri. Fai una donazione: http://www.liberliber.it/online/aiuta/.

Scopri sul sito Internet di Liber Liber ciò che stiamo realizzando: migliaia di ebook gratuiti in edizione integrale, audiolibri, brani musicali con licenza libera, video e tanto altro: http://www.liberliber.it/.

Indice

ETTORE BORTOLOTTI

LA

STORIA DELLA MATEMATICA

NELLA UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

INTRODUZIONE

In un «*Primo periodo*», che comprende i secoli XII-XV, la *Matematica* apparisce nei Rotuli del nostro Studio, come ancella della *Astrologia,* e viene coltivata dai *Maestri d'abbaco*, che leggono Aritmetica e Geometria a scopi essenzialmente utilitarii, ma con indirizzi superiori nel campo della *risoluzione algebrica di problemi riducibili al secondo grado,* e della *Applicazione dell'Algebra a questioni geometriche*.

In questo campo, e nella *Teoria dei radicali*, non solo essi riacquistarono ciò che dagli antichi e dagli arabi era stato ritrovato, ma seppero aggiungere notevoli sviluppi, che apprestarono un ambiente scientifico, dove, nel «*Secondo periodo*», che comprende tutto il secolo XVI, i matematici bolognesi riescirono a superare d'un balzo l'ostacolo che da più di cinque millenni incombeva su la scienza dei numeri: SCIPIONE DAL FERRO trovava la soluzione algebrica delle equazioni e dei problemi del 3° grado; LUDOVICO FERRARI estendeva al quarto grado la risoluzione del DAL FERRO; GEROLAMO CARDANO riduceva a teoria quelle scoperte, colla pubblicazione della *Ars Magna,* opera insigne, dalla quale può farsi cominciare l'èra moderna nella storia della Matematica: infine RAFFAELE BOMBELLI, colla introduzione degli *immaginari*, e colla pubblicazione della sua «*Opera d'Algebra*», stabiliva il campo di validità delle nuove teorie e faceva manifesto l'intimo legame fra le successive estensioni del concetto di numero e le corrispondenti generalizzazioni delle teorie matematiche.

Tutti gli autori che abbiamo nominato furono bolognesi, o lettori del nostro Studio. La storia della Matematica bolognese, nel secolo XVI, in cui essi vissero, è per molti riguardi, anche storia universale di quella scienza.

Il «*Terzo periodo*», che comprende tutto il secolo XVII, è caratterizzato dalla introduzione nella Scienza dei concetti di *infinito,* di *infinitesimo* e di *limite.* Questi concetti sono certamente impliciti nei procedimenti di dicotomia, e nelle applicazioni del *metodo di exaustione* degli antichi; ma gli antichi non seppero elevarsi al di là del sensibile, in una scienza di puro raziocinio.

In opposizione alla scuola aristotelica, allora dominante, GALILEO per primo osava sostenere la validità di procedimenti infiniti, ed EVANGELISTA TORRICELLI, seguendo le orme del maestro, *sommava gli infiniti termini delle progressioni geometriche decrescenti*; PIETRO MENGOLI, nelle suo «*Quadrature aritmetiche*», con più ampio respiro *considerava le serie convergenti come rappresentazioni effettive di quantità non esprimibili con numeri*; PIETRO ANTONIO CATALDI *rappresentava il valor numerico vero di irrazionalità quadratiche come somma di infiniti termini*, o come *ultimo elemento di un algoritmo infinito da lui creato:* «*la frazione continua*».

Alle considerazioni dell'infinito e del limite nel campo numerico, essenzialmente discontinuo, faceva riscontro la considerazione dell'*infinitesimo* negli *elementi primordiali* (*indivisibili*) *della grandezza continua*, e *dell'infinito nella loro totalità*. In questo campo primeggia la figura di BONAVENTURA CAVALIERI: la sua «*Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*», preludia all'odierno Calcolo differenziale ed integrale. I fondamenti della Analisi infinitesimale moderna sono arditamente concepiti e genialmente sviluppati nelle *Opere geometriche di Evangelista Torricelli*; e la «*Geometria speciosa*» di PIETRO MENGOLI precorre CAUCHY nella concezione e nella definizione di *integrale definito*.

Il «*Quarto Periodo*», che comprende tutto il secolo XVIII, è periodo di raccoglimento, di comprensione sotto l'unico punto di vista delle *applicazioni pratiche*, del materiale scientifico accumulato nei secoli passati. L'Università di Bologna acquista un nuovo membro nell'«*Istituto marsigliano delle Scienze*», ad essa aggregato, che integra l'insegnamento dogmatico, tradizionale nel nostro Studio, con una *Istituzione di Scienza sperimentale* dotata del più copioso materiale scientifico che a quei tempi fosse dato di poter raccogliere. A presidio della Scienza pura sta l'«*Accademia delle Scienze dell'Istituto*», ma i più nobili ingegni che fioriscono in quel periodo, sono volti al progresso delle Scienze di applicazione, meglio che alla pura astrazione scientifica: la *Chimica,* le *Scienze naturali*, la *Fisica*, l'*Astronomia*, la *Medicina*... trovano nelle sale dell'Istituto l'ambiente idoneo, e nei maestri, il più ampio eclettismo di vedute e di metodi.

Il «*Quinto Periodo*» comprende l'*epoca napoleonica e la susseguente restaurazione pontificia*. «La storia della matematica in questo periodo (scrisse il Brioschi) è così strettamente legata a quella delle nostre Accademie scientifiche, che soltanto frugando con diligenza negli Atti della Società dei XL, in quelli delle Accademie di Torino, di Bologna,... possiamo formarci un esatto concetto del fiorire di questi studi in quell'epoca». L'Università moderna, le scuole medie, le scuole speciali,... sorgevano allora dal caos delle molteplici istituzioni medioevali.

Quelle nuove istituzioni si affermavano e si sviluppavano mercè la costituzione di un Corpo, il quale, avendo raccolto nel suo seno quelli fra i dotti ed i funzionari che avevano maggior fama per sapienza e per senno politico, ed essendo munito di ampia facoltà di operare, poteva agire come *consulta permanente presso il Governo*, e come *organo direttivo presso le Istituzioni locali*. Tal fu appunto «*L'Istituto Nazionale*», diretta continuazione della *Accademia delle Scienze dell'Istituto marsigliano*. E gli eclettici bolognesi fornirono i più eletti esemplari dei dotti, chiamati a far parte di tale Istituto, che ebbe sede in Bologna fin che ebbe vita, cioè fino al 1810.

Il *Periodo pontificio* della Università bolognese, è periodo di progressiva decadenza. I migliori fra gli insegnanti che in essa professarono, furono quelli a lei trasmessi dal periodo napoleonico, che in gran parte furono conservati; ma, a mano mano che le cattedre si facevano vacanti, si chiamarono persone la cui scelta era determinata da considerazioni di ordine politico, meglio che da fama scientifica. Si ebbero così insegnanti devoti al dovere, ma che, in generale, non ebbero nome nella Scienza, e l'Università pontificia assunse carattere piuttosto professionale, che scientifico.

Ma, col mutare delle condizioni politiche, mutava con esse l'ordinamento degli Studi: si iniziava un «*nuovo periodo*» nella Università bolognese.

Venne fra noi chi seppe far rinascere l'amore per gli studi matematici, e sollevare la nostra scuola dall'abiezione in cui giaceva ai più alti fastigi. Fu questi LUIGI CREMONA, grande come scienziato, grandissimo come fondatore della nuova scuola matematica italiana. Lo Studio di Bologna ebbe la fortuna di ospitarlo nel momento più delicato, quando avveniva il trapasso dal vecchio al nuovo nel Reggimento politico e negli ordinamenti scientifici. Nel tempo di sua permanenza in Bologna, il CREMONA aveva a collega nello Studio un altro dei grandi matematici italiani, che furono instauratori di nuova scienza: EUGENIO BELTRAMI. Ma, dal 1873, LUIGI CREMONA ed EUGENIO BELTRAMI, furono entrambi chiamati a Roma, e solo nel 1870 la nostra scuola matematica potè dirsi *completa nella totalità delle cattedre richieste per il conferimento della laurea,* e nella *costituzione di un Corpo di scienziati, che diedero ad essa impronta imperitura.*

In quello stesso anno venivano fra noi SALVATORE PINCHERLE, CESARE ARZELÀ, LUIGI DONATI, i primi due per le matematiche pure, l'altro per la fisica matematica. Si fecero tutti cittadini bolognesi, e qui rimasero fin che ebbero vita. I loro nomi sono intimamente legati alla nostra scuola.

CAPITOLO PRIMO

IL RITORNO DELLA SCIENZA ANTICA ED I PRODROMI DELLA MODERNA

§ I.
Il rinascimento delle Arti come preludio alla rinascita della Scienza.

1. – Gli antichi consideravano come vera Scienza solo quella che ha in vista la ricerca astratta del vero, fatta per puro sforzo di raziocinio, senza alcun rapporto colle contingenze materiali della vita. Ma tale certamente non era la Scienza matematica al suo primo rifiorire, nei nostri Comuni, dopo le tenebre medioevali.

Troviamo invece contrassegni evidenti di una Scienza più modesta, «*di minor guisa*», affidata a maestri d'arte: gente di popolo che viveva fra il popolo, e volgeva la sua opera alla soluzione di questioni inerenti all'esercizio delle professioni, od alle contingenze della vita civile.

Dalla esperienza, meglio che dal raziocinio, si ricavavano norme, precetti, metodi che, trasmessi per tradizione orale di generazione in generazione, nell'esempio numerico particolare esprimevano il precetto universale.

Tali collezioni ricordano quelle che gli antichissimi egizii ci hanno tramandato nei loro papiri, ed, i babilonesi, nei testi incisi in tavolette di ceramica; molte delle norme (anche se difettose) contenute in quegli antichissimi prototipi, le troviamo conservate e ripetute anche in manuali composti in tempi a noi più vicini.

2. – Quella matematica di minor guisa a lungo permane, anche in periodi di decadenza: le Arti del navigare, del fabbricare, del tessere, della fusione e della lavorazione dei metalli,... non furono tralasciate, nemmeno nei tempi più tristi del nostro medioevo; ed all'esercizio di tali Arti occorreva il possesso del computo aritmetico e dei primi rudimenti di geometria. Non mancarono perciò, in ogni tempo, scuole e maestri di *Arti liberali*, e la diffusione della cultura seguiva dappresso il progredire delle condizioni sociali ed economiche degli uomini.

Si ha infatti notizia di scuole di *Arti liberali* che nella nostra città già esistevano nel secolo XII, e, nel XIII, prima ancora di essere salite ai fastigi universitari, avevano acquistato fama non inferiore a quella delle scuole di Leggi del nostro Studio.

Di ciò ci ha dato prove non dubbie il prof. SORBELLI nella sua *Storia dell'Università di Bologna* (vol. I, p. 16). Ricorderò solo che IRNERIO fu insegnante «in artibus» nella nostra Università (p. 37), che INNOCENZO III, uomo di acuto ingegno e di profonda dottrina, uno dei pontefici cui più deve il rifiorire degli studi sacri e profani, fu scolaro a Bologna, ed agli studenti di quello Studio indirizzava le Decretali che egli aveva pubblicato, fino all'anno XII del suo pontificato.

Il pontefice ONORIO III (1216-1227), in una delle sue lettere riportata dal P. SARTI (Parte 2ª, p. 57), parlando coi bolognesi rammenta loro che la loro città «oltre agli altri infiniti vantaggi che ne traeva, per lo studio delle Scienze era divenuta sopra le altre famosa, e per tutto il mondo ne era celebre il nome,... che da essa uscivano i condottieri destinati a reggere il popolo di Dio, che essa, finalmente, dal picciol stato in cui era dapprima, pel concorso degli stranieri, era venuta in grandi ricchezze, e superava oramai tutte le altre città di quella regione».

La *raccolta di Decretali in un Corpo di Giurisprudenza,* fatta per ordine di papa GREGORIO IX (successore di ONORIO III), da *Raimondo da Pennafort* (che era stato scolaro a Bologna), fu da quel pontefice indirizzata alla Università di Bologna con una lettera nella quale fra altro si dice: «...propter studium quod est Bononiae communius et generalius, praecipue in utroque jure et quasi de omnibus partibus mundi sunt studentes, ideo potius Bononiae diriguntur.»

«Dalle monarchie del mezzogiorno venivano scolari e tornavano maestri i longobardi di Benevento ed il *gran Segretario Pier delle Vigne*»[1], e Federigo II commentava a quegli illustri maestri (dello Studio bolognese) le opere sulla filosofia e la Scienza matematica, che egli aveva appositamente fatto tradurre in latino dagli originali greci ed arabici, contenuti nella sua libreria[2].

---

1 Cfr. Dallari, *I rotuli dei lettori legisti ed artisti dello Studio di Bologna*, vol. IV, Prefazione, p. VIII. Tiraboschi, *Storia della Letteratura italiana*, Tomo IV, Parte I, Lib. II, Cap. I, § 7. Nella edizione di Venezia del 1823, a p. 26.

2 Cfr. Muratori, *Antichità italiane*, vol. III, Diss. 44, p. 29. – Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, vol. II (1900), p. 7.

[Mittit magistris et scholaribus Bononiensibus libros Aristotelis, de Graeco et arabico in Latinum per eum noviter translatos.]

In extollendis regie prefecture fastigijs, quibus congruenter officia, leges et arma communicant, necessaria fore credimus scientie condimenta, ne per huius mundi suaves et mulcebres semitas, nube ignorantie commiscente, vires ultra licitos terminos effrenate lasciviant, et justitia circa debiti regulas diminuta languescat. Hinc nos profecto, qui divina largitione populis presidemus, generali qua omnes homines naturaliter scire desiderant, et speciali, qua gaudent aliqui, utilitate proficere, antesuscepta nostri regiminis onera, semper a iuventute nostra quaesivimus, formam eius indesinenter amavimus, et in odore unguentorum suorum semper aspiravimus indefesse. Post regni vero nostri curas assumptas, quamquam operosa frequenter negociorum turba nos distrahat, et civilis sibi ratio vendicet solicitudinis nostre partes, quidquid tamen temporis de rerum familiarium occupatione decerpimus, transire non patimur otiosum, sed totum in lectionis exercitatione gratuite libenter expendimus, ut anime clarius vigeat instrumentum in acquisitione scientie sine qua mortalium vita non regitur

§ II.
La cattedra di Astrologia.

1. – Nei Rotuli del nostro Studio la matematica speculativa è, per tutto il primo periodo, confinata nella *cattedra di Astrologia*, dove gli Statuti del 1405 prescri-

---

liberaliter. Dum librorum ergo volumina, quorum multifarie, multisque modis distincta chirographa, nostrarum armaria divitiarum locupletant, sedula meditatione revolvimus, et accurata contemplatione pensamus, compilationes variae ab Aristotele, alijsque philosophis, sub grecis arabicisque vocabulis antiquitus edite, in sermocinalibus et mathematicis disciplinis nostris aliquando sensibus occurrerunt. Quas adhuc originalium dictionum ordinatione consertas et vetustarum vestium, quas eis etas prima concesserat, operimento contectas, vel hominis defectus aut operis, ad latine lingue notitiam non perduxit. Volentes igitur ut veneranda tantorum operum simul authoritas, apud nos non absque commodis communibus, vocis organo traducere innotescat, ea per viros electos et in utriusque lingue prolatione peritos instauter iussimus, verborum fideliter servata virginitate, transferri.

Quia vero scientiarum generosa possessio in plures dispersa non deperit, et distributa per partes minorationis detrimenta non sentit: sed eo diuturnius perpetuata senescit quo publicata fecundius se diffundit: huiusmodi celare laboris emolumenta nolumus, nec estimavimus nos eadem retinere iucundum, nisi tanti boni nobiscum alios participes faceremus. Considerantes verumtamen, quorum conspectibus, quorumque iudicijs operis cepti primitie possent detentius deputari, ecce vobis potissime, velut philosophie preclaris alumnis, de quorum pectoribus promptuaria piena fluunt, libros aliquos, quos curiosum studium translatorum lingua non potuit fidelis instruere, consulte providimus presentandos vel destinandos. Vos igitur viri, qui de cisternis veteribus aquas novas vono la lettura dei *primi tre libri degli Elementi di Euclide*, e delle *Sferiche di Theodosio*, oltre all'*Algoritmo de minutis et integris*, che è un trattatello elementare di aritmetica secondo l'algoritmo, cioè secondo la numerazione posizionale arabica[3].

Tutti insieme comprendono le nozioni strettamente

---

prudenter educitis, qui fluenta melliflua sitientibus labijs propinatis, libros ipsos, tamquam exennium amici Cesaris, gratanter accipite et ipsos antiquis philosophorum operibus, qui vocis vostre ministerijs reviviscunt, quorumque nutritis famam, dum dogmata sternitis sapienter, ut expedit, aggregantes eo in auditorio vestro, in quo gratia virtutum fructificat, erroris rubigo consumitur et latentis scripture varietas aperitur, cum mittentis favore commoniti, tum clari transmissi operis meritis persuasi, ad communem utilitatem studentium et evidentis fame nostre preconium publicetis.

Questa interessantissima lettera fu già edita a Basilea nel 1566 nell'opera: *Epistolarum Petri de Vineis, cancellarii quondam Friderici II imperatoris libri*, Lib. III, cap. 57, pp. 503-506. Una edizione assai migliorata ne diede Joh. Rud. Iselius, pure a Basilea nel 1740, con titolo del tutto simile, alle pp. 492-494 del vol. I. Fu poi accuratamente pubblicata di su i manoscritti da A. Huillard-Breholles nella *Vie et correspondance de Pierre de la Vigne*, Paris, 1864. Più recentemente è stata ristampata nella seconda edizione di Sarti e Fattorini, *De claris Archigymnasii bononiensis professoribus* (Bologna, 1888) a cura di C. Malagola e C. Albicini, vol. II, pp. 239-240, e a questa ci siamo scrupolosamente attenuti.

3 Gli Statuti di Medicina ed Arti del 1405 (*Statuti delle Università e dei Collegi dello Studio bolognese*, pubblicati da Carlo Malagola, Bologna 1888), alla Rub. 78, p. 276, per la lettura di Astrologia prescrivevano:

«In astrologia in primo anno primo legantur algorismi de mi-necessarie alla pratica della Astrologia; ma considerate da un punto di vista abbastanza elevato, che non trascura l'indirizzo speculativo cui si ispirano i libri di Euclide.

L'*Astrologia*, dottrina o scienza degli astri, studia la influenza dei fenomeni celesti sui fenomeni terrestri, per trarne cognizioni od indizi sopra avvenimenti futuri.

Alla pratica della Astrologia occorre anzitutto conoscere le leggi del cammino apparente degli astri, al fine di poter determinare le relative posizioni di essi nel fir-

---

nutis et integris, quibus lectis, legatur primus geumetrie Euclidis cum commento Campani. Quo lecto, legantur tabule Alfonsi cum canonibus (le tavole alfonsine coi canoni di Giovanni di Sassonia). Quibus lectis, legatur theorica planetarum.

In secundo anno primo legatur tractatus de sphera, quo lecto, legatur secundus geumetrie Euclidis, quo lecto, legantur canones super tabulis de linerijs (regole date da Giovanni de Linerijs per l'uso delle tavole astronomiche per la determinazione dei moti celesti), quibus lectis, legatur tractatus astrolabij Messachale.

In tertio anno, primo legatur Alkabicius (è il «*Librum de principijs astrologie*», di ALCABICIO), quo lecto, legatur Centiloquium Ptolomej cum commento haly (aforismi appartenenti alla giudiziaria, come vi appartiene il quadripartitus pure di TOLOMEO), quo lecto legatur tertio geumetrie, quo lecto, legatur tractatus quadrantis.

In quarto anno primo legatur quadripartitus totus, quo lecto, legatur liber de urina non visa. Quo lecto, legatur dictio tertia almagesti.

Dictis annis completis, et completis dictis libri in dicto termine, fiat circulus et redeatur ad lecturam primi anni postea ad lecturam secundi anni, et sic per ordinem.»

mamento, in ogni assegnato istante del tempo presente, passato o futuro. Ciò ora può farsi col sussidio di una scienza nobilissima: l'«*Astronomia matematica*»; ma le origini della Astrologia risalgono a tempi antichissimi, nei quali non si poteva verificare la corrispondenza fra i fenomeni celesti e le predizioni fatte circa gli avvenimenti terreni, se non colla diretta osservazione.

2. – Una lunga esperienza aveva però fatto conoscere che, nel riprodursi dei fenomeni celesti, vi era qualche norma riducibile a leggi e regole più o meno semplici, e che la comprensione di quelle leggi poteva liberare l'astrologo dalla osservazione diretta ed immediata del fenomeno celeste, cui il presagio doveva corrispondere. Invece che sulla osservazione, gli astrologi cominciarono allora a fondare le loro previsioni sul calcolo.

E, per evitare volta per volta la effettiva esecuzione di calcoli fastidiosi, si costruirono effemeridi; tavole che, per un assegnato lasso di tempo, determinano le caratteristiche dei fenomeni celesti che di giorno in giorno si presentano.

L'influenza dei fenomeni celesti su le cose terrene certamente esiste e produce effetti di varia natura: meccanici (come le maree), energetici, calorifici, luminosi,... che agiscono sui fenomeni meteorologici, e sulla vita delle piante e degli animali... . I principii da cui muove l'Astrologia sono dunque fondati sopra fatti che ogni giorno osserviamo, ma le deduzioni che da questi si vollero ricavare per il presagio di avvenimenti futuri, ove mancava il sussidio della esperienza sopra fatti naturali e tangibili, si affidarono ad illusorie credenze nel sopra-naturale, nel mistico, in tutto ciò che sfugge al controllo dei sensi ed alle deduzioni del raziocinio.

Si credette che dalla mutua distribuzione degli astri e dalla natura dei loro movimenti, dipendessero non solo gli avvenimenti fisici, ma anche la disposizione degli animi, le azioni degli uomini, la sorte, il destino, la mala o buona fortuna,... in relazione con la mistica natura di una forza che circola e si espande sopra tutto ciò che circonda la terra, e gli animali, e le piante che nascono dalla terra.

Si crearono leggi generali, col ravvisare immaginarie corrispondenze di causa ad effetto nella eventuale contemporaneità di fatti osservati, e tali leggi si raccolsero in manuali che servivano alla costruzione degli oroscopi.

3. – Presso i greci tali credenze penetrarono anche nella mente dei sapienti: ARISTOTELE poneva nei cieli il primo motore di tutte le cose terrene, TOLOMEO dedicava alla Astrologia due delle sue opere: il *Centiloquio* ed il *Quadripartito.* Anche i romani vi prestarono fede, specialmente sotto l'impero, quando la scienza greca e l'orientale si diffusero nel mondo latino. Maggiore sviluppo ebbe l'Astrologia presso gli arabi, e grande diffusione prese fra noi, durante il rinascimento.

Considerata come primario insegnamento, necessario a tutte le scienze, l'*Astrologia* ebbe cattedra negli studi universitari. Gli statuti della nostra Università degli artisti del 1405, alla Rub. 60; p. 264, prescrivevano: «....Quod doctor electus ad salarium ad legendum in Astrologia, teneatur iudicia dare gratis scolaribus dicte Universitatis infra unum mensem postquam fuerint postulata, et etiam singulariter iudicium annj in scriptis ponere ad stationem Bidellorum, et etiam.... debeat quolibet anno disputare duas questiones in astrologia et eas determinare infra octo dies a die dicte disputationis...».

Anche nei Rotuli era palesamente espresso l'obbligo, per il lettore di Astrologia (o, come si disse più tardi di Astronomia, – ma era sempre la stessa materia –) di fare ogni anno il *giudizio* ed il *tacuino*; cioè il pronostico annuale e l'almanacco coll'aspetto ed il moto dei pianeti.

E ciò, non solo nell'oscuro medioevo: il celebre Bonaventura Cavalieri, inventore e costruttore della *Teoria degli indivisibili*, chiamato alla cattedra di Astronomia nell'anno 1629-1630, benchè non avesse fede nella Astrologia giudiziaria, dovette studiare i vari modi di fare le *direzioni*, cioè gli *oroscopi*, per mettersi in grado di poterli spiegare agli scolari. E come compendio di tali studi, componeva l'opuscolo: «*Nuova pratica astrologica, di fare le direttioni secondo la via Rationale, e conforme ancora al fondamento di Kepplero per via di logaritmi*» (Bologna 1639) a conclusione del quale scriveva: «La probabilità poi di questo modo di diriger come che sia dal Kepplero confermata con dire che questo sia una mistura e un compendio di tutti gli altri modi, tenuti fin ora nel fare le Direttioni, e che possi essere autenticato singolarmente dalla Filosofia Pitagorica; parmi però molto ragionevole che la riconosciamo principalmente dalla esperienza, vero paragone della verità. Onde potranno li studiosi di quest'Arte con dilettevole trattenimento, e con non molta fatica, essendo questo modo assai facile, tentare di vedere in fatti se questa applaudesse forsi a questo più che a gli altri, *per sodisfare in parte al nostro infinito desiderio di sapere il futuro, o perchè almeno da tanti modi, ritrovati da noi tutti fallaci e vani, resti in parte rintuzzato il nostro orgoglio e la nostra arroganza, che pretendiamo così alto privilegio, conoscendosi essere questa facoltà propria d'Iddio, mentre disse Isaia al Cap. 41: 'Annuntiate, qua ventura sunt in futurum, et sciemus quia Dij estis vos'.*»

E, *fino all'ultimo Rotulo del nostro Studio*, quello pubblicato nel 1799, *troviamo costantemente assegnata la lettura di Astrologia colla espressa indicazione:* «*Conficiat tacuinum astronomicum ad medicinae usum*».

Alla lettura di Astrologia erano chiamati sia coloro che facevano professione di tale materia, che i matematici ed i filosofi; ma, in prevalenza, i medici; e lo svolgimento della materia, l'indirizzo dell'insegnamento dipendeva dalle speciali attitudini del lettore; ma sempre, come si è detto, l'ufficio dei pronostici annuali e dell'almanacco era affidato al lettore di Astrologia (o ad uno dei lettori di Astrologia, quando se ne aveva più di uno, od a quello di matematica, se era vacante la cattedra di Astrologia).

4. – Nonostante i pregiudizii che la infirmavano, l'Astrologia ha avuto una grandissima importanza sulla conservazione della scienza antica e lo sviluppo della moderna. La necessità di conoscere la posizione degli astri in un dato momento, ha richiesto l'assidua osservazione astronomica ed il continuo perfezionamento degli strumenti; e la ricerca delle leggi che ne regolano il moto apparente, ha promosso tutti i rami della matematica pura ed applicata. La meccanica celeste non solo si giova dei più sottili, dei più possenti sussidi analitici, ma promuove sempre nuovi e più elevati sviluppi. E, senza staccarci dagli elementi, ricorderemo che la trigonometria è nata dalla Astrologia, ed il nostro CAVALIERI dimostrava la opportunità dell'uso dei logaritmi, nella costruzione delle tavole astrologiche.

Aggiungo che, sia nella antichità che nel medioevo, i Principi regnanti regolavano tutte le loro azioni sul responso degli astrologi, ed a gara costruivano osservatori astronomici, e li dotavano dei più perfezionati apparecchi. Le devastazioni delle guerre rispettavano le specole, le classi degli astrologi passavano, senza gravi turbamenti, dalla corte del vinto a quella del vincitore: così non tutta la scienza periva, e nella pratica dell'Astrologia si conservavano i germi di un futuro rinascimento.

La fama di cui ha goduto la Università degli Artisti del nostro Studio, era, nei primi secoli principalmente, dovuta alla fama dei nostri astrologi, i quali (per la massima parte anche dotti cultori di vera scienza) erano portati ad operare assai oltre gli obblighi registrati nei Rotuli, od imposti dagli Statuti.

§ III.
Cenni biografici di alcuni fra i più reputati astrologi del nostro Studio.

1. – Guido Bonatti (sec. XIII) fu il più celebre fra gli astrologi del suo tempo, ed è il primo che ci abbia lasciato un trattato dove, ai vaneggiamenti astrologici, si trovi aggiunta quella scienza che allora potevasi avere. Tale trattato al tempo del rinascimento ebbe gran voga, fu dei primi ad essere stampato ed ebbe tre successive edizioni (1491, 1506, 1550)[4].

Bonatti si proclama cittadino di Forlì, ma pare che sia nato in Toscana od in Umbria. F. Villani dice che suo padre esercitava a Cascia professione di notaio. È ignoto l'anno di sua nascita.

Nel 1233 egli era a Bologna e disputava sopra argomenti astrologici col celebre frate domenicano Giovanni da Vicenza. Pare che a Bologna egli abbia fatto i suoi

4 Cfr. B. Baldi, *Vite inedite di matematici italiani*, pubblicate da E. Narducci. «Bull. Boncompagni», vol. XIX, 1887. – G. Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie*. Tome II, p. 54-57. – G. Tiraboschi, *Storia della letteratura italiana*, Tomo IV, Parte I, Lib. II, Cap. II, XIV. – P. Duhem, *Le système du Monde*, Tomo IV, Parigi 1916, p. 188 e sgg. - [nota per l'edizione elettronica Manuzio]: *La presente nota non è richiamata in alcun punto del testo di riferimento. La collocazione qui è da ritenersi ipotetica.*

studi di astrologia, materia che quivi era particolarmente apprezzata, e coltivata con successo.

GUIDO BONATTI fu successivamente astrologo di EZELINO DA ROMANO, di GUIDO DA MONTEFELTRO, della repubblica di Firenze, e forse anche di FEDERICO II. Si sono a lui attribuiti (od egli stesso si attribuisce) mille prodigi, mille predizioni avverate.

Nella vita scritta da F. VILLANI, si trova menzione del campanile di S. Mercuriale in Forlì, su cui il BONATTI saliva, quando il conte GUIDO DA MONTEFELTRO usciva per combattere, e di lassù dava col primo tocco della campana, segno di mettere l'armatura, col secondo di salire a cavallo, col terzo di spiegare gli stendardi e partire al galoppo. Si narra anche di una statua di bronzo fatta fondere da GUIDO, la quale rendeva le profezie. Ma, se la statua era infallibile nei suoi presagi, tale non era lo statuario. Si racconta che un giorno, avendo egli dalla osservazione delle stelle presagito bel tempo, ed un contadino, dai moti delle orecchie del suo asino, cattivo, si vide che in effetto l'asino aveva maggior virtù profetica che le stelle di BONATTI.

2. BARTOLOMEO DA PARMA. – Lettore di Astrologia nel nostro Studio. Negli anni dal 1280 al 1297, ha composto una serie di opere di Astrologia, delle quali ha dato notizia il NARDUCCI[5]. Si conservano esemplari manoscritti

5 E. NARDUCCI, *Intorno al «Tractatus Sphaerae» di Bartolomeo da Parma, astronomo del secolo XIII, e ad altri scritti del medesimo autore.* «Bull. di Bibliografia e di Storia delle Scienze Mate-

delle seguenti: «*Liber de occultis*», colla data 1280, «*Breviloquium*» 1286, «*Geomantia*» 1288, «*Tractatus de Sphaera*» 1297, «*Epistola Astrologica*», «*Significationes naturales planetarum*», «*Significationes planetarum cum fuerint domini anni mundi*», «*Tractatus de electionibus*».

Il «*Tractatus Sphaerae*» è stato pubblicato nel Tomo 17 del *Bullettino Boncompagni*.

3. – CECCO D'ASCOLI (Francesco di Simone Stabili). – Nato ad Ascoli intorno al 1257, fu studente in Medicina ed Arti nel nostro Studio, ed ebbe quivi la lettura universitaria «*Ad Astrologiam*» che si dava per elezione degli scolari a studenti forestieri non ancora laureati. Tornò nella nostra città, e fu lettore di Astrologia e Filosofia negli anni dal 1322 al 1324-25.

Quivi compose i «*Commentari sulla sfera di Sacrobosco*», opera che ebbe molto esito, e fu data alle stampe nel 1476 a Basilea, nell'esordio della quale si parla delle «*Praelectiones ordinariae Astrologiae habitae Bononiae*» e di una «*Epistola seu Tractatulus de qualitate planetorum*», asserendo, circa la seconda di queste opere, di averla mandata «ad publicum Cancellarium Bononiae, ut scholaribus suis traderet»[6].

---

matiche e Fisiche» pubblicato da B. BONCOMPAGNI, t. XVII, 1884, p. 1-120, 165-218.

P. DUHEM, *Le Système du Monde*, Tome IV, 1916, Cap. X, IV. – *Barthlémy de Parme*, p. 210-222.

6 Cfr. S. GHERARDI, *Di alcuni materiali per la storia della Fa-*

Il padre BOFFITO ha nuovamente scoperto un manoscritto di CECCO[7] che contiene il Commento sui «*Principii della Astrologia di Alcabizio*», secondo le lezioni date da CECCO da giovine, nel corso della sua lettura universitaria, col titolo: «Incipit scriptum super librum de principiis astrologiae secundum Cicchum dum juvenis erat ellectus per Universitatem Bononiae ad legendum».

L'*Alcabizio* era infatti uno degli autori che gli Statuti del nostro Studio prescrivevano per la lettura di Astrologia.

A Bologna CECCO ebbe molestie da parte di alcuni nemici suoi, che presero a pretesto il contenuto astrologico di quei libri per accusarlo di eresia davanti al tribunale della inquisizione. La sentenza (10 Dic. 1324), impone a CECCO alcune «*salutari penitenze*» e gli ingiunge di *di-*

---

coltà matematica nell'antica Università di Bologna. Discorso letto all'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nelle Sessioni dei 9 e 23 Maggio 1844. «Nuovi Annali delle Scienze naturali e Rendiconto delle Sessioni della Società agraria e dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna», Serie II, Tomo V, 1846, p. 178.

7 Cfr. *Il «De principiis Astrologiae» di Cecco d'Ascoli*, nuovamente scoperto ed illustrato. «Giornale storico della letteratura italiana», 1901-02, Suppl. n. 6, pp. 9 e sgg. – F. FILIPPINI, *Cecco d'Ascoli a Bologna*, «Studi e Memorie per la Storia della Università di Bologna», vol. III, 1906. – Cfr. anche: TIRABOSCHI, *Storia della lett. it.*, Tomo V, parte II, Lib. II, Cap. II. – E. SARTI, *De prof. Bon.*, vol. I, parte I, p. 435. Il SARTI rammenta un *Codice vaticano* che contiene il libro dei principii di Astrologia sunnominato.

sfarsi di tutti i libri di astrologia e di non insegnare più tale materia.

Non pare possibile che dopo una tale sentenza, Cecco abbia potuto continuare la lettura di Astrologia, appena incominciata, per l'anno accademico 1424-25 a Bologna; forse avrà dovuto limitarsi alla sola lettura di Filosofia; ma sta il fatto che egli, in quello stesso anno, o subito dopo, si recò a Firenze, ove pare sia stato chiamato come medico ed astrologo alla corte di Carlo *duca di Calabria*, e che mal gli sia incolto, per un poco lieto presagio da lui fatto alla moglie del Duca[8], e che, della sua disgrazia, traessero profitto quegli stessi nemici suoi, col ripetere l'accusa, rincarate le dosi, dinanzi all'inquisitore di Firenze.

L'esito del processo è ben noto: Cecco fu mandato al rogo, il 15 Settembre 1327.

Oltre alle ricordate, Cecco compose parecchie altre opere, che sono elencate dal Mazzucchelli (*Scrittori d'Italia*, Tomo I, parte 2ª, p. 1154-1156; v. anche Alidosi, *Li dottori forestieri*, p. 17; Libri, «*Histoire des*

---

8 La cosa non è impossibile, nè improbabile; è noto che Luca Gaurico si ebbe cinque tratti di corda per aver predetto al Bentivogli la sua cacciata dalla signoria di Bologna. Si racconta che, avendo un giorno l'astrologo di corte *Albumasur*, presentato al *Califfo Al Mostain* (862-866) un oroscopo spiacevole, il signore dei credenti gli fece dare un carico di legnate, dopo di che l'astrologo non ebbe altro che la magra soddisfazione di dire: Ho preso le bastonate, ma ho detto la verità! (Hankel, *Storia delle Matematiche presso gli arabi*. «Bull. Boncomp.», t. V, 1873).

sciences mat. en Italie, tomo II, p. 200, e Boffito nella op. citata, ed in molte altre note da lui scritte sopra CECCO D'ASCOLI); ma quella per cui il suo nome rimarrà nella storia, è una enciclopedia scientifica in versi volgari da lui intitolata «*L'Acerba*» (*Lacerba, Acerbattas, Acerba aetatis*,...). Quest'opera fu da taluni innalzata alle stelle come immortale, divina, e paragonata alla *Divina Commedia*, comparsa in quello stesso periodo di tempo, cui è infinitamente inferiore dal punto di vista letterario e poetico, ma colla quale ha comune la vastità di vedute sul campo scientifico allora coltivato, e la potenza di divulgazione, nella passionale foga delle sue sestine.

Il LIBRI che tante glorie ha rivendicato alla scienza italiana ed all'Italia, ha per primo ricercato il valore scientifico della *Acerba*, e ne ha fatto diligente analisi, concludendo col dichiarare l'*Acerba*: «*le plus remarquable de tous les ouvrages scientifiques de ce siècle*». E le dotte osservazioni di padre BOFFITO, poco tolgono di valore al giudizio del LIBRI, quando si ponga mente allo stato della scienza nel tempo in cui quell'opera fu composta.

L'*Acerba* è uno dei libri che ha avuto maggior diffusione. Nella *Biblioteca matematica* del RICCARDI si noverano, fra le altre, 21 edizioni anteriori al 1550, ed il GHERARDI al loc. citato ne ricorda una fatta a Venezia dall'ANDREOLO nel 1840 (loc. cit., p. 181). Nella Biblioteca Universitaria del nostro Studio, in Bologna, si conservano tre bei codici, che contengono, ciascuno, un esemplare manoscritto dell'*Acerba*, colle indicazioni seguenti: 1°) Cecco d'Ascoli, *Tractatus qui dicitur Accerbactus*, volgarmente l'*Acerba*,... Codex Chartaseus, an. 1462; 2°) Il medesimo col titolo: *Tractatus qui dicitur Acerbattas*, Codex Char., an. 1462; 3°) Il medesimo col titolo: *Liber Acerbae Aetatis*, Codex Char., Saeculi XIV.

4. Biagio Pelacani (Pelicani) da Parma (?-1416). – Laureato a Pavia nel 1374, lesse in quello Studio logica e filosofia negli anni 1374-76. Lo troviamo rotulato a Bologna per le letture di Astrologia e Filosofia negli anni 1379-82, poi a Padova per le stesse letture negli anni 1384-87, e di nuovo a Bologna 1387-88, a Pavia nuovamente nel 1389,... per le letture di matematica e filosofia, poi a Padova (Matem., Fil., Astrologia) negli anni dal 1407 al 1411; finalmente a Parma 1411-1416. È stato anche a Parigi in epoca indeterminata.[9]

Come astrologo egli era contrario a quel rigido determinismo che fa dipendere tutti i fenomeni del mondo sublunare dai fenomeni celesti; egli anzi esplicitamente dichiarava che «In qualunque maniera gli astri influisca-

9 Cfr. Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie*, t. II, p. 208-209. – A. Favaro, *I lettori di matematica nella Università di Padova*. Padova 1921, p. 24-29. – P. Duhem, *Le Système du monde*. Tome IV, Paris 1916, cap. X, Blaise de Parme. – F. Amodeo, *Appunti su Biagio Pelicani da Parma*. «Atti del IV Congresso intern. dei Matematici», Roma, aprile 1908, vol. III, p. 549-553. – H. Wieleitner, *Der «Tractatus de latitudinibus formarum» des Oresme*. «Biblioteca Mathematica von G. Eneström», Bd. 13-3, Leipzig 1912, p. 119.

no o possano influire, non potranno mai costringere il libero arbitrio e la volontà degli uomini e di Dio. La creatura ragionevole potrà resistere alla influenza degli astri, quando lo voglia».

Ha lasciato di sè grande fama, e grandissima ne godette all'epoca sua; ma del suo insegnamento si hanno giudizi discordi; pare che, specialmente a Padova, egli fosse poco accetto dalla scolaresca per l'asprezza del suo carattere.

Di lui è rimasto l'opuscolo: *Questiones super «Tractatu de latitudinibus formarum» per venerandum doctorem magistrum Blasium de Parma de Pelicani*; ed un opuscolo: *Questio Blasii de Parma de tactu corporum durorum*, entrambi pubblicati nella «*Collezione matematica di Ottaviano Scoti*», Venezia, 1505.

Ha scritto anche delle «*Questiones super tractatu de proportionibus*», che non risulta siano state pubblicate. Ed è pure rimasto manoscritto (ma divulgato in codici che tutt'ora si conservano) un «*Tractatus de ponderibus*».

5. Giovanni Aurispa (Johannes de Noto, Johannes Hisparus). – Nato a Noto, in Sicilia, nel 1369, morto a Ferrara verso la fine del 1460. Fu *lettore di Astrologia nel nostro Studio* negli anni 1392-1400. Nell'anno 1418 si recò a Costantinopoli per apprendere la lingua greca e per raccogliere codici di antichi autori classici. Tornò infatti in Italia con 238 manoscritti di autori greci, e fu di quegli italiani che più contribuirono al rinascimento delle scienze e delle letterature classiche.

Nell'anno 1424-25 lo troviamo nei rotuli del nostro Studio (Johannes Hisparus) alla lettura di lingua greca. Nell'anno successivo passò ad insegnare la stessa lingua a Firenze, poi a Ferrara, dove trovavasi nel 1438.

Fu chiamato a Roma, quale suo segretario, dal papa Eugenio IV, nell'anno 1441, e confermato da Nicolò V nella carica, che tenne per 6 anni. Tornò di poi a Ferrara, dove morì nell'età di 90 anni.

«Le premure dei principi e delle città in chiamare alle loro scuole questo celebre professore, l'amicizia e la stima che ebbero per lui i più celebri uomini del suo tempo, ci mostrano che l'Aurispa fu avuto in concetto di uno dei più valenti ristauratori delle lettere classiche» (Tiraboschi, *Storia della letteratura italiana*, t. VI, lib. III, cap. V). Vedi anche: R. Sabbadini, *Un biennio umanistico* (1425-1426), *illustrato con nuovi documenti*. «Giornale storico della Letteratura italiana», Supplemento 6°, 1903, p. 74; C. Malagola, *Della vita e delle opere di Antonio Urceo, detto Codro* (Bologna 1878), p. 39.

6. – Giovanni di Nicolò Fondi. – Laureato nel 1428, comparisce nei Rotuli per 44 anni, fino al 1472-73. In quel lungo periodo, la lettura che fu a lui affidata ebbe nome di Astrologia fino al 1438-39, fu poi detta di Astronomia; ma negli anni 1452-1454/55, ebbe titolo di Astronomia e Matematica, a benefizio di un Maestro Giorgio da Santarcangelo, che negli anni 1452-54 sostituì il Fondi, e nel 1454-55 gli fu compagno, per poi scomparire dai rotuli; colla sua scomparsa, la lettura, tornata al Fondi, riprendeva il nome di Astronomia.

Dal 1468-69 accanto al nome di Fondi si trova sui rotuli la annotazione: «non teneatur legere» e la lettura è effettivamente tenuta dal Manfredi, che figura come suo concorrente. Ma nel lungo periodo dal 1428 al 1468, può dirsi che la lettura di Astronomia nel nostro Studio, sia stata esclusivamente tenuta dal Fondi, poichè o egli fu solo nel Rotulo, o quelli che di anno in anno saltuariamente ebbe a compagni, non tennero insegnamento continuativo. Quando si pensi alla fama che in quel tempo aveva l'Astronomia nel nostro Studio, bisogna ritenere che buona parte del merito spetti all'insegnamento ed all'opera di Giovanni Fondi.

7. Gerolamo Manfredi. – Laureato in medicina e filosofia nel 1455, è nei Rotuli dello Studio dal 1455-56 al 1492-93. Nei primi anni, fino al 1466, lesse logica e filosofia, poi anche medicina ed astrologia. Si dice di lui che, come medico, avesse da solo più ammalati da curare, che tutti gli altri medici della città presi insieme. A

lui, insieme con Pietro Bono, fu commessa la cura della prima edizione della *Cosmografia di Tolomeo*, «come ad astrologi peritissimi».

Abbiamo di lui: «*Tractatus de pestilentia*» (1478), «*Centiloquium de medicis et infirmis*» (1488). «*Liber de homine et conservatione sanitatis*» (1474). Quest'ultima opera, colla intitolazione «*Il Perchè*» ha avuto gran voga e molteplici edizioni.

8. – Domenico Maria Novara, da Ferrara (1454-1504). – Lesse ininterrottamente nel nostro Studio «*Astronomia de mane, diebus continuis et ordinaris*» negli anni 1483-1504. Ebbe a coadiutore negli anni 1485-86, F. de Villalobos; negli anni 1486-93, Hier. de Manfredis; negli anni 1493-96, Sc. de Mantua, e Fr. de Papia; dal 1496 al 1504, Jac. Petramellara.

Il Novara era anzitutto astronomo osservatore. Dalle sue osservazioni risultarono due fatti che valsero a combattere il pregiudizio, fino allora invalso, della invariabilità degli elementi del sistema mondiale.

Il primo di questi fatti riguarda il cambiamento di direzione subìto dall'asse terrestre dai tempi di Tolomeo ai suoi. Di ciò egli si avvide per aver nuovamente determinato la posizione delle stelle comprese nell'*Almagesto*, per le diverse città d'Italia, e trovato che le altezze del polo erano, di un grado e più, maggiori di quelle calcolate da Tolomeo.

Il Novara ebbe l'avvedutezza di dedurne l'ardita conseguenza che l'asse della diurna rotazione avesse in quel lasso di tempo variato la sua direzione, ed il nostro polo si fosse accostato allo Zenit. Ebbe anche il coraggio di pubblicare la sua scoperta in un Pronostico contenuto nel Tacuino da lui composto per l'anno 1489, che il *Magini* riportò nelle «*Tabulae secundorum mobilium coelestium*» (Venetiis MDLXXXV, p. 29) e che si legge anche nella memoria di L. Sighinolfi (*Domenico Maria Novara e N. Copernico*)[10].

Il secondo fatto consiste nell'aver determinato la massima declinazione del Sole, cioè la obliquità della ecclittica, in 23°29', fornendo così agli astronomi un dato autorevole per lo scoprimento della diminuzione progressiva di tale obliquità, ed a lui stesso un nuovo argomento contro il pregiudizio sulla invariabilità del sistema mondiale.

---

10 Cfr. Carlo Malagola, *Monografie storiche sullo Studio Bolognese*. Bologna 1888, p. 410. – S. Gherardi, *Di alcuni materiali per la storia della facoltà matematica nell'antica università di Bologna*. «Nuovi Annali delle Scienze Naturali, e Rendiconto delle Sessioni della Società agraria e della Accademia delle Scienze di Bologna», Serie II, t. V (1846), p. 244-250. – M. Curtze, *Sopra alcuni scritti stampati finora non conosciuti di D. M. Novara da Ferrara.* Notizie comunicate dal Principe B. Boncompagni alla Società copernicana di Scienze ed Arti, in Thorn, nella seduta del 27 giugno e 15 agosto 1870. «Bibl. Boncompagni», t. IV, p. 142-149. – C. Clavii, *In Sphaeram Iohannis de Sacro Bosco*. «Commentarius Venetiis», 1596, p. 262. – Lino Sighinolfi, *D. M. Novara e Nicolò Copernico allo Studio di Bologna*. «Studi e memorie per la Storia della Università di Bologna», vol. V, 1920, p. 207-236.

Uno dei meriti maggiori del NOVARA è quello di essere stato, negli anni dal 1496 al 1500, maestro e guida nello studio dell'Astronomia e nelle osservazioni astronomiche, al COPERNICO, che venne a compiere i suoi studi a Bologna, attratto dalla fama del nostro Ateneo, e da quella del nostro astronomo.

9. – Tra la fine del XV e la prima metà del secolo XVI troviamo per l'Astronomia (o meglio Astrologia) le lunghissime condotte di GIACOMO PIETRAMELLARA (1496-1536)[11], e LUDOVICO VITALI (1504-1554), cui successivamente si accompagnavano GIACOMO BENACCI (1500-06), LUCA GAURICO (1506-07), MARCO SCRIBANARIO (1513-30) e più tardi LATTANZIO BENACCI (1537-72) e FR. RUSTICELLI (1539-52).

Benchè si avessero contemporaneamente tre lettori di buona fama per una stessa lettura, questa, dal 1508 in poi, fu relegata nei giorni festivi; il che potrebbe significare scarso interesse per la materia, o per i lettori. Osservo inoltre che dal 1572, dopo la morte di LATT. BENACCI, non si trova più l'Astronomia, nei Rotuli, come lettura ordinaria, ma solo come lettura universitaria, cioè, data, anno per anno, per designazione degli studenti, ad uno scolaro non ancora laureato.

Fra i nominati merita speciale menzione LUCA GAURICO da Giffoni (Salerno), che fu matematico ed astronomo di molto valore, ed ebbe grandissima fama

---

11 I numeri rinchiusi fra parentesi si riferiscono qui agli anni nei quali seguirono le condotte.

nella Astrologia giudiciaria; benchè non sempre i suoi presagi gli abbiano recato fortuna. Si racconta di lui che, per aver predetto al Bentivoglio la prossima sua cacciata dalla signoria di Bologna, si ebbe cinque tratti di corda.

Tradusse e commentò l'«*Almagesto di Tolomeo*», corresse le *Tavole alfonsine*, calcolò *Effemeridi*, curò la pubblicazione della traduzione dei «*libri di Archimede sulla quadratura della parabola e sulla misura del cerchio*». Le sue opere sono state raccolte nella pubblicazione: «*Opera omnia, quae quidem extant Lucae Gaurici,... astronomi ac astrologi praestantissimi...*» (3 vol. Basileae, 1575).

§ IV.
La cattedra «Ad Arithmeticam».

1. – Nello scorcio del secolo XIV vediamo apparire nei Rotuli una lettura di *Matematica*, non contemplata negli Statuti, designata coll'appellativo: «*Ad Lecturam Arithmetrice*» (sic), ma che comprende sempre la Geometria, anche quando questa materia non è espressamente nominata.

Si tratta di una matematica «*di minor guisa*», a scopi pratici, utilitarii, che non esclude tuttavia la trattazione (modellata secondo il *Liber Abbaci* e la *Practica Geometriae* di Leonardo Pisano), di argomenti di ordine superiore, cioè delle equazioni e dei problemi dei due primi gradi, e di questioni geometriche risolute con procedimenti analitici.

2. – Da Firenze furono chiamati i maestri (Antonio da Firenze e Checco Fiorentino), che per primi occuparono questa cattedra (dal 1384-85, al 1439-40), e che ad essa diedero il carattere pratico, utilitario, con cui viene presentata nei *Rotuli*.

Si trova per la prima volta nel Rotulo del 1384-85, affidata al maestro Antonio Bonini Bellicti, a questi patti:

« – In Asmetricha – M. Antonio Boninj Bellictj de Florentia, ad instruendam Asmetricham per triennium cum salarium centum librarum Bon. pro quolibet anno a communi Bononie percipiendo et cum potestate percipiendj a quolibet instruendo ducatum unum in principio persolvendum, quem sic solventem teneatur tam diu in dicta facultate instruere quam diu ad eum accesserit, sine aliqua alia soluptione.

Nec non teneatur omnem mensurare terre et muri et generaliter cuiuslibet laborerij communis Bononiae mensurare et agrimensare, et etiam omnes rationes communis Bononiae male visas et chalchulatas revidere et refformare pro communi Bononiae tociens quociens fuerit necesse, absque aliqua solutione. Et in casu quo miteretur extra civitatem Bononiae, eidem debeat persolvj pro expensis suis prout solvitur alijs accedentibus in servitium communis Bononiae, libras centum bon. pro quolibet anno».

Scaduto il triennio il Bellicti è confermato, ma la lettura ha preso nome di *Geometria*, per diventare «*Lettu-*

ra d'abbaco» negli anni 1404-06, poi *Aritmetica* nel 1406-07, e nuovamente *Geometria* nel 1407-08, ultimo della condotta di Maestro Antonio.

Il Bellicti ebbe a compagno o coadiutore un Maestro Nicola dall'Abbaco (Nicola Ottaviani da Bologna) negli anni 1386–93, ed un Jacobus de Betania per l'anno 1395-96.

3. – L'obbligo di servire il comune, come sopraintendente ai lavori murari, agronomi, alla revisione dei conti.... si trova registrato anche in un decreto del comune di Pisa, relativo a Leonardo Pisano, ed era consuetudinario in Toscana per i maestri d'abbaco.

Nel cambiamento di regime politico (dalla signoria dei Bentivoglio alla dominazione papale) quell'obbligo si conservava, ma alquanto attenuato. Leggiamo infatti nel Rotulo del 1407-08:

«Ad Lecturam Geumetrie – M. Antonio Bonini de Florentia, qui tenetur chalchulare jura camere dominj nostrj Pape in civitate Bononiae sicut tenebatur tempore regiminis popularis, in caxu quo precipiatur eidem per dominum Cardinalem presentem vel eius subcessorem vel per Defensores averis».

Non è da escludere che la chiamata a quella lettura di un altro fiorentino (Francesco Bartolomei, Checco da Firenze), che rimane nei rotuli dal 1410-11 al 1439-40, possa far ritenere che il maestro d'abbaco dello Studio, continuasse ad essere considerato anche come maestro d'abbaco, o massaro, del comune; ma non risulta che tale ufficio fosse di poi effettivamente esercitato.

Nell'anno 1443-44, la lettura prende nome di «*Aritmetica e Geometria*» che conserverà (salvo qualche rara eccezione) fino alla fine del periodo che stiamo studiando (1544-45). Per l'anno 1451-52 si ha una lettura «*Scientiarum mathematicarum diebus festivis*» data ad un maestro FRANCESCO DA SANT'ARCANGELO, e negli anni 1452-55 una lettura «*Astronomie et Mathematice*» per il maestro GIORGIO DA SANT'ARCANGELO. Nè l'uno, nè l'altro di questi lettori comparirà poi più nei Rotuli. Per l'anno 1470-71 una lettura di *matematica* è affidata al maestro JACOBUS DE BETANIA.

4. – Nel lungo periodo 1443-1496, non troviamo alla lettura di *Aritmetica-Geometria*, nessun nome che abbia risonanza nella matematica[12]; ma nell'anno seguente comparisce per la prima volta SCIPIONE DAL FERRO; e, nell'anno 1501-02, troviamo un uomo di fama mondiale: LUCA PACIOLI, alla lettura di *Mathematica*, per lui espressamente istituita.

Il PACIOLI era allora il più elevato cultore di quel tipo di matematica che è nobilmente rappresentato dal *Liber Abbaci* di LEONARDO PISANO, e che, nel nostro Studio, era assegnato alla lettura di Aritmetica; ma, quasi a ribadire

12 Nell'ultimo quarto di quel secolo, troviamo tuttavia per l'Aritmetica le lunghe condotte di: ANTONIO LEONARDI DELLA CROCE (1484-85–1526-27); PIRRO DEGLI ALBIROLI (1491-92–1546-47); BENEDETTO PANZARASI (1493-94–1511-12), che si prolungano nel secolo seguente.

la condizione di inferiorità in cui i lettori di tale materia erano considerati, troviamo nei Rotuli, dal 1507-08 in poi, espressamente segnata la clausola: «Cum hoc quod quilibet eorum gratis doceat quattuor pauperes ex verecundis, prout ab eorum procuratoribus commissum fuit».

Ma non è dalla lettura dei Rotuli che si può giudicare dell'effettivo contributo recato allo sviluppo della scienza dall'opera dei professori rotulati.

I maestri d'abbaco (cui era affidata la lettura di Arithmetica), non avevano obbligo di seguire alcun testo, non leggevano, ma insegnavano, ed insegnavano disputando.

Nei trattati di quel tempo, che ci sono rimasti manoscritti, i quali riproducono nella forma dialogica la lezione orale, sempre troviamo una parte notevole dedicata alla risoluzione delle questioni, ragioni, casi,... E la questione da risolvere era enunciata sotto la forma tipica: «*Fammi questa raxone...*», oppure: «*Sel te fusse domandato..., questo sia el modo*».

La disputazione matematica non era fondata sopra retoriche divagazioni intorno a curialesche distinzioni sofistiche, ma sulla effettiva risoluzione di problemi sottili, che penetravano sempre più addentro nelle più riposte teorie, ed eccitavano la scoperta e l'impiego di sempre nuovi sussidi teorici. Il maestro d'abbaco aveva dinanzi a sè un meraviglioso modello nelle opere di LEONARDO PISANO, diffusissime allora sia nell'originale, che nei *ristretti, fioretti, compendi*,... che andavano per le mani di tutti; ma si studiava di dare al suo corso una impronta personale, colla costruzione di sempre nuove questioni, che erano diligentemente raccolte dalla scolaresca, e costituivano poi il materiale delle disputazioni che per disposizione statutaria ogni lettore dello Studio era tenuto a sostenere, e dal cui risultato dipendeva, non solo la fama nella città e nello Studio, ma anche la conferma nella lettura e gli aumenti di salario.

I maestri più insigni erano chiamati a disputare anche fuori dall'ambiente scolastico; perchè il popolo si appassionava a tali dispute, che erano pubbliche. Si disputava nelle piazze, nelle chiese, nelle corti dei signori e dei principi, che tenevano a gloria l'aver al loro seguito maestri abili, non solo alla costruzione di presagi astrologici, ma anche alle dispute sopra difficili e curiosi problemi matematici.

Fra i casi da discutere non mancavano mai quelli detti *erratici*, od *appostati*, e più tardi furono raccolti nelle «*Ricreazioni matematiche*», nè quelle uscite, quei motti di spirito, quei solazzevoli indovinelli che gli antichi usavano «*come bona lima allo intelletto dei giovani, perchè lo fanno desto e pronto a tutte cose*».

Il GHALIGAI, a carte 65 della sua *Arithmetica*, a proposito di una di tali questioni, dice: «*Questa scrive Benedetto e Giovanni del Sodo* (due famosi maestri d'abbaco), *dicendo essere appostata, e che non c'è regola ferma; ma mettono queste ragioni per le sere di verno, quando si sta al fuoco, e mancano e' ragionamenti, acciocchè si habbi a ragionare di qualche cosa*».

Frate LUCA PACIOLI, in quella sua opera «*De viribus* *quantitatis*», che possediamo manoscritta nella nostra biblioteca universitaria, registra ben 222 di quelle solazzevoli questioni, e per ognuna insegna le risposte.

Nicolò Tartaglia, nel suo libro di «*Quesiti et inventioni diverse*», di cui a suo tempo dovremo parlare, espone sotto vivacissima forma dialogica i quesiti che nelle varie scienze gli furono proposti, le soluzioni date, le discussioni sostenute,... con gustosi particolari che interessano ad un tempo lo storico e lo scienziato. Tutto il popolo, grosso e minuto, si affaccia alla ribalta. Non solo i maestri più riputati del tempo, ma il Duca di Urbino, il Priore di Barletta, Marcantonio Morosini,... e poi, *cavalieri di Rodi, lettori di greco, architettori, inzegneri, pittori, frati berettini, bombardieri, schiopettari, gentiluomini, cavallari*,... gente insomma *di ogni ceto e di ogni risma*.

5. – Non di rado avveniva che la soluzione di qualche problema genialmente concepito, eccitasse la costruzione di una generale teoria cui quel problema si riferiva, come caso particolarissimo.

Ricorderò il problema di «Trovare un numero quadrato cui aggiunto 5 o sottratto 5, sempre ne venga numero quadrato»; proposto da Mastro Giovanni Panormita, astrologo di Federigo II, a Leonardo Pisano, nella disputa sostenuta alla corte di Federigo, che dava occasione a Leonardo per la costruzione di una intera teoria *sulle equazioni indeterminate del secondo grado*, che Leonardo esponeva nel suo «*Liber quadratorum*», opera che, per la originalità e la potenza dei metodi, e l'importanza dei risultati, faceva di LEONARDO il più gran genio, nella teoria dei numeri, apparso fra i tempi di DIOFANTO (III secolo) e quelli di FERMAT (sec. XVII)[13].

Ma di ben altra importanza fu la soluzione di problemi del 3° e del 4° grado, proposti a disputa nel secolo XVI, perchè la soluzione algebrica di tali quesiti, la estensione a tutti i casi che potevano dare origine ad equazioni cubiche o biquadratiche e le discussioni cui parteciparono i più forti ingegni dell'epoca, sulla possibilità e la univocità delle risoluzioni,.... tutto ciò, promosse, non solo la *fondazione di una generale teoria delle equazioni algebriche*, ma *l'inizio di una nuova fase di sviluppo nella storia del pensiero matematico*.

La prima soluzione, da quattro millenni inutilmente aspettata, di una equazione cubica generale, fu data da SCIPIONE DAL FERRO intorno al 1525.

Dirò più innanzi per quale strada essa fu trovata, e come di poi, venne alle mani di un grande scienziato, lettore del nostro Studio, che era ad un tempo matematico e filosofo: GEROLAMO CARDANO, e come da quella prima scoperta, fu poi generata una intera teoria delle equazioni algebriche, che, per opera della scuola bolognese, nel volgere di pochi decenni, toccava gli estremi

13 Cfr. *Scritti di Leonardo Pisano*, pubblicati da B. BONCOMPAGNI, vol. II (Roma 1862), p. 253 e sgg. – M. CLENON, *Leonardo of Pisa, and his Liber quadratorum*. «The American Mathematical Monthly», vol. XXVI, 1919, n. 1. – E. BORTOLOTTI, *Periodico di Matematica*, vol. IV, 1924, p. 76.

limiti che in tale campo era possibile di raggiungere.

Per ora mi basterà dare qualche cenno della vita e delle opere del maggiore fra i maestri d'abbaco di quell'epoca; frate LUCA PACIOLI.

§ V.
Luca Pacioli.

1. – LUCA PACIOLI (Luca de Burgo, Frate Luca...) (Borgo San Sepolcro 1445?-Roma 1514?). Lettore «ad Mathematicam» nel nostro Studio per l'anno 1501-02.

Della sua vita poco più si conosce di quel che egli stesso lasciò scritto nella sua opera magna: «*Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et proportionalità*» (Venezia, 1494, Tusculano, 1523)[14].

---

14 A carte 67 della edizione di TUSCULANO del 1523. «Per l'operare de l'arte magiore ditta dal vulgo la regola de la cosa over algebra e amucabala, servaremo noi in questo le qui da lato abreviature over caratteri: si commo ancora nelli nostri altri quattro volumi de simili discipline per noi compilati havemo usati: cioè in quello che a li giovani de Peroscia intitulai nel 1476; nel quale non con tanta copiosità se trattò. E anche in quello che, a Zara nel 1481, de casi più sutili e forti componemmo. E anche in quello che nel 1470 derizammo a li nostri relevati discipuli ser Bart. e Francesco e Paolo fratelli de Rompiasi da la Zudeca: degni mercatanti in Vinegia; figliuoli già de ser Antonio. Sotto la cui ombra paterna e fraterna in lor propria casa me relevai. E a simili scientie sotto la disciplina de misser Domenico Bragadino lì in Vinegia da la excelsa signoria lectore de ogni scientia publico deputato.

Quell'opera ha avuto una enorme diffusione, ed *ha servito di base ai lavori di tutti i matematici del secolo XVI.* È una specie di *Enciclopedia della matematica pura ed applicata che allora si insegnava in Italia*. Interessantissima è la raccolta di problemi spesso curiosi, sottili, atti ad eccitare la ricerca scientifica, che egli dà per ogni argomento, a diecine,... a centinaia..., senza preoccuparsi della preparazione culturale dei lettori cui il libro (o le lezioni, perchè il libro riproduce lezioni effettivamente dettate) è dedicato, nè della sistemazione logica della materia. Suppone fin dalle prime pagine, di rivolgersi a persona già iniziata negli elementi della matematica, e si preoccupa di approfondire i principii, e di illustrare i precetti con applicazioni a problemi atti ad addestrare nel maneggio dei metodi, nella pratica delle operazioni, ma sopratutto, a svegliare ed acuire nella mente la facoltà di invenzione e l'agilità del raziocinio.

Di tale Opera a ragione è stato scritto[15], che, non «solo era quella appunto che i bisogni culturali del tempo richiedevano; ma che fu anche quella che a tali biso-

---

Qual fo immediate successore al perspicacissimo e Rdo doctore; e di San Marco canonico maestro Paulo da la Pergola suo preceptore. E ora a lui, al presente el Magnifico et eximio doctore miser Antonio Cornaro nostro condiscipulo, sotto la doctrina del ditto Bragadino. E questo quando eravamo al secolo».

«Ma da poi che l'abito indegnamente del seraphico San Francesco ex voto pigliammo, per diversi paesi c'è convenuto andare peregrinando».

15 Cfr. M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, vol. II (1900), p. 336.

gni pienamente seppe soddisfare».

2. – Si compone di *due parti principali*: la prima dedicata all'aritmetica ed all'algebra, la seconda alla geometria. Ogni parte è divisa in *Distinzioni*, ogni Distinzione, in *Trattati,* ogni Trattato in *Capitoli.*

La parte prima comprende nove Distinzioni.

Le prime 5 Distinzioni insegnano *l'algorismo*, cioè la pratica delle operazioni di calcolo, nella numerazione decimale posizionale, secondo i vari modi seguiti dai maestri d'abbaco nelle diverse regioni d'Italia.

La *sesta* tratta ampiamente dei *rapporti* e delle *proporzioni.* Introduce una serie di «*Proporzioni mirabili*» e di «*Regole notabili*», quali lemmi utili allo scioglimento di questioni riguardanti grandezze proporzionali, e proporzioni continue. Notevole, fra le Regole notabili, quella che egli trae dalla risoluzione del problema di *trovare quattro quantità continuamente proporzionali*: $u{:}x{:}y{:}z$, *data la somma della prima e quarta* $u + z = m$, *e della seconda e terza* $x + y = n$.

Procedendo «*per algebra*» al modo solito, si cade in equazioni del quarto grado, o di grado superiore. Egli invece riduce immediatamente il problema al secondo grado colla sostituzione $u = x^2/y$, $z = y^2/x$, nella $u + z = m$; onde risulta $x^2/y + y^2/x = m$; ed, invece di x ponendo $n - y$, ottiene la relazione $(n - y)^2/y + y^2/(n - y) = m$, da cui immediatamente: $y^2 - ny = - n^3/(m + 3n)$.

Della risoluzione di questo problema il Pacioli si serve per ridurre al secondo grado anche l'altro (non facile) di *trovare quattro numeri continuamente proporzionali data la loro somma e la somma dei loro quadrati.*

La *Distinzione settima* tratta della *Regola di Elkataym*, cioè della falsa posizione, semplice e doppia.

L'*ottava*, dell'*Arte maggiore*, ovvero della *Regola d'Algebra*, altrimenti detta *Pratica speculativa*.

Nei primi due Trattati di questa Distinzione, FRATE LUCA espone minuziosamente, e dimostra, anche geometricamente, le proprietà delle operazioni di calcolo nel campo di razionalità costituito dai numeri razionali con segno.

Nel terzo estende il campo colla aggiunta delle irrazionalità quadratiche, interpretando con operazioni di calcolo aritmetico le costruzioni geometriche contenute nelle proposizioni del Lib. X di EUCLIDE.

Ricordo, fra le più semplici trasformazioni, quella della radice di un *binomio primo* $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ (nel quale, secondo la terminologia euclidea, è supposto che la differenza $a^2 - b$ sia numero quadrato), nella somma algebrica di due radicali semplici $\sqrt{u} \pm \sqrt{v}$; e quella che serve a rendere razionale il denominatore di una frazione, nel quale comparisca la somma di due, od anche di tre, radicali quadratici.

Nel *Trattato quinto* di questa Distinzione *finalmente espone la teoria delle equazioni dei primi due gradi*, ed anche, più generalmente, di quelle che hanno la forma: $x^{2m} + px^m + q = 0$ che egli dice «*Proportionali*» perchè ad esse «proportionaliter infinite altre si possono formare», ed hanno esse stesse una certa intrinseca proporzionalità, perchè di quanto il termine px^m si eleva di grado sopra il termine q, d'altrettanto il termine x^{2m} si eleva sul termine px^m.

«Ma nei Capitoli de *numero cose e cubo* composti ($x^3+px+q = 0$) over de *numero cubo e censo* ($x^3+px^2+q=0$) *non s'è possuto finora troppo bene formare regola generale*, per la disproporzionalità fra loro.... e però ancora degli agguagliamenti loro non se pò dar regola generale, se non che alle volte *a tastone*, in qualche caso particulare,... e però quando in li toi agguagliamenti te ritrovi termini de diversi intervalli, *fra loro disproporzionati, dirai che l'arte ancora a tal caso non ha dato modo, sì come ancora non è dato modo al quadrare del cerchio*».

La *Distinzione nona* è interamente destinata alla pratica della mercatura, degli affari di campagna, dei banchi, dei cambi, dei viaggi, dei giuochi.

Non meno di 368 sono i problemi quivi accumulati sopra tali argomenti. Fra essi ve ne sono, che non avrebbero potuto aver soluzione generale col bagaglio culturale posseduto a quei tempi, poichè si traducono in equazioni esponenziali.

Particolarmente interessanti sono i problemi contenuti nel *Trattato decimo* di questa Distinzione, poichè in essi si tratta di questioni di *probabilità* e di *speranza matematica*, argomenti che qui per la prima volta si trovano trattati in libri matematici.

I 368 problemi sono seguiti da due Trattati sulla *tenu-*

ta dei libri commerciali e sulla *tariffa*: ricchissimi emporii di cognizioni rapporto alle misure, pesi, monete, costumi mercantili di quei tempi.

Molti scrittori, anche moderni, attribuiscono a Frate Luca *il merito di aver trovato la scrittura doppia commerciale; nessuno però ci pretende meno di lui.* Egli infatti semplicemente dichiara (carte 198 verso) «.... servaremo el modo de Vinegia, quale certamente fra gli altri è molto da commendare, e, mediante quello, in ogni altro se possa guidare».

La partita doppia pare si sia formata tra le mani dei quadernieri dal 1300 al 1450; quando comparve la «*Summa*», già aveva acquistato nella pratica comune, le forme che si rilevano per la prima volta nell'opera di Luca Pacioli. (Cfr. Cerboni, *Elenco cronologico delle opere di Computisteria e Ragioneria*, Roma, 1886, p. 14).

Per la parte che riguarda la «*Tariffa*» (Trattato XII, Distinzione nona), si è fatto, al Pacioli, accusa di plagio, per aver ivi riportato, senza far nome d'autore, il libro intitolato «*Questo è il libro che tracta de mercatantie ed usanze de paesi*», comunemente attribuito ad un Giorgio Chiarini, non altrimenti noto. Ma sta il fatto che quell'opera non appartiene al Chiarini il quale espressamente dichiara di non esserne autore, ma copista del codice da lui trascritto a Ragusa nel 1454[16]. Si tratta,

16 Cfr. Zambrini, *Le opere volgari a stampa*. Bologna 1878, p. 611. A. Agostini, *Sopra un preteso plagio di L. Pacioli*. «Archivio di Storia della Scienza», vol. VI, 1925, p. 115-120.

d'altronde, di una raccolta di tariffe e ragguagli, anonima, che s'era venuta formando poco a poco ad uso dei commercianti, ed era alle mani di tutti, in svariate edizioni. Il PACIOLI *non intendeva, nella sua Summa, di fare opera personale di invenzione, ma di raccogliere tutto ciò che maggiormente poteva interessare i lettori.*

3. – La *Parte principale seconda*, dedicata alla Geometria, è, come lo stesso PACIOLI avverte nella prima pagina del suo libro, quasi per intero ricavata dal Libro di «*Practica Geometriae*» di LEONARDO PISANO[17].

Comprende otto Distinzioni.

L'*ottava*, quasi a riepilogo di tutta l'opera, contiene 150 problemi di svariata natura: alcuni prettamente geometrici, altri spettanti alla architettura, alla navigazione, all'ottica, alla astronomia, alla statica, tutti interessanti; meritano speciale menzione quelli sulla inscrizione in un dato triangolo di cerchi fra loro tangenti, che offrono qualche analogia col Problema di MALFATTI.

4. – Oltre alla «*Summa*», FRATE LUCA PACIOLI ha lasciato anche due opere a stampa, pubblicate nel 1509, ed una tuttora inedita, contenuta in esemplare, probabilmente unico, nel Cod. 250 della Biblioteca Universitaria di Bologna.

---

17 «E, poichè noi seguimmo per la maggior parte L. Pisano, io intendo de chiarire che, quando si porrà alcuna posta senza autore, quella sia de detto L. E, quando d'altri sia, qui sarà l'autorità aducta».

Le opere a stampa sono: «*La Divina proportione*», in cui la *seconda Sezione* è traduzione del Trattato: «*De Quinque corporibus regularibus*» di PIER DELLA FRANCESCA[18].

Singolare pregio dell'opera sono le 59 tavole, disegnate da LEONARDO DA VINCI, che era legato a FRATE LUCA da cordiale amicizia.

L'altra opera a stampa è l'edizione degli *Elementi di Euclide*, che il PACIOLI ha curato, arricchito di Commenti, e di figure nuovamente disegnate.

L'opera inedita, conservata manoscritta nella nostra Biblioteca Universitaria è intitolata: «*De viribus quantitatis*». Di essa ha dato esteso resoconto il prof. A. AGOSTINI nella memoria: «*Il De Viribus quantitatis di Luca Pacioli*» pubblicata nel «Periodico di Matematiche» di Bologna (1924).

Nonostante il suo titolo è tutta in volgare: consta di tre parti: 1°) «*Delle forze numerali*», cioè «*de Arithmetica*»; 2° «*Della virtù et forza lineale et geometria*»; 3°) «*De documenti morali utilissimi*». La prima parte costituisce la prima vasta collezione di giochi matematici e problemi dilettevoli; la seconda consta di 80 questioni geometriche, seguite da 54 giuochi di carattere fisico-meccanico; la terza non ha carattere scientifico, ma ha interesse non piccolo per la conoscenza degli usi e trattenimenti nelle Corti del Rinascimento, contenendo,

---

18 Cfr. *L'Opera «De Corporibus regularibus» di Pietro Franceschi, usurpata da fra Luca Pacioli*. Memoria di G. MANCINI, Roma, Tipografia della R. Acc. dei Lincei, 1915.

dopo numerosi proverbi latini ed in volgare, 83 ricette varie e giuochi, e non meno di 222 indovinelli intitolati: «*Problemata vulgari a solicitar ingegni et a solazzo*».

5. – Non è da escludere che la presenza in Bologna di LUCA PACIOLI, ed il suo insegnamento nello Studio, dove insegnava a quel tempo la medesima materia, o materia affine, SCIPIONE DAL FERRO, abbia eccitato quest'ultimo a tentare lo *scioglimento della equazione cubica*, che quegli aveva dichiarato «*non essersi possuto ancora eseguire con regola generale, sì come ancora non è dato modo al quadrare del cerchio*».

CAPITOLO SECONDO

ANALISI ALGEBRICA

PREMESSA

Abbiamo chiuso il Primo Periodo con LUCA PACIOLI, perchè l'opera di lui rispecchiava il passato e preludiava all'avvenire. Nei primi anni del secolo XVI egli fu lettore «*ad Mathematicam*» nel nostro Studio, dove leggevano Aritmetica ed Astronomia SCIPIONE DAL FERRO e DOMENICO MARIA NOVARA, ed era coadiutore all'Osservatorio astronomico NICOLÒ COPERNICO da Thorn: «quattro uomini, diremo col CANTOR[19], la cui convivenza in una stessa città ed in uno stesso studio, doveva far maturare gli eventi più fortunati per le discipline matematiche».

L'evento così preannunziato fu *la scoperta della riso-*

19 Cfr.: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (Leipzig, 1900), vol. II, p. 34.

luzione algebrica della equazione cubica.

Fin dal IV millennio a. C. era nota la soluzione dei problemi che noi rappresentiamo con equazioni dei primi due gradi; ma nessuna teoria, nessun espediente, in così lungo volger di secoli, si era manifestato idoneo alla risoluzione algebrica di questioni di grado superiore al secondo. Possiamo da ciò immaginare il senso di ammirazione e di stupore, e la fiduciosa baldanza, con cui il pensiero moderno, che per la prima volta si era affermato vittorioso su la civiltà classica, si apprestava a nuove battaglie. «....*Qui haec attigerit* (scriveva il CARDANO nella prima pagina della sua *Ars Magna*), *nihil non intelligere posse se credat*».

E lo ZEUTHEN, grande matematico e grande storico della scienza, osservava: «Pour gagner la confiance en ses propres forces, confiance si nécessaire pour les rendre bien disponibles, il fallait l'encouragement de se voir capable de trouver quelque chose, qui fût inconnue aux maîtres vénérés. Voilà *ce qui explique comment la découverte de la résolution des équations du troisième degré dans la première moitié du XVI siècle, donna le signal d'un développement rapide de toutes les branches des mathématiques pures et appliquées*»[20]. Sarà nostro compito il seguire nei suoi primi inizii tale sviluppo, per quel che riguarda la teoria algebrica, che nel volgere di pochi lustri, ad opera di autori bolognesi, o lettori del

20 Cfr.: H. G. ZEUTHEN, *Notes sur l'histoire des mathématiques*. Bull. de l'Académie des Sciences de Danemark, pour l'année 1893.

nostro Studio, raggiunse il più alto culmine che ad essa era dato di poter conseguire.

Premetteremo alcune notizie sullo sviluppo ufficiale dell'insegnamento matematico, quale risulta dall'esame dei Rotuli del nostro Studio.

Nel secolo XVI le antiche letture *di Aritmetica e di Astronomia*, poco a poco decaddero, poi scomparirono dai Rotuli, per dar luogo ad una sola lettura, col titolo «*ad Mathematicam*» che, da un punto di vista più elevato le compendiava tutte, lasciando più libero campo allo sviluppo delle nuove idee.

Continuarono, tuttavia, fino a spontaneo esaurimento, le *letture di Aritmetica* già iniziate di ANTONIO DELLA CROCE (1484-85–1526-27)[21], di PIRRO DEGLI ALBIROLI (1491-92–1547), di ANNIBALE DELLA NAVE (1525-59). Si ebbero poi le lunghe condotte di TOMMASO PASI (1552-88), SCIPIONE DATARIO (1555-1605), ALFONSO NELLI (1580-1628), LUCA NANNI (1588-1611). E quelle più brevi di G. B. SABBADINI (1546-52), O. FONDULI (1559-67), PETRONIO BONASONI (1563-92), PAOLO BONASONI (1588-93), A. M. BONASONI (1593-1631).

Ma già dal 1584, la *lettura di Aritmetica* è nei Rotuli segnata fra quelle *universitarie*; e, dopo la morte di A. M. BONASONI, per lungo tempo rimane vacante.

L'antica lettura ordinaria di *Astronomia,* fu la prima ad uscire dai Rotuli (seguitò poi per qualche anno ad es-

21 I numeri fra parentesi si riferiscono al periodo in cui fu tenuta la lettura.

sere conservata, fra le universitarie).

Gli ultimi lettori chiamati a quella cattedra, furono: Ludovico Vitali (dal 1504 al 1554), Lattanzio Benacci (1537-72), Francesco Rusticelli (1549-52), Nicolò Simo (1549-64).

La cattedra rimasta vacante per la morte di L. Vitali, fu coperta colla lettura, di nuovo istituita, «*ad Praxis Mathematicae*», detta poi semplicemente: «*ad Mathematicam*», data all'algebrista Pompeo Bolognetti, discepolo di Scipione dal Ferro, che nel 1570 ebbe per successore Francesco Burdino (1570-79).

La cattedra che fu di N. Simo, passò, dopo la morte di lui, col titolo: «*ad Mathematicam et dependentes*» al celebre Ludovico Ferrari, solutore della equazione biquadratica, che la tenne pel solo anno 1564-65, ultimo di sua vita.

Dopo la morte di L. Benacci, che fu l'ultimo ordinario di Astronomia, la cattedra da lui occupata rimase vacante fino al 1576-77, ed in quest'anno fu conferita ad Egnazio Danti, che, fino al 1579, ebbe al fianco il Burdino, nella lettura ad Mathematicam, e da quell'anno in poi, rimase solo (ma invero assai degno) rappresentante della matematica bolognese, fino al 1583, nel qual anno fu chiamato ad assumere il vescovato in Alatri. Ebbe per successore Pietro Antonio Cataldi, celebre «*scuopritore delle frazioni continue*», che colla sua opera ed il suo insegnamento, segnava il ponte di passaggio dalla Analisi finita alla infinitesimale.

E non è da tacere, che, insieme con lui, per lunghi anni insegnò matematica, nelle sue applicazioni alla Astronomia, GIAN ANTONIO MAGINI.

Se poniamo mente al fatto che in quello stesso periodo leggeva nel nostro Studio GEROLAMO CARDANO, e che quivi sviluppava la sua attività scientifica RAFFAELE BOMBELLI, troveremo nella nostra città, raccolti intorno al nostro Studio, i più bei nomi che potesse allora vantare la scienza matematica.

§ I.
La risoluzione algebrica delle equazioni cubiche.

1. – PRODROMI DELLA REGOLA D'ALGEBRA.

Nelle sue origini storiche l'«*Algebra*», o come dicevano gli antichi, «*La Regola d'Algebra*», è una delle tante che la pratica del calcolo aveva insegnato per rendere facile e spedita la risoluzione dei problemi aritmetici. Fu detta «Regina di tutte le regole in assolvere casi d'abbaco»[22] perchè essa può vantaggiosamente sostituire ogni altra, e serve nei casi in cui nessun'altra è valevole.

Venne fra noi negli albori del nostro rinascimento, come portato della civiltà orientale, e fu dapprima pratica utile ai commercianti ed agli artieri, poi pura scienza

22 Cfr.: GHALIGAI, «Pratica d'aritmetica». Firenze, MDLII. Carte 64, recto.

speculativa. Le sue origini furono per lungo tempo attribuite a scienziati arabi od indiani, ma poi essa fu rinvenuta, in forma già adulta, nell'opera di DIOFANTO ALESSANDRINO (III secolo dell'èra volgare), e ciò richiamava l'attenzione degli storici a quelle fonti classiche, che anche la scienza orientale deve riconoscere. Un nuovo elemento di giudizio recò lo scoprimento, nelle opere classiche della geometria greca, di problemi che sono diretta interpretazione geometrica di quelli che in algebra sono rappresentati dalle equazioni dei primi due gradi. Mentre dunque si confermavano le fonti classiche della *Regola d'Algebra*, se ne respingevano le origini al periodo ellenico.

Un ulteriore sbalzo ci porta ora ai tempi preistorici dell'antico popolo sumerico nel quarto millennio prima dell'èra volgare.

Quegli antichi savi, avevano riconosciuto l'esistenza di una vasta categoria di problemi aritmetici, che potevano essere risoluti con uno stesso procedimento di calcolo: quello stesso che noi ricaviamo dalla risoluzione delle equazioni algebriche del secondo grado, e che essi deducevano dalla soluzione del problema geometrico di «*trovare i lati di un rettangolo di area data, essendo nota la somma o la differenza dei lati medesimi*»[23].

L'aver saputo risolvere con formula generale questo problema, e trovare quei sagaci accorgimenti che si ri-

---

23 Cfr.: E. BORTOLOTTI, *I problemi del secondo grado nella matematica babilonese*. Periodico di Matematiche. A. 1936.

scontrano nella riduzione a forma canonica dei problemi sumerici, è indizio certo di un alto grado di civiltà, che fa supporre un lunghissimo periodo anteriore di iniziazione, e fa pensare ad un successivo ulteriore sviluppo. Ma questo non avvenne; si ebbe invece un periodo di stasi, anzi di decadenza, che si protrasse fino al V sec. a.C.[24], e fu interrotto solo dal miracolo greco (e potrebbe anche dirsi italico)[25], che segnò l'avvento di una nuova fase ascendente nella storia della matematica.

Le antiche formule sumeriche riconobbero dalla scienza greca una base rigorosamente razionale; ma, ricoperte da pesante veste geometrica, perdettero molta della loro attività creatrice: furono interamente sommerse nella tenebra medioevale, risorsero poi a nuova vita ed assursero ai più alti fastigi nel rinascimento italiano.

Le equazioni ed i problemi dei primi due gradi si trovano sotto forma puramente analitica nell'«*Aritmetica di Diofanto*» e nel «*Compendio del calcolo degli Hindi*», che lo scienziato persiano Muhammed ben Musa, el Kuarezmita, scriveva intorno all'800, ad istanza del Califfo Al-Mamoun, e che, sullo scorcio del secolo XII, veniva trasportato in Occidente, col titolo: «*Liber Ma-*

24 Cfr.: E. Bortolotti, *Le fonti della matematica moderna. Matematica sumerica e matematica babilonese.* Mem. dell'Accademia di Bologna, A. 1940, p. 77-97.

25 Cfr.: E. Bortolotti, *Il periodo di formazione della Geometria nelle scuole italiane*. Appendice I, della Mem.: *Il primato dell'Italia nel campo della Matematica.* Atti della XXVII Riunione della S. I. P. S., Bologna 4-11 settembre 1938.

humeti filij Moysi, alchoarismi de algebra et almuchabala...».

L'opera del Kuarezmita, per molto tempo riguardata come la prima origine dell'Algebra moderna, apparisce come un compendio di trattati più elevati, quale è appunto l'*Aritmetica di Diofanto*[26], non differisce dall'*Algebra geometrica* dei greci se non per la formulazione degli enunciati, ove all'immagine geometrica dell'elemento incognito, è sostituita una forma vaga ed imprecisa «*la cosa*», pel felice raggruppamento delle proposizioni e per la forma suggestiva del dettato.

La fortuna di tale Compendio venne dal fatto che, insieme ad esso, veniva introdotto nella scienza dei numeri, una completa riforma, colla introduzione della *numerazione decimale, posizionale,* che fu detta *indiana*, od *arabica.* Tutte le operazioni aritmetiche acquistarono in brevità, agilità, scioltezza, precisione: le trasformazioni di radicali quadratici indicate dalle prop. del Lib. X di Euclide, furono tradotte in formule algebriche di immediata applicazione, e si riaccese la brama, di estendere la regola d'algebra a classi di più vasta portata, che già si era manifestata nel periodo di scienza classica.

2. – SCIPIONE DAL FERRO.

Sono giunte, invero, fino a noi formule risolutive per equazioni del terzo e del quarto grado, di evidente origi-

26 Cfr.: E. Bortolotti, *L'Algebra nella storia e nella preistoria delle Scienze*. «Osiris», vol. I (1936), p. 193, n. 8.

ne araba, ma sono tutte, o particolari equazioni della forma $(ax + b)^m = c$, e date per generali, od ingenuamente errate e prive di ogni fondamento logico e di ogni utilità pratica. Stanno solo ad indicare una aspirazione sempre viva, e sempre insoddisfatta.

L'esame di quei tentativi ci insegna peraltro che, all'uscire del medioevo, si aveva esatta cognizione della natura del problema: si conosceva, come noi ora diremmo, la forma generale delle equazioni del terzo e del quarto grado, e in particolare si consideravano equazioni cubiche dei tre tipi fondamentali:

Cubo e cose eguali a numero	$x^3 + px = q,$
cubo eguale a cose e numero	$x^3 = px + q,$
cubo e numero eguali a cose	$x^3 + q = px.$

In quelle formule si riconoscevano problemi antichi che, nè l'arte dei greci, nè le industrie degli orientali avevano saputo risolvere: d'onde il giudizio di impossibilità dato per irrevocabile.

Ma nell'inizio del sec. XVI, *quell'insolubile problema trovava una inaspettata soluzione ad opera di un Maestro dello Studio bolognese*: SCIPIONE DAL FERRO.

SCIPIONE DAL FERRO nacque in Bologna il 6 Febbraio 1465; il padre di lui, FLORIANO, esercitava la professione di cartolaro ed abitava nella casa al n. 600 in Via Cartoleria Nuova (ora Via Guerrazzi n. 26).

Della sua giovinezza non abbiamo notizie: egli si laureò in Arti nell'anno 1496, e nello stesso anno ebbe la lettura di «Aritmetica e Geometria», dove già si trovavano inscritti ANTONIO LEONARDO DELLA CROCE, PIRRO DEGLI ALBIROLI, BENEDETTO PANZARASI; insieme con lui era eletto alla medesima cattedra anche GEROLAMO MACCHIAVELLI.

Dai «*Libri Partitorum*» del nostro Studio si ricava che il nome di SCIPIONE DAL FERRO scompare dai Rotuli del 1526, perchè in quell'anno egli si era trasferito a Venezia; ma che il 29 Ottobre di quello stesso anno, fu nuovamente inscritto (sempre alla lettura di Aritmetica e Geometria) poichè era ritornato a Bologna ed aveva dichiarato che quivi avrebbe nuovamente fissato la sua residenza. Una successiva notazione in data 16 Novembre 1526, riferisce la sua morte, come avvenuta da pochi giorni.

In mancanza di altre più dettagliate informazioni, si può dunque assegnare la morte di SCIPIONE DAL FERRO in uno dei primi 15 giorni del novembre 1526.

Il DAL FERRO è sopratutto noto per la *scoperta della risoluzione algebrica delle equazioni cubiche*.

Non ci rimane di lui nessun scritto su cui tale scoperta sia registrata; essa gli è tuttavia riconosciuta dagli storici, come comprovata da fatti che è opportuno ricordare.

«Scipio Ferreus bononiensis (scriveva CARDANO nella prima pagina della sua *Ars Magna*) capitulum cubi et rerum numero aequalium invenit, rem sane pulchram et admirabilem, cum omnem humanam subtilitatem, omnis ingenij mortalis claritatem ars haec superet, donum profecto celeste, experimentum autem virtutis animorum, atque adeo illustre, ut qui attigerit, nihil non attingere posse se credat».

Nella stessa opera (pubblicata a Norimberga nel 1545) al Cap. XI troviamo anche un passo che ci ragguaglia sull'*epoca della scoperta e su le successive sue vicende*:

«*De cubo rebus aequalibus numero*. – Scipio Ferreus Bononiensis iam annis ab hinc triginta ferme capitulum hoc invenit; tradidit vero Anthonio Mariae Florido Veneto, qui cum in certamen cum Nicolao Tartalea Brixellense aliquando venisset, occasionem dedit, ut Nicolaus invenerit et ipse, qui cum nobis rogantibus tradidisset, suppressa demonstratione, freti hoc auxilio, demonstrationem quesivimus, eamque in modos, quod difficillium fuit, redactam sic subijciemus». *[torna a pag. 82]*

Di qui intanto risulta che *la risoluzione algebrica della equazione cubica avvenne intorno all'anno* 1515.

Nel secondo «*Cartello di matematica disfida*»[27] LUDOVICO FERRARIUS NICOLAO TARTALEAE (Mediolani, Cal. Aprilis M. D. XLVII) a p. 3 si legge:

«Si Cardano non concedes, ut tua, num saltem permittes, ut aliorum inventa nos doceat? Anno ab hinc quinto cum Cardanus Florentiam profisceretur, egoque ei comes essem, Bononiae Annibalem de Nave virum ingeniosum, et humanum visimus, qui nobis ostendit libellum manu Scipionis Ferrei soceri sui iam diu con-

27 Cfr.: «I sei cartelli di matematica disfida di Lodovico Ferrari, coi sei controcartelli di Nicolò Tartaglia». Raccolti autografati e pubblicati da ENRICO GIORDANI bolognese. Milano, 1876.

scriptum, in quo istud inventum, eleganter et docte explicatum tradebatur. Quod non ascriberem, ne viderem more tuo ea, quae mecum facerent, configere, nisi Annibal ipse adhuc viveret, et posset in hac controversia testis adhiberi».

L'ANNIBALE DELLA NAVE, qui nominato, era fra quelli cui il FERRARI spediva in omaggio copia dei suoi cartelli, ed era in quel tempo lettore «Ad Arithmeticam» nello studio di Bologna. Il cartello di FERRARI era stato inoltre mandato, in omaggio, alle personalità più in vista dello Studio, in particolare a LUDOVICO VITALI (astronomo), ad ACHILLE BOCCHI (umanista), che fin dai tempi di SCIPIONE DAL FERRO leggevano nel nostro Studio dove tuttora tenevano cattedra, ed anche a PIRRO DEGLI ALBIROLI, e GIOVANNI DE' CAMBI, che erano stati colleghi del DAL FERRO nella lettura di «Arithmetica». Non fu dunque possibile al TARTAGLIA il negare, o contrastare quella circostanza.

Ed infatti il TARTAGLIA rispondeva (loc. cit.):

«Da poi conseguentemente diceti, che me aprovareti tal cosa non esser mia inventione, attento che zà cinque anni, essendo voi insieme con el Cardano a Bologna, un Annibale della Nave, homo ingegnoso et humano el qual vi mostrò un libro de man d'un Scipione Ferreo suo socero, in el qual questa medesima inventione elegantemente et dottamente haveva notata».

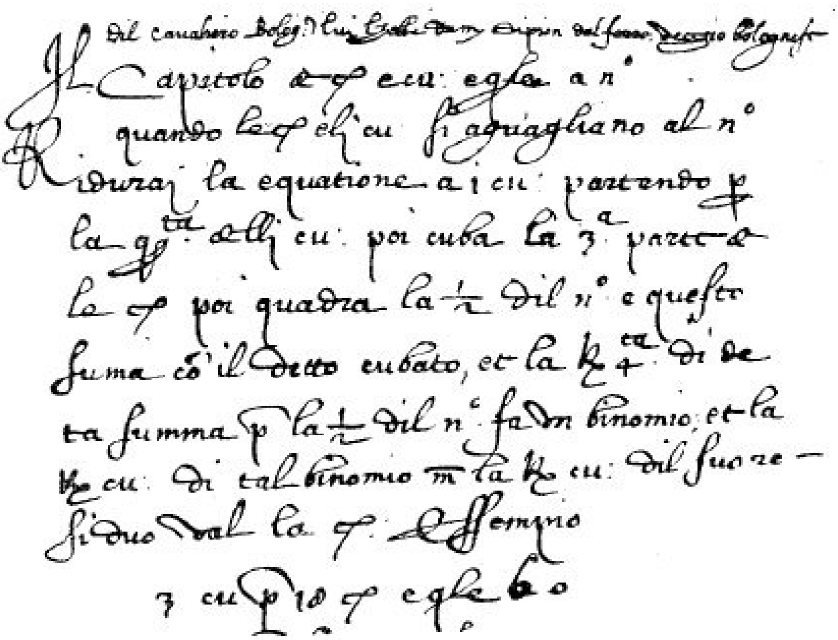
«*Questa particolarità non mi par licita a doverla desputare, ne manco negare,...*».

Nella busta segnata n. 595 della Biblioteca Universitaria di Bologna si contiene un fascicoletto manoscritto di 32 carte, col titolo: «*Regole principali dell'arte maggiore, detta Regola della Cosa, ovver d'Algibra*», che si può assegnare al periodo dal 1565 al 1582, e pare si riferisca alle lezioni date dal cav. POMPEO BOLOGNETTI SENIORE, che fu lettore «*Ad Praxim Mathematicae*» nel nostro Studio negli anni 1554-68.

A carte 50 verso, sotto il titolo: «*Dil cavaliero Bolognetti, lui l'hebbe da Messer Sipion dal Ferro, vecchio bolognese*», si trova una compendiosa, ma quanto mai chiara e precisa esposizione della regola data da SCIPIONE DAL FERRO (vedasi alla pag. seguente la riproduzione del testo originale) nei termini seguenti:

«*Il Capitolo di cose e cubo eguale a numero*. – Quando le cose e li cubi si eguagliano al numero ($ax + bx^3 = c$) ridurai la equatione a 1 cubo ($x^3 + px = q$) partendo per la quantità delli cubi (dividendo per il coefficiente di x^3), poi cuba la terza parte delle cose ($p^3/27$), poi quadra la metà dil numero ($q^2/4$) e questo suma con il detto cubato ($q^2/4 + p^3/27$), et la radice di deta summa più la metà del numero fa un binomio $\left(\sqrt{q^2/4+p^3/27}+q/2\right)$ et la radice cuba di tal binomio, men la radice cuba del suo residuo val la cosa».

$$x=\sqrt[3]{\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}+\frac{q}{2}}-\sqrt[3]{\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}-\frac{q}{2}}\ .$$


Il Capitolo de cosa e cu: eguale a n°
quando le cose e li cu si aguagliano al n°
ridurai la equatione a 1 cu: partendo per
la quantità delli cu: poi cuba la 3a parte de
le cose poi quadra la 1/2 dil n° e questo
suma co' il detto cubato, et la R quadra di de-
ta summa più la 1/2 dil n° fa un binomio, et la
R cu: di tal binomio men la R cu: dil suo re-
siduo val la cosa. Essempio
3 cu più 10 cose eguale a 60

Nonostante le ripetute prove, ora riportate, sulla autenticità della scoperta del DAL FERRO, rimaneva qualche dubbio per una singolare lacuna rilevata nel libro: «*L'Algebra di Rafael Bombelli*» pubblicato a Bologna nel 1572, del quale avremo da parlare nel seguito.

«Mi sta in mente da tempo (scriveva il GHERARDI)[28] che nissuno debba aver scorsa l'*Algebra di Rafael Bombelli* senza recarsi a grande meraviglia di non vedervi commemorato d'alcuna sorte Scipione dal Ferro. Come mai l'accurato e profondo trattatista solo qualche lustro

---

28 Cfr.: S. GHERARDI, *Di alcuni materiali per la storia della facoltà matematica nell'antica Università di Bologna.* «Nuovi Annali delle Scienze Naturali», Serie II, tomo V, 1846.

dopo cotanto inventore concittadino di lui,... potè commettere una omissione di tanto momento?... Questi riflessi forse a taluno avranno insinuato di sospicare fittizio il grido che primieramente un concittadino, e tanto prossimo al detto scrittore, avesse conquistato all'Italia la gloria dell'inaspettato progresso dell'Algebra».

Ora sta il fatto che, se nel libro pubblicato dal BOMBELLI non si nomina il DAL FERRO, nel manoscritto dello stesso libro, che si è rinvenuto, completo in ogni sua parte (nel libro a stampa non fu compresa la seconda parte relativa alle applicazioni dell'algebra alla geometria), che esiste nella *Biblioteca Comunale dell'Archiginnasio* in Bologna, il DAL FERRO è citato almeno in cinque punti diversi.

E non solo vengono attribuiti al DAL FERRO i Capitoli su le equazioni cubiche, e vien chiamata *Regola di Scipione dal Ferro* (non tartagliana, nè cardanica), quella che ne insegna lo scioglimento, ma si dà notizia di altre notevoli scoperte del DAL FERRO.

A carte 28 infatti, prima di esporre la regola che insegna a rendere razionale il denominatore di una frazione, nel quale figuri la somma di tre radicali cubici, dice:

«Il modo di partire per un trinomio cubo, fu ritrovato da Scipione dal Ferro bolognese, che fu huomo rarissimo in quest'arte».

Quando si consideri che il problema in questione richiede laboriosi sviluppi di calcolo, il sicuro possesso di un appropriato algoritmo, e di un insieme di cognizioni sussidiarie interamente sconosciute agli antichi, si intenderà la importanza storica di tale scoperta, la quale *ci fa conoscere quale progresso avesse fatto il calcolo algebrico in Bologna, già fin dall'inizio del XVI secolo*.

Ricorderò infine che il DAL FERRO è nominato nel suo V Cartello dal FERRARI, come geniale geometra.

«....nei vostri primi diecisette quesiti (dice il FERRARI) si contiene quella bella inventione di operare senza mutare l'apertura del compasso, la quale io non so da chi si avesse principio, ma so io bene che da circa a cinquant'anni in qua, molti begli ingegni si sono affaticati per accrescerla, fra i quali in gran parte è stato la felice memoria di Scipione dal Ferro, cittadino bolognese».

Da tutto quanto abbiamo ricordato si scorge come SCIPIONE DAL FERRO avesse veramente forza di ingegno, maturità di cognizioni, vivacità di immaginazione pari all'ardimento che egli dimostrò affrontando un problema fino allora tenuto per impossibile.

Ma forse egli *non ebbe idea esatta della importanza, nella storia del pensiero scientifico, della scoperta fatta; e «la risoluzione della equazione cubica»*, riguardata solo come la più potente arma di offesa e di difesa nei certami accademici, fu tenuta segreta, e rimase per trenta e più anni sepolta ed improduttiva, fino a che non venne alle mani di uomini di più larga veduta, i quali, da quel primo necessario inizio, seppero derivare un'intera teoria, che fu il fondamento della matematica moderna.

3. – NECESSARI COMPLEMENTI ALLE FORMULE DEL DAL FERRO.

Le formule del DAL FERRO suppongono che l'equazione cubica da risolvere sia data nella forma, che fu detta *ridotta*, *priva cioè del termine del secondo grado*.

A renderla abile anche per equazioni generiche, contenenti il termine del secondo grado, occorreva trovare una opportuna trasformazione di ogni equazione del terzo grado completa $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ in un'altra $a_1y^3 + b_1y + c_1 = 0$, priva del termine quadratico, fatta mediante una relazione razionale della forma $x = f(y)$, dalla quale si potessero ricavare i valori delle radici x della prima, in funzione delle radici y della ridotta.

Inoltre le formule risolutive per equazioni ridotte della forma: $x^3 + q = px$, $x^3 = px + q$ (p, q, numeri positivi), nelle quali il termine di primo grado comparisce al secondo membro, contengono un radicale quadratico della forma: $\sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}$ che non può rappresentare nessun numero reale tutte le volte che sia $q^2/4 < p^3/27$. In *questo caso, che fu detto irreducibile, le formule del* DAL FERRO, *perdono ogni significato e non possono essere senz'altro adoperate*.

L'opera del DAL FERRO richiedeva dunque necessari complementi. Anche questi, come vedremo, le furono recati ad opera della scuola matematica bolognese.

4. – CONTRIBUTI DEL TARTAGLIA ALLA RISOLUZIONE DI EQUAZIONI CUBICHE[29].

La risoluzione algebrica di equazioni cubiche, fatta da SCIPIONE DAL FERRO per le equazioni trinomie dei tipi: $x^3 + px = q$, $x^3 = px + q$, $x^3 + q = px$, fu tenuta segreta in una stretta cerchia di famigliari e di colleghi. Ma poichè di essa si servirono gli iniziati per proporre quesiti relativi a tali equazioni, qualche sentore della fatta scoperta uscì dalla scuola di Bologna, e si conobbe infondato il *preconcetto di irresolubilità* fino allora prevalso.

Sappiamo, dai «*Quesiti del Tartaglia*», di certo ANTON MARIA FIORE, uomo di buona pratica, ma di scarsa teoria, che, per sua stessa ammissione, aveva avuto da «*un grande matematico*» comunicazione della segreta formula, relativa al caso $x^3 + px = q$, e se ne serviva nelle pubbliche dispute[30].

Sappiamo di altri che, pur non possedendo la formula, andava proponendo quesiti, che egli stesso non avrebbe saputo risolvere[31].

---

29 Cfr.: E. BORTOLOTTI, *I contributi del Tartaglia, del Cardano, del Ferrari e della scuola matematica bolognese alla teoria algebrica delle equazioni cubiche*. «Studi e memorie per la storia della Università di Bologna», vol. IX, 1926, p. 57-108.

30 Cfr.: *Quesiti et inventioni diverse de Nicolò Tartaglia*. (Appresso de l'autore, MDLIIII). *Quesito XXV. fatto da M. Zuanne di Tonini da Coi*, l'anno 1536, adi 10 Decembre in Venetia. (Carte 106, recto).

31 Il TARTAGLIA ricorda *Maestro Zuanne de Tonini da Coi*, che fin dal 1530 gli proponeva la risoluzione di due quesiti che, pro-

Scrivendo questi dialoghi nel 1546, il TARTAGLIA *vuol far credere che, già nel* 1530, *egli avesse avuto regola generale alla prima di quelle equazioni*.

Ma la sua risoluzione consisteva nella osservazione che, *proposta una equazione indeterminata* della forma $x^3 + px^2 = y$ (ove p si suppone razionale, e si chiede che anche il valore di y sia razionale e quello di x invece irrazionale), si può a priori fissare che tale equazione abbia per radice un numero irrazionale della forma $\sqrt{a} - b$, dove b è un numero razionale scelto a piacere, purchè si faccia $a = 2pb - 3b^2$, e, nella equazione, $y = (a + b^2)p - 3ab - b^3$.

(La verifica è immediata).

Con ciò il TARTAGLIA *ha dato elegante soluzione di una interessante questione di analisi indeterminata*; ma non è chi non veda quanto il procedimento escogitato sia lontano da quello che può servire alla risoluzione algebrica delle equazioni cubiche. Esso infatti *non insegna a risolvere una data equazione; ma solo a costruire equazioni che ammettano una soluzione irrazionale, prefissata, nota solo al proponente, senza che l'avversario* (*nè lo stesso proponente*) *abbia regola opportuna allo scioglimento razionale del quesito proposto.*

Sta bene il fatto che, *prima della pubblicazione della*

---

cedendo per algebra, conducevano alle equazioni

$$x^3 + 3x^2 = 5, \quad x^3 + 6x^2 + 8x = 1000$$

allora tenute per irresolubili.

«*Quesiti del Tartaglia,...*». Quesito XIIII, *qual mi fu mandato a Verona da un Maestro Zuanne de Tonini da Coi... l'anno* 1530.

Ars Magna del CARDANO[32], *il* TARTAGLIA *non conosceva le trasformazioni che servono a far scomparire il termine del secondo grado da una equazione cubica, e che, per ciò che riguarda la risoluzione algebrica delle equazioni cubiche, egli non era andato oltre le formule trovate da* SCIPIONE DAL FERRO.

5. – LA RISOLVENTE QUADRATICA DELLA EQUAZIONE CUBICA.

Nei famosi *Capitoli in versi*, che TARTAGLIA consegnava al CARDANO, e che oramai tutti sanno a memoria:

Quando chel cubo con le cose appresso
Se agguaglia a qualche numero discreto
Trovan dui altri differenti in esso.
Dapoi terrai questo per consueto
Che'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose neto,
El residuo poi suo generale
Delli loro lati cubi ben sottratti
Varrà la tua cosa principale,...

il TARTAGLIA ha saputo intravvedere nel binomio $\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}$, che comparisce nelle formule del DAL FERRO, che la risoluzione della equazione cubica $x^3 + px$

32 Cfr.: E. BORTOLOTTI, *I contributi del Tartaglia, del Cardano, del Ferrari...*, loc. cit., p. 66-79.

$= q$, si fa dipendere da quella della equazione di secondo grado: $X^2 - qX = p^3/27$. C'è dunque qui *la scoperta della risolvente quadratica della equazione cubica*; cioè *uno dei fondamentali principi della teoria delle equazioni algebriche*. Tutti, dopo di ciò, hanno lavorato su quel fondamento! E questo è un vero contributo dato dal TARTAGLIA alla risoluzione algebrica delle equazioni.

6 – IN QUAL MODO CARDANO VENNE IN POSSESSO DELLA FORMULA DI SCIPIONE DAL FERRO[33].

Nel tempo in cui CARDANO stava pubblicando il suo libro

---

33 Su questo argomento bisogna ricorrere ai «*Quesiti et inventioni diverse*» del TARTAGLIA. Fonte quanto mai dubbia. I dialoghi ivi registrati, furono fabbricati dopo molti anni da che essi avvennero, o si fingono avvenuti: è sempre il TARTAGLIA che parla colla bocca degli interlocutori, e fa dir loro quello che a lui torna meglio per il suo scopo, che è, e lo stesso TARTAGLIA lo dichiara, la denigrazione del Cardano. Delle lettere quivi riportate, alcune sono finte, altre alterate, ed il TARTAGLIA non ha potuto nulla rispondere a precise accuse fattegli pubblicamente e ripetutamente nei Cartelli pubblici, su quelle alterazioni.

Dal confronto con altre fonti sincrone si può tuttavia, in molti casi, accertar la verità di cose colà esposte, e la contraddizione con fatti accertati, o con altre affermazioni, dallo stesso TARTAGLIA pubblicate.

Cfr.: E. BORTOLOTTI, *I contributi del Tartaglia, del Cardano, del Ferrari....,* loc. cit., vol. IX (1926).

– *I cartelli di matematica disfida e la personalità psichica e morale di G. Cardano*. Ibid., vol. XII (1933).

di «*Practica Arithmeticae et mensurandi singularis*», egli ebbe notizia della *risoluzione della equazione cubica*, manifestatasi nel corso delle dispute fra il TARTAGLIA ed il Maestro ANTONIO MARIA FIORE. Desideroso di includere nella sua opera anche quel nuovo Capitolo, fece richiedere al TARTAGLIA, per mezzo di un *Zuanantonio libraro*, la comunicazione della regola da lui seguita per la risoluzione, od almeno, le soluzioni numeriche dei problemi a lui proposti, od, infine, non potendo aver altro, chiedeva che gli fossero sciolti sette quesiti che a lui erano stati proposti.

Il TARTAGLIA (*Quesito XXXI*, del 2 Gennaro 1539) rispose negativamente alle due prime domande; quanto alla terza, è da notare che di quei sette quesiti, uno al più poteva essere sciolto colle formule di SCIPIONE DAL FERRO, gli altri, o davano luogo ad equazioni cubiche contenenti il termine quadratico (che TARTAGLIA non sapeva risolvere con regola generale), o trattavano del caso irreducibile. Dunque il TARTAGLIA aveva cento buone ragioni per non dar soluzione di essi.

Disse solo che conosceva tali quesiti perchè essi provenivano da ZUAN DA COI, il quale ne aveva proposto di simili anche a lui, «*già fa dui anni*», e che fin d'allora egli aveva fatto confessare al proponente, che nemmeno lui li avrebbe potuto risolvere. E ciò bastava al CARDANO, per far tacere il DA COI, che lo aveva provocato.

Nel *Quesito XXXIII* TARTAGLIA riporta *una lettera di* CARDANO in cui questi gli avrebbe scritto:

«Se mi mandasti qualche solutione delle vostre, cioè regole, over mi dareti, venendo l'haverò sommo appiacere perché doveti sapere, ch'io me diletto de ogni gentilezza, &

ch'io ho dato fuora una opera pur di *Pratica di Geometria, & di Arithmetica, & di Algebra*, della quale fin a quest'ora è stampata più della metà, & se voleti, dandomene ch'io la daga fuora sotto vostro nome, io le darò fuora in fin dell'opera, come ho fatto de tutti gli altri me hanno dato qualche cose di bello, & vi ponerò voi per l'inventore, & se voleti ch'io le tenghi occulte, farò come vorreti».

«Io avvisai la eccellentia del S. Marchese degli istromenti quali gli mandati (anchorche non siano per fino hora gionti) et gli dissi del cartello, et sua eccellentia mi comandò lo leggesse, et tutte queste vostre cose, piacque grandemente a sua eccellentia. Et mi comandò di subito vi scrivesse la presente con grande istantia a nome suo, avisandovi che vista la presente dovesti venir a Milano senza fallo, che vorria parlar con voi. Et così ve essorto a dover venire subito, et non pensarvi su, perchè detto S. Marchese è si gentil remuneratore delli virtuosi, si liberale, et si magnanimo che niuna persona chi serve sua eccellentia, mentre sia da qualche cosa, resta discontenta. Si che non restate de venire, et venireti à logiare in casa mia, non altro. Christo da mal vi guardi. Alli 13 de Marzo 1539. Hieronimo Cardano medico»[34].

Nel «*Quesito* XXXIIII – fatto personalmente dalla eccellentia del medesimo messer Hieronimo Cardano in Millano in casa sua addì 25 Marzo 1539» – il TARTAGLIA racconta che recatosi a Milano, dietro l'invito ricevuto, non trovò il MARCHESE DEL VASTO, che si era recato a Vigevano; e che, aspettando il suo ritorno, dietro formale promessa (anzi giuramento – ad Sacra Dei Evangelia –) di non pubblicare giammai le inventioni a lui comunicate, si era lasciato per-

34 Veramente lo stile di questa lettera ha più del tartagliano che del cardanico!

suadere dal CARDANO a consegnarli il seguente Capitolo in rima:

Quando chel cubo con le cose appresso
Se agguaglia a qualche numero discreto
Trovan dui altri differenti in esso.
Dapoi terrai questo per consueto
Che 'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose neto,
El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottratti
Varrà la tua cosa principale.
In el secondo de codesti atti
Quando che 'l cubo restasse lui solo
Tu osserverai quest'altri contratti,
Del numero farai tal parte a volo
Che l'una in l'altra si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo
Delle qual poi, per commun precetto
Torrai li lati cubi insieme gionti
E cotal somma sarà il tuo concetto.
El terzo poi de questi nostri conti
Se solve col secondo se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.
Questi trovai, e non con passi tardi
Nel mille cinquecente', quattro e trenta
Con fondamenti ben sald' e gagliardi
Nella città dal mar intorno centa.

«Il qual capitolo parla tanto chiaro (soggiunge TARTAGLIA), che senz'altro esempio credo che vostra Eccellentia intenderà il tutto».

«M. H. (Messer Hieronimo) Come se lo intenderò, e l'ho quasi per inteso per fina al presente, andati pur, che, come sareti ritornato, ve farò vedere se l'haverò inteso».

«N. (Nicolò) Hor vostra Eccellentia se aricordi a non mancar della promessa fede, perchè se per mala sorte quella me mancasse, cioè che me desse fuora questi capitoli, o sia in questa opera che fatti imprimere al presente, over in altra anchor che quella li desse fora fatto mio nome, & che mi facesse il proprio inventore, vi prometto, & giuro di farne stampare immediate drio un'altra, la qual non vi sarà molto agrata».

«M. H. Non ne dubitati che quello che vi ho promesso ve lo attendarò, andati e stati sicuro: tolè, dareti questa mia lettera al Signor Marchese da mia parte».

«N. Hor su me arricomando».

«M. H. Andati in buon hora».

«N. Per la fede mia che non voglio andare altramente a Vigevene, anci me voglio voltare alla volta di Venetia, vada la cosa come si voglia».

Con quest'ultima battuta, pare che il TARTAGLIA voglia far credere che il CARDANO lo avesse fraudolentamente ingannato attirandolo a Milano colla falsa promessa della protezione del Marchese del Vasto per defraudarlo delle sue invenzioni, sulla risoluzione della equazione cubica.

Ma egli stesso, poi, in più luoghi delle sue opere, si smentisce; racconta, in particolare, che il CARDANO condusse a Venezia il *Marchese del Vasto* e lo presentò a lui; tutti insieme si intrattennero a lungo, ed egli (il TARTAGLIA) ebbe modo di far sfoggio, in presenza del Marchese, della sua cultura e della sua penetrazione geometrica (v. per es. nella *Risposta al quinto Cartello*, p. 2, e nel «*General Trattato di numeri e* *misure*», parte 5. Lib. I, Carte 18 v.).

Sappiamo ancora che, per intercessione del CARDANO, il TARTAGLIA fu introdotto presso l'ambasciatore cesareo DON DIEGO DI MENDOZA[35], e che a lui potè svolgere quelle sue ricerche meccaniche, che dovevano poi essere uno dei suoi maggiori titoli di gloria (ed anche di biasimo, per il *plagio al Giordano*).

Per intendere bene lo svolgimento di questa faccenda, bisogna che ci si rifaccia ai costumi del tempo.

Una segreta regola di operare, atta ad assicurare vittoria nelle disputazioni cui erano tenuti i maestri, era allora una merce che aveva valore sul mercato, e poteva vantaggiosamente essere ceduta, o scambiata. Lo stesso TARTAGLIA, nei suoi «*Quesiti*», racconta di casi in cui, dietro la comunicazione della formula risolutiva per regola generale di qualche importante, o fastidiosa questione, si offre la cessione di letture pubbliche o private.

Il CARDANO non carpì, con fraudolenti manovre, la formula del TARTAGLIA per la risoluzione della equazione cubica ridotta; ne pattuì la cessione, contro promessa del suo appoggio per la introduzione del TARTAGLIA in quegli ambienti universitarii ed umanistici, ai quali, per sua stessa dichiarazione, egli sempre era rimasto estraneo.

Se dunque ci fu contratto (e lo stesso TARTAGLIA lo fa intendere), il CARDANO non mancò ai patti.

Quanto poi al promesso segreto sulle formule a lui comunicate, per ora ci limiteremo ad osservare che, al-

35 V. per es., *Quesito XXXVIII*, p. 123.

meno per quel che riguarda la pubblicazione dell'opera allora in corso, sulla *pratica aritmetica*, il segreto fu mantenuto, e l'opera uscì sulla fine di quello stesso anno (1539) senza contenere alcun cenno della risoluzione della equazione cubica. E che *per altri 6 anni, almeno, il segreto fu conservato, lasciando tempo al* TARTAGLIA *di pubblicare per primo le sue scoperte, se avesse voluto, e saputo, farlo.* Frattanto, CARDANO, insieme col suo fedele «creato» LUDOVICO FERRARI, attese a completare la risoluzione della equazione cubica nei punti che erano rimasti oscuri, ed a costituire i fondamenti di una teoria generale delle equazioni algebriche: e solo dopo di essersi assicurato che prima ancora che dal TARTAGLIA l'equazione cubica era stata risoluta, con quelle medesime formule, da SCIPIONE DAL FERRO, pubblicò nella «*Ars Magna*» la risoluzione del DAL FERRO, *non senza proclamare apertamente che tale risoluzione era stata a lui comunicata dal* TARTAGLIA (v., per es. il passo del Cap. XI, riportato in questo capitolo a pag. 66).

§ II.
Il caso irreducibile e la pubblicazione della Ars Magna.

1. – IL CASO IRREDUCIBILE.

Quando il CARDANO si provò di applicare le formule comunicategli dal TARTAGLIA a particolari esempi numerici, si avvenne nel *caso irreducibile*[36], in cui tali formule non sono valide. Egli allora ne chiese spiegazione al TARTAGLIA; nello stesso tempo in cui gli dava notizia dell'esito dei buoni uffici da lui fatti, presso l'ambasciatore cesareo DON DIEGO DE MENDOZA. Ma il TARTAGLIA non poteva insegnare ad altri ciò che egli stesso ignorava e d'altra parte non voleva confessare la sua ignoranza: lasciamo che egli stesso racconti in qual modo credette di potersi cavare d'imbarazzo.

«*Quesito XXXVIII*, fatto con una lettera dalla eccellentia di messer Hieronimo Cardano, riceputa alli 4 Agosto 1539».

MESSER HIERONIMO,... «ma quando che il cubo della terza parte delle cose eccede il quadrato del numero, all'hora non posso farli seguir l'equatione, come appare, però avria appiacere me solvesti questa: 1 cubo egual a 9 cose più 10. & di questo mi fareti sommo appiacere...».

«Ve avviso anchora qualmente indirizzai da voi il Signor DON DIEGO DE MENDOCIA ambasciatore della maestà dell'imperatore, qual se diletta di queste scientie, qual penso non vi sarà inutile, & gli dissi dell'altezza delle virtù vostre, come meritati...».

«NICOLÒ. Sto in fantasia di non dar risposta a questa, si come ho fatto anchora delle altre due, pur vi voglio rispondere, & farli intendere quello che ho inteso di lui. Et *de poi che vedo che va sospettando sopra la retta via del capitolo di cose e numero egual a cubo, voglio tentare se gli potesse cambiare li dati che ha in mane, cioè removerlo di tal via retta, & farlo entrare in qualche altra, a benchè credo non*

36 Cfr. il n. 3 del § precedente.

vi sarà meggio, nondimeno il tentar non nuoce...».[37].

Troncata così ogni corrispondenza col TARTAGLIA, il CARDANO si recò a Bologna, insieme col suo creato L. FERRARI, e colà cercò di ANNIBALE DELLA NAVE, genero e successore, nella cattedra, di SCIPIONE DAL FERRO, per avere da lui qualche lume sulla intricata faccenda.

Ecco la notizia che ne dà lo stesso FERRARI nel 2° Cartello (p. 3):

«Anno ab hinc quinto (siamo nel 1547), cum Cardanus Florentiam proficisceretur, egoque, ei comes essem, Bononiae *Annibalem de Nave virum ingeniosum et humanum visimus, qui nobis ostendit, libellum manu Scipionis Ferrei soceri sui iam diu conscriptum, in quo istud inventum, eleganter et docte explicatum tradebatur.* Quod non ascriberem, ne viderem more tuo ea, quae mecum facerent, configere, nisi Annibal ipse adhuc viveret, et posset in hac controversia testis adhiberi».

Il CARDANO *ebbe così la prova che le regole confidategli dal* TARTAGLIA *erano state da altri ritrovate prima di lui*; ma non trovò, presso il DELLA NAVE, quella risposta ai suoi dubbi sul caso irreducibile, che nessuno a quei tempi avrebbe potuto dare. D'altra parte sarebbe stato necessario trovare qualche opportuno rimedio, perchè, mentre per equazioni del secondo grado $x^2 + px + q = 0$, il caso di eccezione, in cui la formula

37 Tali furono gli ingenui schiarimenti dati dal magnanimo TARTAGLIA al fedifrago CARDANO!

$-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ perde ogni significato, corrisponde ad equazioni che non hanno radici reali, cioè a problemi insolubili nel campo reale; *per le equazioni cubiche, il caso irreducibile si presenta appunto quando tutte le radici sono reali* e *la impossibilità non è nella natura del problema, ma nel procedimento analitico di risoluzione*.

Allo studio di quel problema il CARDANO ha dedicato molte delle più interessanti pagine della sua «*Ars Magna*», e tutta intera la sua opera «*De Regula Aliza*».

2. – UN PRIMO ACCENNO AI NUMERI IMMAGINARI E LE TRASFORMAZIONI RAZIONALI DELLE EQUAZIONI ALGEBRICHE.

Cercò prima il Cardano di indagare la natura del simbolo numerico, che si presenta quando un radicale quadratico è sovrapposto ad un numero negativo. Vide che, se fosse proposto di «*dividere un segmento di retta lungo* 10 *in due parti il cui rettangolo fosse* 40, l'applicazione materiale della nota formula di risoluzione per le equazioni quadratiche porterebbe alle espressioni: $5+\sqrt{-15}, 5-\sqrt{-15}$. Se fosse lecito operare su questi simboli con le leggi ordinarie della aritmetica, si vedrebbe che effettivamente la loro somma sarebbe 10, ed il prodotto 40. Ma poichè *quelle quantità sono sofistiche e lontane dalla natura dei numeri*, talchè nessun segmento potrebbe da esse essere misurato, conclude col dire: «*Hucusque progreditur subtilitas, cuius hoc extremum ut dixi, adeo est subtile, ut sit inutile*».

Poichè, d'altra parte, l'ostacolo che nel caso irreducibile si presenta, non è dipendente dalla natura del problema, ma dal mezzo seguito nella risoluzione, il CARDANO volle vedere in che quel mezzo era deficiente, e cercare qualche altro provvedimento applicabile anche nel caso irreducibile. Fu così condotto alla sistematica ricerca dei principi su cui può essere fondato un procedimento idoneo alla risoluzione delle equazioni algebriche. Trovò *alcune, fra le più importanti, delle relazioni fondamentali che, in qualsiasi equazione algebrica, intercedono fra i coefficienti e le radici,* e fece studio accurato delle *trasformazioni che possono servire a ridurre una data equazione ad altre più agevolmente risolubili*, e delle classi di equazioni cui tali trasformazioni possono essere vantaggiosamente applicate. E, dopo aver coordinato in esposizione sistematica tutti i risultati pertinenti alla teoria generale delle equazioni, per tal modo ottenuti, fece diligente analisi di tutti i casi che si presentano nella risoluzione delle equazioni cubiche, ed espose anche *i primi fondamenti della risoluzione delle equazioni biquadratiche*, in un'opera cui attese, *colla collaborazione di* LUDOVICO FERRARI, per non meno di 6 anni, e che pubblicò col titolo di: «*Artis Magnae, sive de regulis algebraicis*», nell'anno 1545.

Dalla pubblicazione di tale opera può farsi incominciare la fase moderna, nella storia della matematica.

CARDANO studiò principalmente quelle trasformazioni che anche oggi vengono dette: a *radici contrarie,* a *radici reciproche,* a *radici aumentate.*

Le trasformazioni a *radici contrarie* si eseguiscono mediante la formula: $x = -y$. Per effetto di questa trasformazione cambiano di segno i termini di grado dispari, e rimangono invariati quelli di grado pari. Ogni data equazione si trasforma in un'altra le radici della quale hanno lo stesso valore assoluto di quelle della proposta, ma segno contrario. Per tal modo *le radici negative di una equazione si trovano tutte, col segno positivo, nella sua trasformata.*

Ciò aveva importanza al tempo di CARDANO, perchè *allora le radici negative erano dette false*, o *finte,* e non *erano prese in considerazione*. Ma CARDANO non ebbe difficoltà a considerarle tutte come effettive soluzioni della equazione proposta.

Egli ha in particolare osservato che, *se una equazione contiene solo termini di grado pari* (o costanti) *e se essa ha radici positive, essa possiede altrettante radici negative, cogli stessi valori assoluti.*

La trasformazione a *radici reciproche* si fa mediante la formula $x = 1/y$: per essa una equazione in x della forma:

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots a_{n-1} x + a_n = 0,$$

si trasforma in una equazione in y della forma:

$$a_n y^n + a_{n-1} y^{n-1} + \dots + a_1 y + a_0 = 0.$$

Da qui si vede che, *se nella proposta manca il termine lineare* (cioè se $a_{n-1} = 0$), *nella trasformata manca il termine di grado $n - 1$.*

La trasformazione a radici reciproche *vale dunque a dare forma ridotta* alle equazioni algebriche prive del termine lineare.

Tale trasformazione è stata trovata dal FERRARI che usava la formula di trasformazione $x = k/y$ per la quale l'equazione $x^3 + ax^2 + b = 0$ si trasforma nell'altra: $k^3/y^3 + ak^2/y^2 + b = 0$; cioè: $y^3 + ak^2/b \cdot y + k^3/b = 0$. Il FERRARI, pone $k=\sqrt{b}$, e ne risulta l'equazione ridotta $y^3 + ay + \sqrt{b} = 0$, che conserva il coefficiente a. («Demonstratio alia similis nostrae generali, capituli septimi inventa a Ludovico de Ferraris»).

Anche pel caso generale, della equazione completa $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ trovò regola valevole a dar forma ridotta, mediante la *trasformazione a radici aumentate*: $x = y - a/3$, colla avvertenza che, se il termine quadratico ax^2 è al secondo membro (cioè se a è numero negativo), la trasformazione ha la forma $x = y + a/3$. «*Et haec demonstratio fuit inventa a Ludovico Ferrario, et ostendit clarius rationem supradictarum operationum*».

Nel corso di queste ricerche, il CARDANO ha fatto una importante osservazione. Ha osservato cioè che, *l'equazione cubica può avere tre radici, ed in questo caso il coefficiente del termine quadratico è eguale alla somma algebrica delle radici* (p. 78).

«Ex hoc patet, quod *numerus quadratorum, in his tribus exemplis, in quibus aestimatio rei triplicatur, semper componitur ex tribus aestimationibus iunctis simul,...* Et patet etiam, *quod omnes modi hi, ad additionem semper possunt referri, quamvis minus cum additur, vicem gerat, plus cum detrahitur*, ostensum est enim quod tantum est minuere 4 ex 12, quantum addere 4 m: ad 12, utroque enim modo fiet 8.»

Il CANTOR (loc. cit. p. 505) trova in queste conclusioni del CARDANO, *un prodigioso avanzamento* nelle teorie algebriche:

«Von *grosser Wichtigkeit* ist ein Ausspruch Cardanus, der sich in XVIII Capitel findet,... *Schon darin lag ein ungeheuer Fortschritt, da noch niemals Gleichungen mit mehr als zwei* Wurzelwerthen bekannt geworden waren. *Aber Cardano geht viel weiter. Er addirt die jedesmaligen Wurzelwerthe und bemerkt, dass in allen drei Fällen, die Summe der Wurzelwerthe den Coefficienten des quadratischen Gliedes bilde*».

3. – I CARTELLI DI MATEMATICA DISFIDA.[38]

1. La pubblicazione della «*Ars Magna*» (1545) provocava da parte del TARTAGLIA la pubblicazione dei «*Quesiti et inventioni diverse*», ed a questa, secondo l'uso dei tempi, seguiva un *Cartello di disfida a disputazione*, da parte di LUDOVICO FERRARI, collaboratore del CARDANO nell'opera incriminata. A questa seguiva una risposta del TARTAGLIA, poi un secondo *Cartello* di disfida, ed una seconda risposta,... e così di seguito per 6 Cartelli e per sei

38 Cfr. *I sei Cartelli di matematica disfida di Lodovico Ferrari coi sei controcartelli in risposta di Nicolò Tartaglia*. Raccolti, autografati e pubblicati da ENRICO GIORDANI, bolognese. Milano, 1876. – V. anche: *I sei Cartelli di Matematica disfida e la personalità psichica e morale di Girolamo Cardano*, di E. BORTOLOTTI, «Studi e Memorie per la Storia della Università di Bologna», vol. XII, 1933. *[torna a pag. 91]*

risposte.

Qui non abbiamo la riproduzione più o meno esatta del fatto storico, ma il fatto medesimo, nel suo effettivo svolgimento. Le rivendicazioni, le refutazioni, fatte apertamente, mediante opuscoli a stampa, firmati dall'autore e controfirmati da persone autorevoli e note, largamente distribuiti in tutta Italia, diffusi anche fuori, mentre erano viventi e presenti i testimoni, dànno la più sicura garanzia e la più chiara visione dei fatti. E la collezione dei 62 quesiti proposti, risoluti, discussi in quei cartelli dai migliori matematici del tempo, costituiscono un materiale prezioso per la storia della scienza matematica.

Ma questa fonte è stata, fino ai nostri giorni, trascurata, o sconosciuta: solo nel 1876 si ripubblicarono i 12 cartelli, autografati sull'unico esemplare autentico e completo allora esistente, riuniti in un sol volume dal GIORDANI, in una edizione di 212 esemplari numerati che ora costituiscono una rarità bibliografica, difficilmente accessibile agli studiosi.

Ciò che fu scritto prima della ripubblicazione dei Cartelli, sull'argomento in discorso, è quasi esclusivamente fondato sulle *recriminazioni del* TARTAGLIA e su fantastiche narrazioni, che nel trapasso da libro in libro si sono andate di mano in mano sovrapponendo, fino alla creazione di un romanzetto, del quale, *i solerti compilatori di manuali storici, non vogliono privare il loro pubblico,... «qui ne cherche jamais dans une histoire, que les sottises qu'il sait déjà»* (Cfr. A. FRANCE, *L'île des pin-*

gouins, Préface, p. IV).

Tuttociò interessa in modo speciale la storia della matematica nella scuola di Bologna, ma una trattazione esauriente di un tale argomento ci porterebbe oltre i limiti assegnati in quest'opera: si troverà ampiamente e completamente sviluppata nel citato articolo di E. BORTOLOTTI.[39]

4. – LA RISOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DEL QUARTO GRADO.

La risoluzione delle equazioni del quarto grado è dovuta a LUDOVICO FERRARI, bolognese. Fu occasionata da un particolare problema aritmetico proposto a disfida matematica da quella testa bizzarra di GIOVANNI DA COI al CARDANO, nel tempo in cui questi era lettore di matematica a Pavia.

Dalla soluzione di quel problema venne regola generale per tutte le equazioni del quarto grado date sotto forma ridotta, prive cioè del termine cubico, ed anche per tutte quelle prive del termine di primo grado (che assumono forma ridotta con una trasformazione a radici reciproche).

Ma lasciamo che lo stesso CARDANO ce lo racconti (*Ars Magna*, Cap. XXXIX, Regula II).

«Alia est regula nobilior precedente & est Ludovici de ferrarijs, qui eam, me rogante, invenit, & per eam habemus omnes aestimationes ferme capitulorum: qua-

39 Vedi nota a p. 89

drati-quadrati, & quadrati, rerum, & numeri, vel quadrati-quadrati, cubi, quadrati & numeri...

«Exemplum. *Fac ex* 10 *tres partes in continua proportione,*[40] *ex quarum ductu primae in secundam, producantur* 6.

Hanc proponebat Johannes Colla, & dicebat solvi non posse, ego vero dicebam, eam posse solvi, modum tamen ignorabam, donec Ferrarius eum invenit»[41].

Si tratta, come subito si scorge, della equazione:

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x.$$

Si aggiunga ai due membri $6x^2$, e si avrà:

$$x^4 + 12x^2 + 36 = 60x + 6x^2.$$

Il primo membro è un quadrato perfetto (il quadrato di $x^2 + 6$) se tale fosse anche il secondo membro, sarebbe facile la risoluzione.

Poichè tale non è, si aggiunga ad ambi i membri una espressione formata da un termine del secondo grado e da un termine noto, in modo che il primo membro conservi la proprietà di essere quadrato perfetto, e che tale proprietà acquisti anche il secondo membro. Indicando con y un numero da determinare, si aggiunga dunque ad ambi i membri $2x^2y + (y^2 + 12y)$. Verrà:

$$x^4 + 2(y + 6)x^2 + (y + 6)^2 = 2x^2y + y^2 + 12y + 60x + 6x^2 =$$

---

40 Un'edizione dell'opera del Cardano riporta "*proportionales*", invece di "*in continua proportione*" e "*Ioannes*", invece di "*Iohannes*" [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

41 Se vogliamo credere a ciò che dice Tartaglia nel Quesito XL (5 Gennaio 1540), ciò sarebbe avvenuto nel Gennaio 1540 e da *quell'epoca può datarsi anche la soluzione della equazione biquadratica, data dal* Ferrari.

$$= 2(y + 3)x^2 + 60x + y^2 + 12y$$

che scriveremo:

$$(x^2 + y + 6)^2 = \frac{4(y+3)^2 x^2 + 120x(y+3) + 2(y+3)(y^2+12y)}{2(y+3)}$$

Perchè anche il secondo membro sia quadrato perfetto, basterà determinare y per modo che sia

$$2(y + 3)(y^2 + 12y) = 30^2 = 900.$$

Fatte le riduzioni, troveremo

$$y^3 + 15y^2 + 36y = 450,$$

1 *cubus p.* 15 *quadratis, p.* 36 *positionibus aequantur* 450.

Questa appunto è la «*Risolvente di Ferrari*».

Non è inopportuno ricordare che quello stesso problema, che il FERRARI ha risoluto con regola generale, era stato qualche anno prima proposto, dallo stesso GIOVANNI COLLA, anche al TARTAGLIA, *il quale si era salvato solo affermando che lo stesso proponente non lo avrebbe saputo risolvere*.

Il FERRARI ha osservato che il suo procedimento vale per le equazioni di quarto grado prive del termine cubico, e per quelle prive del termine lineare, che, con una sostituzione a radici reciproche, si trasformano in altre prive del termine cubico. Ma fa meraviglia che egli, che aveva trovato la sostituzione a radici aumentate, che serve in ogni caso a dar forma ridotta a qualsiasi equazione cubica, comunque proposta, non si sia accorto che una simile trasformazione ($x = y - a/4$) vale anche, senza eccezioni, a dar forma ridotta (priva del termine cubico) a qualsiasi equazione biquadratica, $x^4+ax^3+bx^2+cx+d = 0$, e che perciò *la risoluzione da lui trovata, per le equa-*

zioni del quarto grado, è assolutamente generale, e può in ogni caso essere applicata.

§ III.
L'Algebra di Raffaele Bombelli.

1. – LA VITA.

RAFFAELE BOMBELLI è l'ultimo, in ordine di tempo, di quella schiera di algebristi bolognesi coi quali si apre il periodo moderno nella storia della matematica. Fra le due edizioni della sua «*Algebra*», sta la scoperta della *Aritmetica di Diofanto*; la sua «*Geometria*», che è stata recentemente tratta dall'inedito, segna il distacco fra l'«*Algebra geometrica*» degli antichi e la moderna «*Geometria Analitica*».

Non si ha notizia nè della data, nè del luogo di nascita di RAFFAELE BOMBELLI; nel suo libro egli si dichiara «*Cittadino bolognese*». I BOMBELLI infatti appartenevano alla nobiltà del contado bolognese, e si stabilirono a Bologna nei primi anni del secolo XIII, provenienti dal Castel de' Britti (sul fiume Idice, a 15 km. circa da Bologna). Ma nello scorcio di quel secolo tutti i BOMBELLI che erano di *parte lambertazza* furono banditi dalla città: si dispersero per le ville del contado e non tornarono se non dopo la *cacciata dei Bentivogli* nei primi anni del secolo XVI.

Le notizie su la vita di RAFFAELE BOMBELLI provengono tutte dalla sua Opera «*L'Algebra*», pubblicata nel 1572 a Bologna, e conservata manoscritta nel codice B. 1569 della *Biblioteca dell'Archiginnasio in Bologna*.

Dice di aver avuto a precettore messer FRANCESCO MARIA CLEMENTI da Corinaldo, del quale nessun'altra cosa sappiamo all'infuori di quello che lo stesso BOMBELLI ci racconta, cioè che *da lui furono essicate le paludi di Foligno, a' tempi di Paolo III.* Pare lecito supporre che il CLEMENTI lo abbia istruito nelle cose di idraulica, e che egli, bolognese, abbia attinto le cognizioni matematiche nello Studio di Bologna, allora, per questa scienza, nel massimo suo splendore.

Il BOMBELLI racconta che per l'opera sua, e per ordine di Mr. ALESSANDRO RUFINI, vescovo di Melfi, si essicò la palude Chiana in Toscana, «con tanta salude e felicitade de' popoli «circonvicini...», e che, *da una interruzione dei lavori della Chiana trasse origine la sua Opera d'Algebra.*

Quest'*Opera d'Algebra* rimase lungo tempo inedita, ma fu certamente diffusa fra gli studiosi, perchè nelle Biblioteche di Bologna ne esistono ancora due esemplari manoscritti: l'uno in cinque libri, nel codice anzidetto nella Biblioteca dell'Archiginnasio, l'altro, che comprende solo il terzo libro, nella Universitaria.

Frattanto il BOMBELLI ebbe agio di conoscere l'*Aritmetica di Diofanto*, in un codice della Biblioteca vaticana: «essendosi ritrovato un'opera greca di questa disciplina nella libraria di nostro Signore in Vaticano, composta da un certo Diofanto Alessandrino, autor greco, il quale fu a' tempi di Antonin Pio, et havendomela fatta vedere Messer Antonio Pazzi reggiano[42] pubblico lettore delle matematiche in Roma, e giudicatolo con lui autore assai intelligente de' numeri (ancorchè non tratti de' numeri irrationali, ma solo in lui si vede un perfetto ordine di operare) egli et io, per arrichire il mondo di siffatta opera, ci dessimo a tradurlo e cinque libri (delli sette che sono) tradutti ne habbiamo, lo restante non havendo potuto finire, per gli travagli avvenuti all'uno e all'altro...»[43].

Non avendo potuto arricchire il mondo di siffatta opera, il BOMBELLI pensò almeno di arricchirne la propria *Algebra,* inserendo in essa tutti i problemi diofantei di cui era venuto a cognizione; e nel far ciò, procedette ad una generale revisione dell'opera, che volle apprestare per la stampa, e della quale infatti nel 1572 uscirono a Bologna, coi tipi di G. Rossi, i primi tre libri.

Nelle ultime pagine del volume si scusa di non poter dar subito in luce la *parte geometrica* della sua opera «...perchè non è ancora ridutta a quella perfettione, che la eccellentia di questa disciplina richiede, mi sono risoluto di volerla prima meglio considerare avanti che la

---

42 Fu a Roma dal 1567 al 1576, morì a Reggio nel 1585. In una sua lettera diretta a GHERARDO SPINI, dice di aver tradotto anche HERONE e PAPPO (cfr., *Bibl. Modenese del Tiraboschi*, tomo IV, p. 77).

43 Cfr. l'introduzione: «*A gli lettori*» quarta pagina non numerata.

mandi al conspetto degli huomini.

Goda dunque il lettore di questa prima parte delle mie fatiche che in breve l'altra darogli...».

Questa seconda parte non fu più pubblicata, e si credeva perduta. Fu invece ricuperata, essendosene trovata copia manoscritta nel codice già ricordato, B. 1569, della Biblioteca dell'Archiginnasio[44]. Questo codice contiene la intera opera di BOMBELLI, cioè la parte algebrica, e la geometrica (che occupa i libri IV e V), entrambe in quella prima stesura, che il BOMBELLI dice non ancora ridotta alla dovuta perfezione.

Ciò fa credere che il BOMBELLI sia mancato di vita poco tempo dopo la pubblicazione del suo volume.

2. – L'OPERA.

L'*Algebra* di RAFFAELE BOMBELLI raccoglie e coordina tutto il meraviglioso contributo di idee, di risultamenti, di metodi, che, nel fervido rinascimento scientifico, promosso dalla risoluzione algebrica delle equazioni cubiche, era tumultuosamente sbocciato dalla ardita genialità creatrice degli algebristi italiani della prima metà del secolo XVI.

Ha pregi singolari che la distinguono da ogni altro trattato di quell'epoca.

Non solo, infatti, in essa si presenta per la prima volta

---

44 Cfr. E. BORTOLOTTI, *Manoscritti matematici riguardanti la storia dell'Algebra, esistenti nelle Biblioteche di Bologna*, Esercitazioni Matematiche di Catania, Anno III, fasc. 23, 1923, p. 81.

una compiuta sistemazione logica della teoria delle equazioni dei primi quattro gradi; ma il concetto informatore di tutta l'opera, la disposizione e l'ordine della materia, i procedimenti costruttivi e dimostrativi, essenzialmente analitici, in essa seguiti, rappresentano un passo notevole verso la *aritmetizzazione* della scienza matematica.

Il *primo dei tre libri* che compongono l'opera, con concetto che si direbbe moderno, è interamente dedicato alla *successiva estensione del campo aritmetico di razionalità.*

Qui per la prima volta *si considerano come enti aritmetici i numeri immaginari*, e si rappresentano con simbolismo opportuno al loro calcolo.

Il Bombelli credette dapprima di poter considerare i nuovi numeri come radici quadrate di numeri negativi e di poter applicare ad essi il calcolo dei radicali. E senz'altro li rappresentò con simboli della forma $\sqrt{0-a}$ che si vedono costantemente usati nella edizione manoscritta della sua opera.

Ma nel ventennio trascorso fra la prima compilazione e la pubblicazione di essa per le stampe, si è accorto di aver che fare con numeri di diversa natura: «*Ho trovato* (egli dice) *un'altra sorta di radici.... molto diversa dall'altra.... la quale ha nel suo algoritmo diversa operatione dall'altra e diverso nome*».[45]

45 Così nel testo di riferimento. Il testo del Bombelli dice: “Ho trovato un'altra sorte di *R.c.* legate molto differenti dall'altre... laqual sorte … hà nel suo Algorismo diversa operatione dall'altre, e

Egli scrive perciò *p. di m. b* (più di men. b) per rappresentare il numero immaginario + *ib*, e *m. di m. b*, per – *ib*; considera i binomi ed i recisi: *a p. di m. b* (*a* + *ib*) e *a m. di m. b* (*a* – *ib*) e così rappresenta anche i numeri da noi detti *complessi.* Egli ha anche avvertito che *nella risoluzione delle equazioni ogni radice complessa è sempre accompagnata dalla sua coniugata*. («Si deve avvertire che tal sorta di radici legate, non possono intravenire se non accompagnato il binomio col suo residuo..»).

Ciò fatto stabilisce *il calcolo aritmetico nel campo di razionalità che risulta per l'aggiunta, al campo euclideo, dei nuovi numeri così definiti*, ed è da ammirare la sicurezza con cui egli poi procede nei calcoli, anche se complicati da radicali, sui numeri complessi; la qual sicurezza fa strano contrasto con le incertezze, i paralogismi e gli errori che su tale argomento si commisero quando si vollero considerare i numeri immaginari come radici di numeri negativi, e parve lecito l'applicare ad essi tutte le regole che si hanno nel calcolo dei radicali aritmetici.

Di fondamentale interesse è la formula di trasformazione da lui indicata[46] per i radicali cubici

(1) $$\sqrt[3]{m \pm i\sqrt{n}} = u + i\sqrt{v}$$

---

diverso nome.” [nota per l’edizione elettronica Manuzio].

46 Cfr. p. es. E. Bortolotti, *L'Algebra nella scuola matematica bolognese del secolo XVI*. «Periodico di mat.», Serie IV, vol. V, 1925, p. 169.

Seguendo lo stesso procedimento da lui insegnato nel caso che si tratti di numeri reali, dimostra che occorre determinare u, v, in modo che sia

(2) $u^2+v=\sqrt[3]{m^2+n}\,,\; u^3-3uv=m.$

Dal codice bombelliano B. 1569, riporto, alla pag. 100, in riproduzione fotografica, un esempio della trasformazione indicata dalla formula (1):

Si tratta di cercare la radice cubica:

$$\sqrt[3]{52+\sqrt{0-2209}}=\sqrt[3]{52+i\sqrt{2209}}\,;$$

si ha:

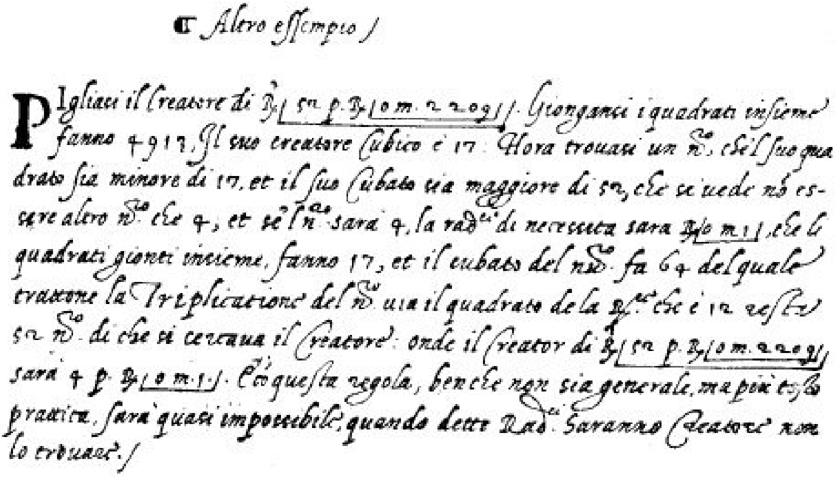
$$\sqrt[3]{m^2+n}=\sqrt[3]{2704+2209}=\sqrt[3]{4913}=17\,;$$

dunque per le (2) dovremo cercare due numeri u, v, tali che sia:

(3) $$u^2+v=17\,,\; u^3-3uv=52.$$

Bisogna, come dice il testo, che il quadrato di u, sia minore di 17 e il suo cubato maggiore di 52.

Un tal numero è 4.



Altro essempio

Pigliasi il Creatore di R.c.⌊52 p. R.q.⌊0 m. 2209⌋⌋. Giongansi i quadrati insieme fanno 4913. Il suo creatore cubico è 17. Hora trouasi un n°. che'l suo quadrato sia minore di 17, et il suo cubato sia maggiore di 52, che si uede nõ essere altro n°. che 4, et se'l n°. sarà 4, la rad.ce di necessità sarà R.q.⌊0 m. 1⌋ che li quadrati gionti insieme, fanno 17, et il cubato del n°. fa 64 del quale trattone la Triplicatione del n°. uia il quadrato de la R.ce che è 12 resta 52 n°. di che si cercaua il Creatore: onde il Creator di R.c.⌊52 p. R.q.⌊0 m. 2209⌋⌋ sarà 4 p. R.q.⌊0 m. 1⌋. E cõ questa regola, benche non sia generale, ma però è lo pratica, sarà quasi impossibile quando dette Rad.ce saranno Creatore non lo trouare.

[torna a pag. 100]

Se $u = 4$, sarà per la prima delle (3), $v = 1$. Questo valore di v soddisfa anche la seconda delle (3); dunque sarà:

$$\sqrt[3]{52+\sqrt{0-2209}}=4+\sqrt{0-1}$$

o, al modo moderno,

$$\sqrt[3]{52+i\sqrt{2209}}=4+i.$$

L'introduzione, nel campo aritmetico di razionalità, dei numeri complessi, si è presentata nella risoluzione delle equazioni cubiche, pel caso irreducibile, ma ha per sè stessa valore universale di primaria importanza.

Il campo di validità della analisi matematica ha raggiunto con quella introduzione, la sua massima estensione; e, mentre ai primi inizii sembrava che tale estensione non potesse essere percorsa che nel minuscolo campo che appartiene al caso irreducibile delle equazioni cubiche, si è visto di poi che non c'è ramo di matematica pura ed applicata, che non si estenda sopra di esso, ed in ogni direzione.

Ed anche nella tecnica del calcolo dei numeri complessi, le regole fissate dal BOMBELLI, precorsero quelle che tre secoli dopo furono date dal GAUSS, fin d'allora manifestarono l'intima natura dei nuovi enti aritmetici, ed a quella natura pienamente si uniformarono.

Il *Libro secondo* dell'*Algebra*, studia i polinomi algebrici e le equazioni algebriche dei primi quattro gradi.

Incomincia colla definizione di *variabile* (il *tanto*) e delle sue potenze, ed introduce un sistema di simboli a *tipo esponenziale*; col rappresentare la nostra x con un semicircoletto sormontato dall'esponente 1, $\overset{1}{\smile}$, il quadrato della incognita, x^2, con lo stesso semicircoletto sormontato dalla cifra 2, $\overset{2}{\smile}$, così per tutte le altre potenze[47].

Allo studio preliminare sui polinomi e sulle frazioni algebriche segue la teoria delle equazioni, o, come egli dice: «*dello agguagliare*».

Incomincia dalle equazioni del primo grado, e sale gradatamente fino alle equazioni del quarto grado complete, esaminando tutti i possibili casi, con discussione ordinata, precisa, esauriente. Per ogni tipo di equazione dà la regola pratica di risoluzione, e la dimostrazione, che, all'uso dei tempi, è geometrica. Ma egli non disconosce il valore di *dimostrazioni puramente analitiche*; ed una tale fa, p. es., per la risoluzione delle equazioni del secondo grado. Talchè il Libri potè dire: *C'est là qu'on voit pour la première fois la rigueur de la synthèse*, *appliquée aux démonstrations algébriques*» (vol. III, p. 184).

Per le equazioni cubiche egli dà dimostrazione geometrica al modo di Cardano della formula del dal Ferro, mostrando come un cubo materiale si scomponga nei due cubi e nei sei parallelepipedi rappresentati dalla nota formula che dà il cubo del binomio.

Per quel che riguarda il *caso irreducibile*, che si presenta per la equazione $x^3 = px + q$, egli osserva anzitutto, *ed è qui veramente l'essenziale contributo che egli*

47 Cfr. E. Bortolotti, *Sulla rappresentazione simbolica della incognita e delle potenze di essa introdotta dal Bombelli*. (Archivio di Storia delle Scienze, vol. VIII, 1927).

ha dato a questa teoria, che *anche in questo caso la formula di* SCIPIONE DAL FERRO

$\sqrt[3]{\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}-\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}-\frac{p^3}{27}}}$ *può dare il valore della radice, nonostante che essa sia complicata cogli immaginari* (col più di meno), *ogni qual volta si riesca a trovare il lato cubico delle espressioni che in essa compariscono, perchè allora si dovranno sommare numeri complessi coniugati, la cui somma è numero reale.*

Dallo stesso codice riproduco un perspicuo esempio di risoluzione di equazione cubica nel caso irreducibile. Faccio notare il quadro delle formule, fatto dall'insegnante alla lavagna, riprodotto nitidamente a fianco del testo, e fin d'ora invito ad osservare, in questo codice della metà del secolo XVI, le notazioni algebriche: gli indici dei radicali, le parentesi, gli esponenti, positivi o nullo, della incognita, e la disposizione chiara e suggestiva.


Ancora si può procedere nella equatione di questo Capitolo in un'altro modo; come se si havesse ad agguagliare 1 a 15 p. 4: pigliase il terzo de le Cose, che è 5 cubato fa 125, et questo si caua del quadrato della metà del numero che è 4, restarà 0 m. 121, che di questo pigliata la Radice, dirà R[0 m. 121], che aggiunta con la metà del numero, farà 2 p. R[0 m. 121], che pigliatone il creator Cubico, et aggiunto col suo residuo farà R[2 p. R[0 m. 121]] p. R[2 m. R[0 m. 121]], et tanto uale la cosa: Et benche questo modo si possa più tosto chiamar sofistico, che altrimenti come fu detto innanti nel Capitolo di Censi, et numero eguali à Cose, che pure nell'operationi seruo senza difficoltà niuna, et assai uolte si truoua la ualuta de la Cosa per numero, come questo, che ha creatore; che il Creatore di

1 Eguale a 15 p. 4

5 5 25 5 125 — 2 2 4 — 125 — R[0 m. 121] — 2 2

Somma R[0 m. 121] Caua R[0 m. 121]

R[2 p. R[0 m. 121]] p. R[2 m. R[0 m. 121]]

Creatore 2 p. R[0 m. 1] p. 2 m. R[0 m. 1]

2 m. R[0 m. 1]

Somma 4: et tanto uale la Cosa.

Si tratta della equazione:

$$x^3 = 15x + 4$$

qui $p^3/27 = 5^3 = 125$, $q^2/4 = 2^2 = 4$, dunque la cosa vale:

$$\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}+\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}\,;$$ [48]

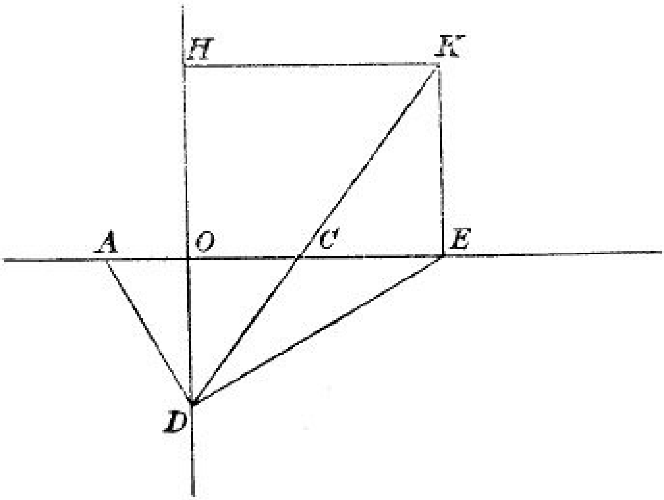
questa formula è *sofistica,* cioè complicata coll'immaginario; ma applicando la trasformazione insegnata, si trova

48 Così nell'edizione di riferimento, ma si tratta di un evidente refuso. L'espressione corretta è $\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{0-121}}$. A riprova, si osservino le due eguaglianze subito sotto: nella seconda, la radice quadrata sotto il radicale cubico è correttamente preceduta dal segno "-" e non "+" [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

$$\sqrt[3]{2+\sqrt{0-121}}=2+\sqrt{0-1}\,,\ \sqrt[3]{2-\sqrt{0-121}}=2-\sqrt{0-1}$$

e dalla somma di queste risulta il valore reale 4, valuta della cosa.

Il BOMBELLI ha voluto trovare anche per questo caso una opportuna *dimostrazione geometrica.*



Sugli assi ortogonali *AO, OH*, si prenda $AO = 1$, $OH = q/p$, e per *H* si conduca *HK* parallela ad *AO*.

Preso poi a piacere un punto *D*, sull'asse *OH*, si ponga $DO = a > 0$. Si congiunga *D* con *A*, si tiri *DE* perpendicolare a *DA*, ed *EK* parallela ad *OH*, e si congiunga *D* con *K*; la *DK* incontrerà *AE* in un punto che chiamerò *C*.

Sarà $\overline{AO}\cdot\overline{OE} = \overline{OD}^2$, cioè $a^2 = \overline{OE} = \overline{HK}$.

Dai triangoli simili *DOC, DHK*, si ha:

$$\frac{\overline{OC}}{a}=\frac{a^2}{a+\dfrac{q}{p}} \quad \text{cioè} \quad \overline{OC}=\frac{a^3 p}{pa+q}.$$

Se ora facciamo variare *a* con continuità da 0 ad ∞, il segmento $\overline{OC}$ crescerà con continuità da 0 ad ∞, dunque *esisterà un valore positivo di a ed uno solo, pel quale sarà* $\overline{OC} = p$ e quindi: $p = \frac{a^3 p}{pa + q}$, od infine: $a^3 = pa + q$.

Il segmento a così determinato è dunque radice della equazione proposta, e questa perciò avrà sempre una radice positiva ed una sola.

Il BOMBELLI ha coronato queste sue ricerche col trovare la *relazione di questo problema analitico col problema geometrico della «Trisezione dell'angolo».*

Egli dice espressamente (p. 321) che la risoluzione dell'equazione cubica nel caso irreducibile «*servirà in dividere l'angolo in tre parti pari*», come a suo tempo si vedrà.

E ciò appunto ha fatto nella *parte geometrica*, di cui più oltre brevemente parleremo.

Noterò di sfuggita che il VIETA ritrovò egli pure, ma molto più tardi, la relazione fra il caso irriducibile dell'equazione cubica ed il problema della trisezione dell'angolo, e per questa scoperta fu detto di lui che egli aveva dato «*une marque du génie la plus éclatante*» (Montucla, I, 605).

La *risoluzione delle equazioni del quarto grado*, era stata fatta dal FERRARI, in un caso che oggi può essere considerato come generale, ma allora era, per dirla collo ZEUTHEN, *cosa troppo nuova perchè il* CARDANO *avesse osato di farne una teoria completa parallela a quella da lui fatta per le equazioni cubiche, ove ogni lacuna avrebbe potuto essere indizio di ignoranza.* Il BOMBELLI si accinse a quell'opera, per quei tempi formidabile, e sviluppò completamente quella teoria risolvendo e discutendo separatamente, con acume e sicurezza di metodo, tutti i 42 casi che si possono presentare.

Anche il *simbolismo* e la *tecnica dell'algoritmo* presentano nell'*Algebra di* BOMBELLI notevoli progressi: per l'uso delle parentesi nelle formule algebriche, e, specialmente nel manoscritto, degli indici dei radicali, e, per una rappresentazione delle potenze della incognita, che, adottata poi da A. GIRARD, da A. ROMANO, dallo STEVIN,... per successivi adattamenti ha dato luogo alla odierna rappresentazione esponenziale delle potenze.

Le notazioni introdotte dal BOMBELLI hanno dato al calcolo algebrico una scioltezza che nulla cede al calcolo moderno. Ne abbiamo dianzi dato un esempio nel quale si espone il calcolo fatto per la risoluzione di una equazione complicata da irrazionali.

Il LIBRO TERZO dell'*Algebra* costituisce una interessantissima raccolta di problemi dei primi quattro gradi, che il BOMBELLI risolve dando prova di vera virtuosità, con la eleganza dei procedimenti analitici, con la semplicità della interpretazione geometrica, con l'arte con cui sa evitare i procedimenti analitici che danno luogo a costruzioni spaziali.

Interessantissimi sono *quelli tolti dal libro di* DIOFANTO, e di grande momento è stato l'impulso che per essi è venuto allo studio della analisi indeterminata, ed in generale della *teoria dei numeri, che dal libro di* *BOMBELLI deve riconoscere il primo inizio della sua rinascita in Occidente.*

Il libro del BOMBELLI *è stato per più di un secolo testo* *universale di Algebra superiore*. L'HUYGENS stimava di fare un grande elogio al LEIBNIZ, scrivendogli: «*Vous avez plus fait que Bombelli*»[49].

Lo stesso LEIBNIZ, che sul libro di lui aveva compiuta la sua educazione algebrica[50] considerava BOMBELLI come maestro egregio («*Egregium certe artis analyticae magistrum*»), ed apprezzava principalmente le ricerche da lui fatte sul caso irreducibile delle equazioni cubiche, che egli pose a fondamento di ulteriori progressi[51].

«Haec difficultas omnibus hactenus Algebrae scriptoribus crucem fixit, nec quisquam eorum est, qui non professus sit regulas Cardani in hoc casu exceptionem pati. Primus omnium Raphael Bombelli, cujus Algebram perelegantem Italico sermone jam superiore seculo Bononiae editam vidi, invenit, eas servire posse ad eruendas radices veras rationales sivi numeris exprimibiles, quando tales habet aequatio; sed quando radices veras illae rationales sunt falsae sive negativae».

---

49 Cfr. *Der Briefwechsel von G. W.* LEIBNIZ *mit Mathematikern herausgegeben von C. F.* GERHARDT. Berlin, 1899, p. 565.

50 *Briefwechsel*, loc. cit., p. 528. «Er hatte sich bis dahin aus den elementaren Lehrbüchern von Lanz und Clavius unterrichtet, welche das algebraische Rechnen bis zur Wurzelausziehung des zweiten und dritten Grades enthalten. Zur Fortsetzung dieser Studien, nahmentlich in Betreff der Auflösung der cubischen Gleichungen, wählte Leibniz das für seine Zeit berühmte Werk von BOMBELLI: *L'Algebra parte maggiore dell'Aritmetica divisa in tre libri,* Bologna 1572, zum Führer».

51 Loc. cit., p. 552.

3 – I LIBRI GEOMETRICI DELL'ALGEBRA DI R. BOMBELLI.

I libri IV e V, comprendenti la «*Parte Geometrica*», inedita, dell'«*Algebra*», *opera di* RAFFAELE BOMBELLI da Bologna, tratta dal Mns. B. 1569 della Biblioteca dell'Archiginnasio, sono stati pubblicati nel vol. VII della «*Collezione per la Storia e la Filosofia delle Matematiche*», promossa dall'Istituto Nazionale per la Storia delle Scienze, l'anno 1929, dallo Zanichelli, in Bologna.

È un volume di 302 pagine, che, nell'Introduzione contiene anche una diligente e minuta analisi della *Parte algebrica*, edita nel 1572, non più pubblicata, opera rara e poco nota.

Il libro IV si presenta come diviso in tre parti, che diremo Capitoli. Al primo capitolo si può dare titolo di «*Algebra Geometrica*» o, come dice il BOMBELLI: «*Algebra linearia*». Definisce le operazioni aritmetiche sui segmenti: insegna cioè a «*sommare de linee, sottrare, moltiplicare, partire, trovare il creatore* (estrarre la radice), e la *lunghezza delle dignità* (innalzare a potenza)».

Come molto più tardi fece il CARTESIO, per rendere possibile la moltiplicazione, il quoziente, le potenze dei segmenti, introduce nelle sue costruzioni il segmento unitario, e più ardito dello stesso CARTESIO, non teme la introduzione nella sua algebra linearia di *segmenti negativi* e di *aree negative, o nulle*.

L'estrazione della radice quadrata, che nell'«*Algebra linearia non patisce la difficoltà che pate nel numero*», è eseguita con la costruzione che serve a trovare la media proporzionale fra il dato segmento e l'unità. L'estrazione di radice cubica è costruita mediante una delle costruzioni strumentali che servono a *trovare due medie proporzionali fra la comune misura, et la linea che se ne ha da pigliare il creatore.*

Il Capitolo 2°, ad imitazione del lib. X di EUCLIDE, tratta geometricamente della struttura del campo di razionalità che si ottiene aggiungendo al campo euclideo una irrazionalità cubica.

Nel Capitolo 3° il BOMBELLI riprende quei problemi che aveva trattato nel Lib. III di Algebra, e li traduce in altrettante questioni geometriche; ma il suo procedimento è l'inverso di quello che segue l'*algebra geometrica degli antichi: invece di considerare la costruzione geometrica come procedimento necessario alla giustificazione della validità dei risultamenti ottenuti per via analitica, fa consistere la dimostrazione della costruzione geometrica nella corretta interpretazione delle deduzioni ottenute colla regola d'algebra.*

Parmi superfluo il far rilevare l'importanza storica di questo fatto, mentre perfino il VIETA riteneva di non potersi esimere dal dare dimostrazione geometrica di ogni suo procedimento analitico.

Il libro V tratta della *applicazione dell'Algebra a problemi di geometria.*

In questa trattazione si ha esempio della *determinazione di un punto del piano di un dato triangolo mediante coordinate ortogonali*, ed è notevole, a proposito della inscrizione nel cerchio dell'ennagono regolare, la *riduzione del problema della trisezione dell'angolo alla risoluzione di una equazione cubica nel caso irreducibile*[52].

§ IV.
Cenni biografici – Tartaglia, Cardano, Ferrari[53].

1. – NICOLÒ TARTAGLIA.

NICOLÒ TARTAGLIA è nato a Brescia intorno al 1500. Egli stesso racconta le vicende dei primi anni della sua vita, in un dialogo, che finge avvenuto con GABRIELE TADINO, *da Martinengo, cavaliere di Rodi e Priore di Barletta, pubblicato nel Quesito ottavo del Libro* 6° *dei suoi*: «*Quesiti et inventioni diverse*».

Di suo padre sa solamente che aveva nome MICHELE, teneva un cavallo, e con esso correva le poste da Brescia a Bergamo, a Crema, a Verona,... Non sa qual sia il suo casato, nè se suo padre avesse cognome: era semplicemente chiamato «*Micheletto cavallaro*»; morì quando egli aveva «....anni sei vel circa,... et così restai io et un

52 Cfr. E. BORTOLOTTI, *La trisezione dell'angolo ed il caso irreducibile della equazione cubica nell'«Algebra di Rafael Bombelli»*. Rend. Acc. di Bologna, Sessione del 29 Aprile 1926.

53 Di SCIPIONE DAL FERRO e di RAFAEL BOMBELLI già si è dato notizia.

altro mio fratello poco maggiore di me, et una mia sorella menore di me, con nostra madre vedova et liquida di beni di fortuna».

Quando contava circa 12 anni, nell'occasione del sacco che i francesi diedero a Brescia, benchè egli si fosse riparato nel Duomo, insieme colla madre e molti altri, si vide brutalmente assalito, e n'ebbe 5 mortali ferite, tre sulla testa, e due sul volto, una delle quali gli tagliò per mezzo le labbra. L'estrema povertà, cui era ridotta, non permise a sua madre di usare altro rimedio, che quello di nettargli le ferite, come meglio poteva; e, tuttavia, in termine di pochi mesi ne guarì.

Ma non essendo ben saldata la piaga delle labbra, stentava a parlare, gli altri fanciulli cominciarono a chiamarlo *il Tartaglia*, ed egli volle ritenere tal soprannome a memoria del fatto.

Alle scuole, non frequentò che quelle del lèggere, in età di 5 a 6 anni; ed in età di 14, per soli 15 giorni, quella dello scrivere. D'allora in poi, «....mai più fui, nè andai, ad altro precettore, ma solamente in compagnia di una figlia di povertà, chiamata industria, sopra le opere degli huomini defonti continuamente mi sono travagliato...».

Null'altro egli dice della sua vita di studioso e di maestro.

Risulta peraltro, dalle sue opere, che egli fu per una diecina d'anni a Verona, poi (dal 1534), a Venezia. Nel 1548, al tempo della sua contesa col FERRARI, era a Brescia, ma di poi (in seguito all'esito della disputazione reale in Milano?) fu costretto a tornarsene malconcio e malcontento a Venezia, dove rimase gli ultimi anni della sua travagliata esistenza, che ebbe termine nel 1559.

Delle scoperte da lui fatte nella teoria delle equazioni cubiche abbiamo parlato.

I nove libri di «*Quesiti et inventioni diverse*» (1546) costituiscono una delle più interessanti fra le sue Opere. I primi tre libri trattano di balistica e di artiglieria: notevoli sono le osservazioni sulle traiettorie dei proiettili, sul riscaldamento dei pezzi, sul modo di ripararsi dai tiri di rimbalzo.... Il quarto libro tratta delle ordinanze degli eserciti in battaglia; il quinto di topografia, i tre successivi, di fortificazioni, e di problemi relativi alla statica. Il nono contiene le sfide del FIORE, del COLLA, del CARDANO,... relative alle equazioni cubiche, di cui abbiamo già parlato.

Sulla balistica, il TARTAGLIA aveva già (fin dal 1537) pubblicato un notevole libro intitolato: «*Nova scientia*», dove quella materia è per la prima volta trattata dal punto di vista matematico; ivi, fra altro, si dimostra (se pur non esattamente) che *la massima gittata si ottiene tirando sotto un angolo di 45°*.

Al TARTAGLIA si deve anche *la prima traduzione in volgare degli Elementi di Euclide*, accompagnata da pregevoli commenti, ma redatta in barbaro stile.

Per un lungo tempo si è attribuito al TARTAGLIA anche la traduzione in un latino barbaro del trattato di ARCHIMEDE «*De insidentibus aquae*», che è considerato come il primo germe da cui è nata l'idrostatica moderna;

ma si è poi accertato che quella traduzione si deve al MOERBEKE, matematico del secolo XIII.

Ho già avuto occasione di ricordare la «*Travagliata inventione*» (Regola generale di sollevare... ogni affondata nave). Ma l'opera massima di TARTAGLIA è il «*General Trattato di numeri e misure*»: enciclopedia matematica, che ha avuto grande esito e buona fama. La prima parte di quell'opera è stata pubblicata nel 1556, l'altra, dopo la morte dell'Autore, nel 1560.

2. – GEROLAMO CARDANO.

GEROLAMO CARDANO nacque in Pavia il 24 settembre del 1501. Suo padre FAZIO, oriundo di Gallarate, fu uomo di grande ingegno e dottrina, professava la giurisprudenza in Milano, insegnava geometria nelle scuole fondate dal PIATTI, manteneva relazioni con letterati ed artisti, fra i quali LEONARDO DA VINCI, e godeva stima universale.

Giunto all'età di 5 anni, GEROLAMO, invece di frequentare le scuole, fu obbligato a seguire, nel suo peregrinare professionale per la città, il padre, che fu suo maestro ed educatore. Da quella peripatetica educazione spirituale, trasse GEROLAMO il maggior profitto: a 19 anni poteva presentarsi all'Università di Pavia, e colà continuare gli studi superiori, cui si diede intensamente.

Nel 1524 passò dalla Università di Pavia, a quella di Padova, dove nel 1525, non ancora laureato, fu nominato *Rettore della Università degli studenti*.

Dopo la morte del padre incominciarono per lui le preoccupazioni finanziarie: professò medicina pratica a Sacco ed a Gallarate, ma con scarso profitto economico e poca soddisfazione.

A Sacco tuttavia si accasò con LUCIA BANDARENO, che fu sposa fedele, buona massaia, madre amorosa, e con lui convisse gli anni oscuri di stenti e di sacrifici, non quelli susseguenti di agiatezza e di gloria.

A Gallarate ebbe la ventura di acquistare la benevolenza e la protezione di FILIPPO ARCHINTI, ricco prelato, che gli fece ottenere l'insegnamento della matematica a Milano, dove nel 1534 trasportò la famiglia.

A Milano svolse la sua attività di scienziato, pubblicò nel 1539 la sua «*Practica Arithmeticae*», e compose l'«*Ars Magna*», pubblicata a Norimberga nel 1545. Nel 1546 accettava la cattedra di medicina a Pavia, e nel 1550 pubblicava il Libro «*De Subtilitate*»; ma nel 1551 lasciava Pavia, per mancato pagamento dello stipendio, e si dava alla professione libera della medicina, ed agli studi prediletti.

Richiamato all'insegnamento in Pavia, nel 1559, fu colà colpito dalla sua più grande sciagura. Il suo primogenito GIAMBATTISTA, nel 1560 perdeva la vita sul patibolo, per aver avvelenato la propria moglie.

CARDANO fu per impazzire dal dolore, lasciò Pavia, per recarsi, nel 1562, a Bologna, dove rimase, lettore di medicina nel nostro Studio, fino al 1570. In questo stesso anno pubblicava a Basilea l'«*Opus novum de proportionibus numerorum*» e la «*Regula Aliza*».

Deferito al tribunale della Inquisizione, per alcuni suoi scritti astrologici, fu carcerato il 6 ottobre 1570; liberato dal carcere il 22 dicembre di quello stesso anno, rimaneva a Bologna fino alla fine del settembre 1571, per recarsi poi a Roma, dove passò i cinque ultimi anni di sua vita, accolto da quel Collegio dei medici, contornato da grande reputazione, fornito di una pensione dal pontefice, lasciato tranquillo a riordinare e completare le sue opere. Colà moriva il 20 settembre 1576[54].

Delle opere di CARDANO, che abbiano attinenza colla matematica, abbiamo ricordato le più importanti, cioè l'«*Ars Magna*», la «*De Subtilitate*», l'«*Opus novum de proportionibus*» e l'opuscolo sulla «*Regula Aliza*».

Della «*Ars Magna*» abbiamo già parlato. Il Trattato «*De Subtilitate*» è una vera enciclopedia scientifica; non fatta col raccogliere fatti ed idee altrui, ma col discutere, con idee proprie, sulla natura delle cose, su la interpretazione dei fenomeni, sulle leggi che governano gli eventi fisici, lo sviluppo delle arti e delle scienze, i sensi, i sentimenti, le passioni degli uomini.

Ricorderò solo che il quesito primo, proposto dal FERRARI[55] nel suo *Terzo Cartello,* nel quale si chiedeva la

---

54 Ho raccolto queste notizie dalla «*Autobiografia di Girolamo Cardano*». Traduzione, introduzione e note di ANGELO BELLINI, *Famiglia meneghina* editrice, 1932.

55 Cfr. E. BORTOLOTTI, *Il Primo fra i quesiti proposti dal Ferrari al Tartaglia nel suo 3° Cartello*, e la inscrizione nel cerchio di poligoni regolari di 7 e di 9 lati. Rendiconti della R. Acc. di Bologna, Sessione del 14 Marzo 1926.

proporzione che hanno i lati alle diagonali in un ettagono regolare, attirava l'attenzione del CARDANO su quella speciale proporzione che passa fra i lati di un triangolo quando in esso uno degli angoli è doppio di uno dei rimanenti.

Egli chiama tale proporzione col nome di «*Proportio reflexa*» e ne studia le proprietà intrinseche, caratteristiche.

La soluzione del FERRARI del problema da lui proposto, è esposta dal CARDANO, essa conduce ad una equazione cubica, nel caso irreducibile.

Il CARDANO torna sullo stesso problema nella «*Opus Novum de proportionibus*» (prop. 106) e dimostra la inversa, cioè che se in un triangolo c'è proporzione riflessa fra i lati, corrispondentemente uno degli angoli è doppio di uno dei rimanenti, e cerca di applicare la sua proporzione riflessa al problema generale di *trovare il rapporto fra due corde di un cerchio, noto il rapporto degli archi da esse sottesi*. «*Quales proportiones angulorum doceant laterum proportiones*».

Nell'«*Opus novum*», si trattano anche interessanti problemi di meccanica: della influenza della resistenza del mezzo sul moto dei proiettili, e del *rapporto fra le densità di certi corpi in relazione colla resistenza al moto di proiettili che li attraversano.* Applicando questi principi al caso dell'acqua e dell'aria, ha trovato che la densità (il peso) dell'acqua è circa 50 volte quello dell'aria. Ed è questa una prima, se pur molto imprecisa, determinazione sperimentale del peso dell'aria.

De Regula Aliza. – Il COSSALI nel secondo volume della sua opera sulla «*Origine, trasporto in Italia e primi progressi in essa dell'Algebra*» ha un bel capitolo nel quale studia le indagini del CARDANO sul caso irreducibile, contenute nella «*Regula Aliza*». Benchè egli non sia troppo tenero del CARDANO comincia col dire (p. 441) che «le meditazioni profonde, e le sottili indagini ed i bei discoprimenti sul caso irreducibile, gli conferiscono il più luminoso diritto alla immortalità». Ma poi osserva che: «le folle di errori numerici nei calcoli,... la mancanza d'ordine,... ci fanno scorgere che *il libro è l'atto del tentare, non un ordine delle scoperte*» e tenta egli stesso di coordinare quelle ricerche coi vari spezzamenti che si possono fare della equazione $x^3 = px + q$ in un sistema di due equazioni con due incognite, dei quali è esempio classico quello che si ottiene col fare $x = y + z$ d'onde la formula:

$$y^3 + z^3 + 3(y+z) \cdot yz = p(y+z) + q$$

che si spezza nelle due: $y^3 + z^3 = q$, $3yz = p$, che conducono alle *formule del* DAL FERRO.

Lo spezzamento potrebbe anche farsi col porre:

$$3y^2 \cdot z + 3y \cdot z^2 = q, \quad y^3 + z^3 = p(y + z).$$

Il COSSALI indica 7 modi diversi di fare tale spezzamento; dice che CARDANO li ha esaminati tutti, nessuno di essi è stato trovato di applicazione universale, ma quando il primo non valga, si può tentare qualcuno degli altri.

Non seguiremo il COSSALI in quelle sue disamine, nè il CARDANO nella sua *Regula Aliza*; ci basterà di dare un esempio dello spezzamento che ha condotto il CARDANO alla soluzione, mediante equazioni cubiche e del secondo grado di una equazione particolare del grado 6°.

Data l'equazione

$$x^6 + ax^4 + a^2x^2 + a^3 = bx^3$$

dividendo per x^3 abbiamo:

$$x^3 + ax + a^2 \cdot 1/x + a^3/x^3 = b;$$

posto $a/x = y$, si ha

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = b;$$

che possiamo scrivere

$$x^3 + y^3 + x^2y + xy^2 + 2x^2y + 2xy^2 - 2x^2y - 2xy^2 = b$$

da cui:

$$(x + y)^3 - 2xy(x + y) = b \text{ ossia } (x + y)^3 - 2a(x + y) = b$$

Da questa si potrà ricavare $x + y$, e combinando i valori trovati colla equazione $xy = a$, si avranno le radici della proposta.

Il CARDANO ci ha anche lasciato un abbozzo di *autobiografia*, composto negli ultimi anni di sua vita.

Iniziò la composizione di questo libro verso la metà del 1575, e la terminò nell'aprile 1576, pochi mesi prima di morire, senza aver avuto il tempo di rileggere e perfezionare l'opera sua. Nel Cap. XIII che tratta dei suoi costumi, vizi ed errori, dichiara di denunziare i suoi vizi, ad espiazione delle sue colpe, tratto da quello stesso spirito cristiano che faceva ritenere a S. Francesco di essere il più immeritevole degli uomini. Enumera le cattive inclinazioni, che aveva sortito per natura, ma soggiunge anche che sapeva dominare, colla fede religiosa e la ragione, i malvagi istinti.

L'*Autobiografia* del CARDANO, benchè risenta della debolezza e degli acciacchi della vecchiaia, riportata integralmente ed interpretata umanamente non torna a disdoro del CARDANO, anzi (ed è stato dimostrato)[56] a riprova del candore dell'animo, della integrità morale, della intera devozione alla verità, e rendono la sua figura, non solo per altezza di ingegno, ma per rettitudine, nobilissima.

Ma la ingenua confessione delle sue cattive inclinazioni è stata presa come confessione delle colpe e dei delitti che da esse sarebbero derivati, se egli non avesse saputo contrastarle. Lo si disse reticente nell'accusare il male, falso nell'enunciare il bene che era nel suo animo e nelle sue azioni. Così, poichè egli confessava la sua passione per il gioco, lo si disse baro, ed i trasporti giovanili nell'anno di suo rettorato in Pavia, di cui egli amaramente si rammaricava, furono pretesto a dichia-

56 V. la citata traduzione del BELLINI della *Autobiografia*.

rarlo dissoluto, violento, malvagio, crudele, scellerato!... La violenza che il TARTAGLIA diceva di aver subita durante la disputa a Milano (che egli stesso in altri passi delle sue opere ha poi sconfessato) e che nelle successive narrazioni dei compilatori di manuali pseudo-storici, di libro in libro cresce di tono, fino a diventare minaccia della vita, sarebbe stata ordita dal CARDANO!

L'invincibile prevenzione spiega, ma non giustifica, la sistematica denigrazione che del CARDANO e della sua opera si fa, anche in manuali che vanno per le mani di tutti, nei quali si arriva al punto di dare come straordinario ritratto, che egli avrebbe fatto di sè medesimo, *un brano di prosa, che non si trova in nessuna pagina della Autobiografia, ma è stato fabbricato di sana pianta, col togliere qua e là parole in libertà, ed accomodarle a beneplacito, secondo le viste dello storico!*

Il RICCARDI, nella sua «*Biblioteca matematica*» termina l'enumerazione delle sue opere col dire:

«Nella nostra Biblioteca non potevamo che brevemente indicare l'importanza delle opere di questo raro genio. Un uomo del quale le 138 opere pubblicate non sono che la metà di quelle da lui scritte, in ogni ramo dello scibile, e che ha fatto contemporaneamente progredire l'analisi finita, la fisica, le scienze naturali, la medicina e la filosofia, ben meriterebbe dai suoi compatrioti l'onore di una estesa biografia, che ora a nostra vergogna, siamo costretti a leggere in lingue straniere».

3. – LUDOVICO FERRARI.

Nato a Bologna il 2 febbraio 1522, si recò quattordicenne a Milano, e, postosi alla scuola del CARDANO, fece così rapidi progressi, che, mentre contava soli 18 anni, già teneva scuola di matematica e partecipava a disputazioni matematiche. Memorabile quella contro GIOVANNI COLLA, il quale aveva proposto al suo maestro, CARDANO, un quesito che nè il TARTAGLIA, nè il CARDANO, nè *lo stesso proponente* sapevano risolvere; FERRARI non solo risolvette il quesito numerico proposto, ma da tale soluzione ricavò legge generale per la risoluzione algebrica delle equazioni del quarto grado. Come già abbiamo visto.

I sei «*Cartelli di matematica disfida*», da lui scambiati col TARTAGLIA, dal 10 febbraio 1547 al 24 luglio 1548, sono prova ad un tempo del suo alto valore nelle discipline matematiche, e della singolare eleganza del suo stile letterario. Essi *costituiscono la fonte più cospicua e più sicura per la storia della matematica nel secolo XVI.*

In seguito all'esito della pubblica disputa, tenuta contro il TARTAGLIA a Milano il 10 agosto 1548, gli furono offerte le più favorevoli condizioni: per una lettura pubblica in Roma, per una privata assai vantaggiosa in Venezia, per l'opera di precettore al figlio dell'imperatore; ...egli preferì accettare l'ufficio di Capo del catasto per la provincia di Milano, offertogli da FERDINANDO GONZAGA.

Ma una sopravvenuta indisposizione lo obbligò a lasciare tale ufficio. Nell'anno 1564 ebbe la lettura di Matematica nel nostro Studio nella quale fu confermato anche per l'anno 1565-66; ma nell'ottobre del 1565 improvvisamente cessava di vivere.

È considerato come *il più acuto e profondo matematico della sua epoca.*

CARDANO ha scritto una breve storia della sua vita, pubblicata nel Tomo IX (Opuscolo VII), della «*Opera Omnia*».

CAPITOLO TERZO

ANALISI INFINITESIMALE

PREMESSA

Il periodo che vogliamo ora studiare, comprende tutto il secolo XVII; può dirsi di *analisi infinitesimale* per essere caratterizzato dalla introduzione, nella scienza, dei concetti di infinito, di infinitesimo e di limite, e perchè in esso si inizia quel nuovo metodo di analisi matematica, che più tardi ebbe nome di «*Calcolo infinitesimale*».

In tale periodo si possono distinguere due successivi momenti: nel primo si avverte *il passaggio dal finito all'infinito nella grandezza discreta*, colla somma dei termini di una serie infinita, e collo sviluppo di frazioni continue infinite; nel secondo *l'indagine matematica si approfondisce nello studio dell'intima costituzione della grandezza continua, come totalità di elementi infinitesi-*

mi, e studia le mutue relazioni di dipendenza fra il rapporto di due grandezze finite, e quello dei loro elementi indivisibili.

Nel primo momento EVANGELISTA TORRICELLI, superando secolari prevenzioni scolastiche, riesce a risolvere in un tratto solo (per dirla con GALILEO) la infinità dei termini di una serie convergente; PIETRO ANTONIO CATALDI svolge le irrazionalità quadratiche nella somma degli infiniti termini di una serie, o nei successivi quozienti di una frazione continua infinita, e PIETRO MENGOLI studia le quadrature aritmetiche e dà un primo esempio di teoria dei limiti.

Nel secondo momento primeggia la figura di BONAVENTURA CAVALIERI che nella sua «*Geometria degli indivisibili*», per primo ha costruito un compiuto sistema geometrico, fondato sulle nuove concezioni del continuo, che preludia all'odierno Calcolo infinitesimale, ed, accanto a lui, quella di EVANGELISTA TORRICELLI, nella sua «*Opera geometrica*», dove i fondamenti della analisi infinitesimale moderna trovano geniale manifestazione ed ampio sviluppo in tutti i rami della analisi matematica, ed infine quella di PIETRO MENGOLI, che, colla sua «*Geometria speciosa*», precorre CAUCHY, nella definizione di *integrale definito*.

L'insegnamento ufficiale si trova nei Rotuli distribuito al modo seguente:

Continuano le due letture «ad Mathematicam» di P. A. CATALDI (1583-1626), e G. A. MAGINI (1588-1618).

Al CATALDI succede BONAVENTURA CAVALIERI (1629-

1648). Al Cavalieri, il padre G. Ricci (1649-65); al Ricci, G. Montanari (1665-79), al Montanari, P. Mengoli (1679-86); al Mengoli il Guglielmini (1689-99).

Dopo la morte del Magini, la cattedra da lui occupata rimane vacante fino al 1633, ed in quell'anno, viene conferita ad Ovidio Montalbano (1633-52), cui subentrò D. Cassini (1652-69).

Frattanto era stata istituita una lettura di *Meccanica*, data al Mengoli, che la tenne dal 1650 al 1678, per passare poi, l'anno appresso, a quella di matematica, come abbiamo veduto.

Una seconda cattedra di matematica fu tenuta dal Rondelli, al fianco di Guglielmini, negli anni 1690-1699.

Come preludio ai nuovi tempi, troviamo che, dal 1696-97, la lettura di D. Guglielmini, ha per titolo: *Matematica idrometrica.*

Nel fatto, poi, l'antica lettura di *Astronomia* non fu mai abolita, perchè uno dei lettori «*ad Mathematicam*» era incaricato di leggere *Astronomia,* secondo gli antichi programmi.

§ I.
I primi algoritmi infiniti.

1. – LE VARIE CORRENTI DEL PENSIERO SCIENTIFICO NEL RINASCIMENTO.

Le opere classiche della matematica antica, perfette nella loro ermetica forma deduttiva, insegnano l'arte della dimostrazione, ma nascondono le strade della scoperta; il loro studio può servire a sviluppare il raziocinio, ma ottunde la fantasia, che è il primo movente delle grandi opere e delle grandi idee. Ciò spiega la stasi che ha seguito il periodo di formazione della scienza geometrica, ed il successivo periodo di decadenza.

All'uscire del medio-evo uno spirito nuovo aleggiava su la scienza rinnovata. La matematica si riaccostava alle sue origini pitagoriche nelle scuole di abbaco dei nostri maestri, e nelle università degli artisti dei nostri Studi, dove si lasciava campo libero alla intuizione analitica, e le leggi del calcolo numerico, meglio che le proposizioni geometriche, erano poste a fondamento della scienza.

I successi riportati nelle teorie analitiche dalla spregiudicata estensione del concetto di numero, e la risoluzione della equazione cubica, che i venerati maestri non avevano saputo intraprendere, resero accette, anche ai dotti ricercatori della scienza classica, le nuove idee ed i metodi nuovi. Si incominciò a sospettare che qualche cosa si potesse aggiungere, ed in qualche punto modificare quello che aveva lasciato il sommo ARCHIMEDE, e che i dettami del divino ARISTOTELE potevano essere sorpassati.

O, s'io mi sento in gambe esser ben destro
A varcar quel confin, perchè al mio piede,
Poni il peripatetico capestro?

scriveva GALILEO in un suo Capitolo giovanile[57] interpretando giocondamente il sentimento comune.

Il più dotto degli umanisti: FEDERIGO COMMANDINO, osava completare i libri di ARCHIMEDE «*Sull'equilibrio dei piani*», con un suo: «*Liber de centro gravitatis solidorum*» (Bononiae ex officina Alexandri Benacii, MDLXV). Ed in quello stesso torno di tempo, anche MAUROLICO trattava il medesimo soggetto, in un'opera che fu stampata solo nel 1685. Ma in quelle trattazioni il metodo archimedeo era rigorosamente seguito.

Altri andava oltre, *sopprimendo nelle dimostrazioni archimedee la fastidiosa riduzione all'assurdo, in forza di un principio che divenne poi fondamentale nella teoria del limite.*

In quel medesimo tempo lo sviluppo in serie delle irrazionalità quadratiche, che era rimasto allo stato potenziale nei procedimenti di approssimazione degli antichi,

57 Capitolo inedito e sconosciuto, scoperto e pubblicato da ANTONIO FAVARO in «Atti del R. Istituto Veneto», Serie VII, Tomo III, p. 1-12, citato anche da ZUCCANTE, *Aristotele nella storia della cultura.*

veniva tradotto in atto da PIETRO ANTONIO CATALDI; che trovava le leggi formali di quegli sviluppi, e ne determinava la rapidità di convergenza. Dallo studio di quelle serie il CATALDI traeva motivo per creare una nuova operazione aritmetica, *un nuovo procedimento infinito*: «*la frazione continua*», che, nella stessa sua rappresentazione formale, induceva il più suggestivo concetto di procedimento ciclico indefinitamente continuato.

Per una terza strada, finalmente, il pensiero scientifico concorreva verso la scienza nuova, e ciò avveniva col *diretto ritorno alla concezione monadica dei primi pitagorici*, cioè alla costruzione di una *Geometria degli indivisibili.*

Di quelle tre diverse correnti del pensiero scientifico, daremo breve cenno.

2. –UMANISTI.

Dagli stessi umanisti venne il primo impulso ad un rinnovamento nella tecnica delle quadrature archimedee; e l'effettivo distacco fu fatto, quasi contemporaneamente, in Italia da un nostro umanista: LUCA VALERIO, e nei Paesi Bassi, da un seguace della nostra scuola: SIMONE STEVIN.

LUCA VALERIO, nato a Napoli nel 1552 da padre ferrarese, fece la sua prima iniziazione a Corfù, ma presto si trasferì a Roma, dove fu allievo nel collegio Romano. Fece grandissimo studio della lingua greca, ed a cominciare dal 1591, fu lettore di matematica e di lingua greca a quel medesimo Collegio ed alla Sapienza. Ebbe dunque, al pari di COMMANDINO, modo di poter studiare ARCHIMEDE nella lingua originale.

Pubblicò, nel 1604, un'opera: «*De centro gravitatis solidorum*», nella quale sciolse molti problemi di quadratura e di centrobarica, imitando, o divinando ARCHIMEDE[58] ma introducendo nella tecnica delle proposizioni archimedee, notevoli semplificazioni, col sostituire la riduzione all'assurdo con dimostrazioni dirette, appoggiate a principii intuitivi, analoghi a quelli che ora sono posti a fondamento della teoria dei limiti, e col ridurre a generalità di metodo i procedimenti sparsamente seguiti da ARCHIMEDE per le singole proposizioni. Egli infatti ha osservato che la dimostrazione data da ARCHIMEDE, delle prop. XIX, XX dell'opera *sui Conoidi*

---

58 Cfr. H. G. ZEUTHEN, *Quelques traits de la propagation de la science*. «Scientia», vol. V, 1909, p. 15, 16 dell'estratto. «...Archimède a trouvé les volumes des corps qu' il appelle conoîdes et sphéroîdes, ce qui a amené lors de la Renaissance Luca Valerio à chercher les centres de gravité des mêmes corps, et celui-ci a resolu ces problèmes plus élévés sans avoir à sa disposition d'autres méthodes que celles que les différentes démonstrations d'Archimède pouvaient lui suggérer. Or la *Méthodologie d'Archimède*, qui était absolument inconnue de Luca Valerio, contient de la main d'Archimède les mêmes déterminations. Valerio était donc si profondément entré dans la pensée d'Archimède, que l'étude des travaux du grand Syracusain connus de son temps, lui avait suggéré la réalisation du même progrès notable, qui à son insue avait été accompli déjà par le maître».

e Sferoidi, si può, tal quale, applicare a qualsiasi figura avente le medesime proprietà specifiche che colà sono da ARCHIMEDE presupposte.

Elimina poi la dimostrazione per assurdo, facendo uso di un principio che noi enunciamo brevemente col dire che *il limite del quoziente è eguale al quoziente dei limiti.*

L'abbandono delle sottigliezze logiche insite nel metodo di exaustione, ed il ritorno puro e semplice alla intuizione geometrica si riscontrano anche nelle operette composte da SIMONE STEVIN intorno al 1586 *sull'equilibrio di figure geometriche*, pubblicate in fiammingo col titolo: «*De Beghinselen der Weeghconst*», e «*De Beghinselen des Waterwichts*», tradotte in latino nella «*Hypomnemata Mathematica*», del 1608; ma divulgate solo nel 1634 nella traduzione francese di ALBERT GIRARD[59].

Lo STEVIN, buon conoscitore della matematica italiana, aveva in pregio l'«*Algebra*» di RAFFAELE BOMBELLI, da cui prese la notazione esponenziale delle potenze della incognita, conosceva anche il «*De centro gravitatis*» di COMMANDINO, e fu novatore più ardito di entrambi. Prese anch'egli a trattare i problemi archimedei conservando l'impostazione tecnica della esposizione, ma tralasciando ogni cautela di ordine logico-critico, e fondandosi sopra principii intuitivi.

---

59 *Les Ouvres mathématiques de Simon Stevin de Brouges, Leyde 1634.*

Credo che, a dichiarazione del suo modo di trattare quelle questioni, possa esser sufficiente il passo che qui riporterò dalla traduzione del padre BOSMANS relativa alla nota sul centro di gravità della parabola[60]:

«....j'argumente ainsi:

A. Entre toutes les pesanteurs qui diffèrent, on peut assigner une pesanteur moindre que leur différence.

O. Entre les pesanteurs *ADC* et *ADB*, on ne saurait assigner de pesanteur moindre que leur différence.

O. Les deux pesanteurs *ADC* et *ADB* ne diffèrent pas».

Il principio che qui si applica può enunciarsi nella forma affermativa: «*Due grandezze sono eguali se non si può assegnare grandezza minore della loro differenza*». Sostanzialmente non è diverso da quello che, nello stesso torno di tempo aveva enunciato anche LUCA VALERIO, ed è fondamentale nella teoria del limite.

Le opere dello STEVIN non ebbero grande divulgazione, fuor che nei Paesi Bassi, prima della pubblicazione postuma fatta nel 1634 da ALBERT GIRARD. Quelle invece di LUCA VALERIO furono, fin dal loro primo apparire, accolte con grande plauso e con universale consentimento. LUCA VALERIO fu detto *novello Archimede*, ed in grazia di

60 Cfr. H. BOSMANS, *Sur quelques exemples de la méthode des limites chez Simon Stevin*. «Annales de la Soc. scient. de Bruxelles», t. XXXVII 1912-13, Second fascicul. – Cfr. anche: E. BORTOLOTTI, *Lo sviluppo del concetto di limite ed i primi algoritmi infiniti nel rinascimento italiano*. «Mem. Acc. di Bologna», Serie IX, t. VI, 1938-39.

quelle opere, accolto fra i Lincei, colla più lusinghiera presentazione[61]. Ciò spieghi la rapida diffusione delle nuove idee e l'impulso che per esse ne venne al progredire del pensiero scientifico.

3 – SVILUPPI IN SERIE DI IRRAZIONALI QUADRATICI. LE FRAZIONI CONTINUE DI PIETRO CATALDI.

Nello stesso tempo in cui la geometria metrica iniziava una nuova fase di sviluppo con la introduzione del concetto di limite, nel vecchio tronco della Logistica il medesimo concetto innestava un nuovo ramo, che ha dato alla scienza frutti prodigiosi.

Il passaggio dal finito all'infinito, creava infatti *le serie*, i *prodotti infiniti*, le *frazioni continue*, che sono gli elementi costitutivi dell'Analisi moderna.

L'algoritmo infinito delle frazioni continue è un portato della scienza moderna; procede dalla Logistica, non dalla scienza pura dei classici, è sorto dalla indefinita iterazione di procedimenti empirici, ha preso posto nella scienza con la introduzione dei concetti di infinito e di limite, concetti che la critica eleatica aveva fatto bandire. Ma si riattacca alla crisi, che potrebbe dirsi eleatica, generata dalla scoperta dell'irrazionale, poichè le sue prime origini sono appunto nella rappresentazione arit-

61 Cfr. la nota: *Luca Valerio lìnceo*, pubblicata dal Gabrieli, nei Rend. Classe di Sc. morali R. Acc. Lincei, Seduta del 19 nov. 1933.

metica delle irrazionalità quadratiche.

I più antichi trattati di aritmetica pratica, dopo aver dato la regola per il calcolo della parte intera a della radice quadrata di un numero $N = a^2 + r$, insegnano a calcolare rapidamente una radice assai prossima con regole empiriche, che conducono ad una delle due formule:

$$a_1 = a + (N - a^2)/2a, \quad a_1 = a + (N - a^2)/(2a + 1).$$

La prima di esse corrisponde al calcolo della media aritmetica fra il valore a e quello approssimato in senso opposto N/a. La seconda corrisponde alla antica regola di *doppia falsa posizione*.

Lo studio di tali mezzi di approssimazione per il calcolo di radici (anche di indice qualunque) era stato posto in primo piano dalla disputa fra FERRARI e TARTAGLIA. I quesiti 22, 23, 24, 25 proposti dal TARTAGLIA nel suo 2° Cartello, richiedono appunto regola opportuna al calcolo approssimato di radici di indici 5°, 6°, 7°, 8° di particolari numeri proposti. E, sul modo tenuto per tale approssimazione, vi furono lunghe contese.

Anche BOMBELLI, nella sua «*Algebra*», se ne è occupato, ed ha dato elegante dimostrazione della formula approssimata $a + (N - a^2)/2a$, con procedimento che avrebbe potuto condurre alla frazione continua, se il BOMBELLI avesse avuto preventiva cognizione di quel particolare algoritmo. Ma nè lui, nè gli altri aveva ancora mai pensato ad un tale genere di operazioni aritmetiche[62].

Le *frazioni continue* sono il risultato finale di una serie di ricerche fatte da Pietro Antonio Cataldi, lettore «*ad Mathematicam*» nello Studio di Bologna negli anni dal 1548 al 1627[63], per la determinazione del modo più rapido, più semplice e più sicuro, pel calcolo approssimato della radice quadra dei numeri[64].

Egli si sforza dapprima di giustificare ed estendere i procedimenti usati ab antiquo, e studia l'operazione risultante dalla indefinita iterazione di essi. Vede che il valor prossimo può rappresentarsi come somma di termini, il cui numero va indefinitamente crescendo per successiva aggiunta di un nuovo termine, atto a correggere e migliorare la somma degli antecedenti. Ha in vista cioè la rappresentazione del valore esatto come somma di infiniti termini, e, benchè non rappresenti formalmente una tale somma infinita, ne dà effettiva determinazione collo stabilire *la legge di formazione di ogni*

---

62 Cfr. *L'algebra – Opera di Rafael Bombelli da Bologna* (Bologna 1572), p. 35, 37. Cfr. anche: E. Bortolotti, *La scoperta delle frazioni continue*. «Bollettino della Mathesis», anno XI, agosto 1919, n. 5-8, p. 101.

63 Così nel testo di riferimento, ma naturalmente non sono credibili 79 anni di insegnamento. Infatti, in http://www.treccani.it/enciclopedia/pietro-antonio-cataldi/ (consultato il 30/09/18) si dice: *"...lettore ad mathematicam nello Studio di Bologna dal 1583 al 1626..."* [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

64 Cfr. Pietro Antonio Cataldi, *Trattato del modo brevissimo di trovare la radice quadra delli numeri*. In Bologna appresso Bartolomeo Cochi, MDCXIII.

termine dal precedente, ed, egli per primo, dà *la legge degli errori*, cioè della convergenza delle serie trovate, col dare regola opportuna al calcolo della differenza fra il quadrato della somma dei primi *n* termini ed il dato numero *N* del quale si cerca la radice, *senza che occorra quadrare la somma trovata*[65].

Considera poi le possibili generalizzazioni dei procedimenti antichi, e si propone di determinare quello, fra tutti, che dà la massima approssimazione col minor travaglio, cioè *il modo brevissimo di trovare la radice quadra dei numeri*: per tal modo riesce a scuoprire la frazione continua, insegna a costruirla, e ne trova tutte le fondamentali proprietà formali.

Osserva anzitutto che la espressione $a_1 = a_0 + \frac{N - a_0}{2a_0}$ [66] è sempre radice eccedente del numero *N*, sia la a_0 *che quantità si voglia* (positiva) e che se colla radice trovata si forma una nuova radice

---

65 Cfr. E. Bortolotti, *I primi algoritmi infiniti nelle opere dei matematici italiani del secolo XVII.* «Boll. Unione Mat. Ital.», Serie II, Anno I, 1939, p. 353-358.

66 Così nel testo di riferimento, ma l'espressione non è corretta e per rendersene conto basta p. es. prendere $a_0 = \frac{2}{3}, N = 1$ e allora a_1 assume il valore di circa 0,92 che non eccede la radice di 1. L'espressione corretta è $a_1 = a_0 + \frac{N - a_0^2}{2a_0}$, che per altro si trova alla p. 138. [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

$$a_2 = a_1 + \frac{N - a_1^2}{2a_1} = a_1 - \frac{a_1^2 - N}{2a_1}$$

la quale si scriverà:

$$a_2 = a_0 + \frac{N - a_0^2}{2a_0} - \frac{a_1^2 - N}{2a_1}$$

od anche

$$a_2 = a_0 + \frac{r_0}{2a_0} - \frac{r_1}{2a_1}$$

essendo

$$r_0 = N - a_0^2, \quad r_1 = a_1^2 - N.$$

E, se si continua così *operando su questa seconda radice, e poi sulla terza che da lei si ottiene.... e così dell'altre quanto si piacesse,* «*le radici*

$$a_0 + \frac{r_0}{2a_0} - \frac{r_1}{2a_1} - \frac{r_2}{2a_2} - \ldots - \frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}},$$

che per tal modo si formano, sono tutte eccedenti, e sempre più propinque essendo l'eccesso del quadrato della quantità della radice trovata sul dato numero, eguale al quadrato della quantità che si cava dalla radice precedente per formare quella che si considera» cioè che

$$r_n = a_n^2 - N = \left(\frac{r_{n-1}}{2a_{n-1}}\right)^2.$$

Da cui si vede che la differenza $r_n = a_n^2 - N$ tende rapidamente allo zero, e la somma a_n dei primi n–1 termini della serie tende rapidamente alla radice di N, *qualunque sia il valore assegnato al primo termine a.*

Questo fatto si verifica immediatamente dall'esame della figura che interpreta geometricamente il metodo di approssimazione di NEWTON, di cui la formula $a_1 = a_0 + \frac{N - a_0^2}{2a_0}$ *[torna a pag. 136]*è immediata applicazione, ma la *scoperta di questo fatto, veramente inaspettato, è dovuta al* CATALDI.

Analoghe considerazioni fa il CATALDI per la serie della forma:

$$a + \frac{r}{2a+1} + \frac{r_1}{2a_1+1} + \ldots.$$

e per quelle più generali della forma:

$$a + \frac{r}{a+b} + \frac{r_1}{a_1+b} + \ldots.$$

a, radice scarsa, b radice eccedente, $a_n = a_{n-1} + \frac{r_n - 1}{a_{n-1} + b}$, $r_n = N - a_{n-1}^2$ che avvicinano per valori tutti scarsi, alla radice quadrata del numero $N = a^2 + r$.

Il CATALDI ha osservato che *c'è arbitrarietà nella scelta del valore da dare a b nel procedimento indicato*, e che alle diverse scelte, corrispondono diverse rapidità nella tendenza al valore vero della radice. E ciò lo porta allo studio generale del Problema: indicato il valore prossimo della radice del numero $N = a^2 + r$ colla espressione $a_1 = a + \frac{r}{2a+x}$, *trovare con regola generale quanto il quadrato della radice prossima*

$$a + \frac{r}{2a + \frac{p}{q}},$$

formata col porre un numero determinato p/q al posto di x è maggiore o minore del dovere, senza quadrare la radice.

Ha indicato col nome di *Rotto aggiunto* la frazione p/q, che va posta al luogo di x, di *Rotto totale* la frazione risultante

$$a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{p}{q}}$$

ed ha, in particolare, trovato che: *La radice prossima risultante*

$$a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{p}{q}}$$

sarà scarsa od eccedente, secondo che il *Rotto aggiunto era eccedente o scarso.*

Ora, poichè il rotto $p/q = r/2a$, è eccedente, da esso ricaveremo un rotto scarso

$$\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2b}},$$

ed essendo questo scarso, sarà eccedente il terzo da esso generato:

$$\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a}}},$$

e questo terzo ne produrrà un quarto scarso

$$\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a}}}}$$

e così sempre.... all'infinito.

Eccoci giunti alla frazione continua. E lo stesso procedimento seguito per la sua formazione ci dice che il rotto (noi diciamo la ridotta dell'ordine n) si ricava dal precedente (di ordine $n–1$) mediante la formula

$$\frac{p_n}{q_n}=\frac{r}{2a+\frac{p_{n-1}}{q_{n-1}}}=\frac{rq_{n-1}}{2aq_{n-1}+p_{n-1}}$$ [67]

e se la $\frac{p_{n-1}}{q_{n-1}}$ è eccedente o scarsa, la $\frac{p_n}{q_n}$ sarà scarsa od eccedente. Cioè le s*uccessive ridotte saranno alternativamente scarse ed eccedenti.*

Il CATALDI ha dunque, non solo scoperto e costruito la frazione continua, ma ha anche dato modo di trovare immediatamente la relazione fra due ridotte consecutive, dalla quale tutte le proprietà formali di quell'algoritmo immediatamente si derivano.

Ha inoltre paragonato la rapidità di convergenza al valor vero della frazione continua e delle serie precedentemente da lui studiate. Ha visto che le serie che danno valori scarsi, riproducono tutte le ridotte di ordine pari, della frazione continua; quelle che danno valori ec-

---

67 Di qui si ricava $\begin{cases} p_n=rq_{n-1} \\ q_n=2aq_{n-1}+p_{n-1} \end{cases}$; sostituendo nella prima il valore $q_{n-1} = 2aq_{n-2} + p_{n-2}$, dato dalla seconda, e nella seconda il valore $p_{n-1} = rq_{n-2}$, dato dalla prima, si ricava, sotto la forma consueta:

$$\begin{cases} p_n=2ap_{n-1}+p_{n-2} \\ q_n=2aq_{n-1}+q_{n-2} \end{cases}.$$

cedenti, solo alcune di quelle di ordine dispari; nessuna può da sola generare tutte le ridotte. Cosicchè *gli antichi procedimenti per il calcolo approssimato della radice quadra dei numeri non avrebbero potuto immediatamente condurre alla scoperta della frazione continua.*

4. – LA CONTINUITÀ NEL CAMPO NUMERICO.

Le serie infinite studiate dal CATALDI per il calcolo di radicali quadratici, e la frazione continua da lui genialmente costruita, introdussero nel campo numerico, squisitamente discontinuo, idee e metodi prima d'allora riservati alla determinazione delle aree e dei volumi nel campo geometrico, essenzialmente continuo.

L'irrazionale, inesprimibile con numero, figura come elemento di separazione fra le somme sempre crescenti delle serie scarse, e quelle sempre decrescenti delle eccedenti, nello stesso modo che l'area del cerchio figura come elemento di separazione fra quelle dei poligoni inscritti e dei circoscritti. Ed alla determinazione della differenza evanescente fra le aree dei poligoni inscritti e circoscritti, corrisponde, nella trattazione di CATALDI, quella dell'errore che si commette assumendo per valore prossimo la somma di un determinato numero di termini di una delle due serie di CATALDI, ed una speciale ridotta della frazione continua, e CATALDI dimostra anche che quell'errore può farsi piccolo a piacere.

Che più mancava per la introduzione nel campo aritmetico del concetto di *limite*, che già si era affacciato nel campo geometrico? *Mancava l'attribuzione, al corpo numerico, del valore vero, inesprimibile, delle radici quadrate di numeri non quadrati.* Il passaggio al limite non poteva, in quei primi tempi, essere concepito senza la preventiva cognizione della grandezza cui i termini di una successione infinita indefinitamente si accostano, senza mai poterla raggiungere.

Ma, sopratutto, mancava, o non era ancora sufficientemente chiaro, il *concetto di infinito attuale,* nella *comprensione unitaria di un procedimento che la mente vede continuato, oltre lo scritto, all'infinito*.

Concetto che GALILEO esprimeva eloquentemente quando, parlando della indefinita divisione eleatica, diceva: «niuna di tali divisioni esser l'ultima, ma ben l'ultima esser quella che lo risolve in infiniti indivisibili, alla quale si perverrebbe nella maniera che propongo io: *di distinguere e risolvere tutte le infinite in un tratto solo*».

5. – L'INFINITO ATTUALE E L'INFINITESIMO ATTUALE, NELLA MATEMATICA.

Ed invero non oserei affermare che CATALDI, con un tratto solo si rappresentasse l'irrazionale quadratico, come identificato nella totalità dei termini di una delle sue serie, o nell'ultima ridotta della frazione continua. Nello stesso modo che, nelle quadrature archimedee, il cerchio non può dirsi considerato come poligono di infiniti lati.

Ma si può ben dire che lo studio di serie infinite e la scoperta della frazione continua, hanno aperto un gran varco per l'infinito nel campo numerico, prima d'allora chiuso a tali indagini, poichè, dopo un periodo, relativamente breve, di incubazione, vediamo le serie, le frazioni continue, i prodotti infiniti apparire quasi contemporaneamente nelle opere dei maggiori matematici di quel tempo.

Le idee erano infatti già rivolte verso i nuovi indirizzi: le prolisse dimostrazioni per esaustione sono buttate da parte con indicibile sollievo, ed è una gara nel rifare, al modo nuovo, la matematica antica. *Sono di quel tempo le interpolazioni, le contaminazioni delle proposizioni e dei testi euclidei ed archimedei coi nuovi concetti di infinito e di limite*, fatte parte per adattare gli antichi testi alle nuove esigenze, parte *per conferire alle nuove idee l'autorità del nome, cui si fa ricorso quando il convincimento non può essere ottenuto con deduzioni logiche da indiscussi principii*. E, nella discussione dei principii, si ritorna a Democrito, perchè i pochi frammenti e le incerte tradizioni, lasciano adito alle più ardite ricostruzioni.[68]

6. – KEPLERO E LA STEREOMETRIA DOLIORUM.

La *concezione monadica*, non solo della materia fisi-

---

68 E. Bortolotti, *L'infinito ed il limite nella matematica antica?* «Bollettino della Unione Matematica Italiana», Serie II, vol. I, 1939, p. 37-60.

ca, ma anche delle grandezze geometriche, conferiva perspicuità alle indagini ed apriva largo campo alla fantasia. E si esagerò, anche, su questa strada. È del 1615, due anni dopo la comparsa dell'opera di CATALDI sulle frazioni continue, la «*Stereometria doliorum*», dove G. KEPLERO intende di fare, a modo suo, un supplemento ad ARCHIMEDE, con procedimenti affatto personali, senza unità di metodo, anzi senza metodo, se non si voglia considerare come metodo, la verificazione a posteriori del risultato finale ottenuto per particolari problemi.

Lo stesso KEPLERO, del resto, pare non prenda troppo sul serio il suo libro, quando a conclusione della seconda parte di esso, dedicata al calcolo della capacità delle botti da vino, pone questa graziosa parodia di CATULLO:

«Et cum pocula mille mensi erimus,
Conturbabimus illa, ne sciamus.[69]

Sta il fatto che, se alcune delle sue quadrature furono genialmente concepite, ed ebbero, nel seguito, importanti applicazioni, altre, appoggiate ad intuitive vedute, o ad affrettate deduzioni «per analogia», sono fondamentalmente errate, onde venne che tale pubblicazione, nel primo tempo almeno, non favorì, anzi rallentò lo sviluppo dei metodi nuovi; ma, ad ogni modo, col destare vivace discussione, attirò sui nuovi problemi l'interes-

69 Si tratta di una parodia del famoso Carme V di Catullo ("Vivamus, mea Lesbia, atque amemus...). I versi parodiati sono: "*...cum milia multa fecerīmus,/ conturbabimus illa, ne sciamus,...* [nota per l’edizione elettronica Manuzio].

se della scienza[70].

7. – SOMMA DI SERIE INFINITE. E. TORRICELLI.

Di ben altra importanza, pel progresso del pensiero scientifico, furono le opere di GALILEO e dei suoi discepoli: BONAVENTURA CAVALIERI, EVANGELISTA TORRICELLI, PIETRO MENGOLI.

Nel *Discorso sopra due nuove scienze*, pubblicato nel 1638, ma nelle parti essenziali noto fino dal 1620, nella *Geometria degli indivisibili*, nell'*Opera Geometrica di Torricelli*, l'*Analisi infinitesimale moderna ha trovato, non solo le origini, ma i suoi fondamentali sviluppi*.

La quadratura di figure geometriche aventi estensione lineare o superficiale infinita, le acute considerazioni di ordine infinitesimale che accompagnano l'esposizione dei principi su cui TORRICELLI fondava il suo metodo – «*per lineas supplementares*» (che preludia al metodo differenziale del LEIBNIZ), dimostrano che il passo necessario alla comprensione del concetto di *infinito attuale* nella totalità degli elementi di una successione infinita, era già stato compiuto e superato[71]. Lo stesso *principio degli indivisibili* di CAVALIERI suppone in atto l'infinitesi-

70 Cfr. per es. ALEXANDER ANDERSON, *Vindiciae Archimedis*. Parisiis, 1616.

71 Cfr. E. BORTOLOTTI, *L'opera geometrica di Evangelista Torricelli*, al Cap. «Gli indivisibili torricelliani ed il problema delle tangenti» (Monatsheften für Math. und Phys., Bd. 48, 1939, p. 464 e sgg.

mo nell'indivisibile, e l'infinito nella totalità di tali elementi.

Ma giova qui considerare che, pur rimanendo nel campo geometrico, e senza scostarsi dal rigore proprio delle opere classiche, *fino dal* 1641[72] EVANGELISTA TORRICELLI *riesciva a costruire un segmento atto a rappresentare la somma di tutti gli infiniti termini di una progressione geometrica decrescente di segmenti,* comunque data, ed insegnava a *sommare progressioni geometriche infinite, decrescenti, di qualunque specie di grandezza* (*etiam in numeris*).

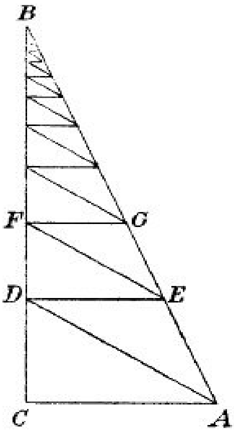
Questo passo (nello sviluppo della teoria del limite e delle serie), del quale si fa grande merito a GREGORIO DI SAN VINCENZO ed allo scolaro suo ANDREA TACQUET[73] è di capitale importanza nella storia del pensiero scientifico, perchè non si tratta di sviluppare in serie (od in frazione continua) una grandezza nota; in altri termini di trovare una legge costante con cui si seguano i termini di una serie infinita, in modo che la somma dei primi n di essi *vada sempre più avvicinandosi alla grandezza data*, col crescere di n, e si possa poi concludere che *la somma di tutti non ne differisce affatto*. Si tratta invece del *problema inverso*: si suppone cioè che sia *data una serie di in-*

---

72 Questo in occasione della quadratura del solido iperbolico infinitamente lungo. V. Lettera a M. RICCI del 17 marzo 1646, e lettera di B. CAVALIERI del 17 dicembre 1641. Opere di E. TORRICELLI, vol. III, p. 361 e p. 65.

73 V. per es., WALLNER, *Ueber die Entstehung des Grenzbegriffes.* «Bibl. Mat.», vol. IV, serie III, pp. 251-256.

finiti termini (*cioè che sia data la legge di formazione con cui da ogni presupposto termine si generi il successivo*), e *si vuol antivedere quale sarà il valore dell'ultimo, e la somma di tutti.*



È ben vero che, nella fattispecie, si tratta di una classe speciale di serie (quelle di grandezze continuamente proporzionali); ma è anche vero che *questo specialissimo caso non si seppe – o non si ardì – risolvere, nella antichità classica*, e che, nelle moltissime questioni in cui ebbe a presentarsi, si cercarono strade traverse, trascurando la soluzione diretta, per raggiungere lo scopo[74]. Sarà dunque opportuno che, brevemente si accenni alla *strada diretta, seguita dal* TORRICELLI, *e*, (*dopo di lui*), da GREGORIO DA SAN VINCENZO, e dal TACQUET[75].

---

74 Cfr. E. BORTOLOTTI, *L'infinito ed il limite nella matematica antica?* «Boll. Unione Mat. Italiana», Serie II, vol. I, 1939, p. 47-60.

Dopo aver enunciata la regola che dà la somma di una progressione geometrica decrescente infinita, A. TACQUET, nella sua *Arithmeticae Theoria, et Praxis* (Lib. V, cap. IV), dice: «Vides opinor, qui haec legis, quam facilis sit, quod supra me ostensurum promiseram, a progressione finita ad infinitam transitus. Unde mirum est, priores Arithmeticos, qui progressiones finitas tenerent, infinitas ignorasse, cum hae ab illis immediate dependeant».

75 Sta il fatto che GREGORIO DA S. VINCENZO non fa che applicare il procedimento torricelliano, e che il TACQUET, senza mai nomi-

Le proposizioni torricelliane sono esposte nei Lemmi XXIV, XXV, XXVI, XXVII dell'operetta «*De dimensione parabolae*» pubblicata nel 1644, e riportata anche nella *edizione faentina delle opere di* TORRICELLI al tomo I, parte I (pp. 147-150).

Nel Lemma XXIV TORRICELLI dimostra che *se le rette AB, CB concorrono nel punto B, e se fra esse è tracciato il flessilineo CADEFG... in modo che siano fra loro paralleli i segmenti CA, DE, FG, ..., AD, EF,....; i segmenti fra loro paralleli sono in proporzione continua.*

Nel Lemma seguente dimostra che: *se poniamo fra le rette concorrenti AB, CB, i segmenti AC, DE, paralleli fra loro, e, congiunti A,D, immaginiamo il flessilineo continuato ad infinitum, si troveranno in esso tutti i termini* (omnes et singulos ad unguem terminos) *della proporzione geometrica infinita che ha per primi termini AC, ED.*

Dimostra anche che *niuno dei termini della progressione, può non appartenere al flessilineo.*

Lemma XXVI, Problema: *Data la progressione geometrica decrescente di segmenti* a_1, a_2, a_3,... *trovare un segmento eguale alla somma di tutti.* (Suppositis infinitis rectis lineis continua proportione maioris inaequalitatis, rectam lineam, quae praedictis sit aequalis reperire).

Fatto $AC = a_1$, $DE = a_2$, se i segmenti *AC, DE,* saranno paralleli, le rette *AE, CD,* concorreranno in un punto *B*, e nel flessilineo continuato all'infinito fino al punto *B*, saranno compresi tutti i termini della progressione. Dal punto *B*, si

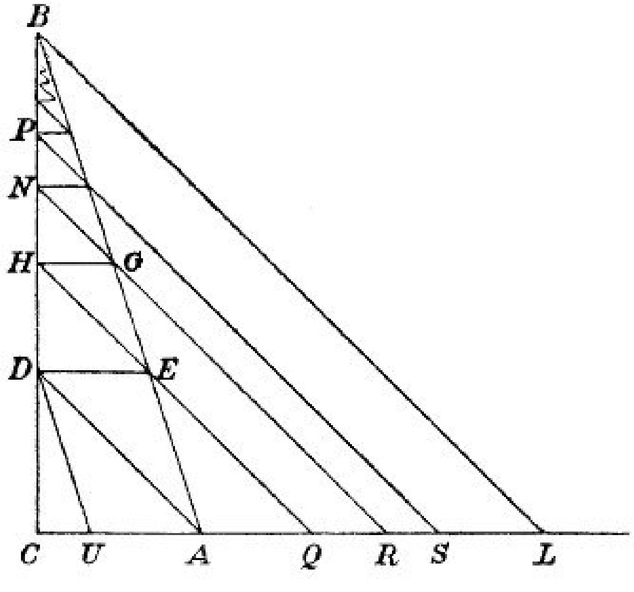
---

nare TORRICELLI, spiattella tali quali i Lemmi torricelliani. Vedi E. BORTOLOTTI, *I primi algoritmi infiniti nelle opere dei matematici italiani del secolo XVII.* «Boll. Unione Mat. Italiana», serie II, n. 4, 1939, p. 369-371.

conduca *BL* parallela a *DA*, fino ad incontrare la *AC* nel punto *L*. Sarà *CL* il segmento richiesto.

Infatti, tutti i segmenti del flessilineo, dei quali il primo è *CA*, (cioè tutti i termini della progressione) sono eguali ai segmenti similmente posti del segmento *CL*.

Lemma XXVII[76]. *Suppositis infinitis magnitudinibus in continua proportione geometrica maioris inaequalitatis, erit prima magnitudo media proportionalis inter primam differentiam et inter aggregatum omnium.*



Assumpta enim praecedenti constructione, ducatur *DU* aequidistans ipsi *AB*, et erit *CU* prima differentia. Sed *CU* ad

76 Abbiamo riportato il testo integrale di Torricelli perchè sia ben chiaro il di lui concetto in queste che, per ordine di tempo sono le prime esplicite enunciazioni di una somma di infiniti addendi attualmente conosciuti nella loro totalità.

primam magnitudinem *AC* est ut *CD* ad *CB*, hoc est ut *CA* ad *CL*, aggregatum omnium.

Dalla proposizione torricelliana viene immediatamente la formula oggi usata per la somma degli infiniti termini della progressione geometrica decrescente. Si ha infatti:

$$a_1 - a_2 : a_1 = a_1 : a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

da cui:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots = \frac{a_1^2}{a_1 - a_2} = \frac{a_1}{1 - \frac{a_2}{a_1}}.$$

8. – LE QUADRATURE ARITMETICHE DI PIETRO MENGOLI.

Si deve ad uno scolaro di CAVALIERI, il Bolognese PIETRO MENGOLI, la ripresa degli studi che il suo concittadino PIETRO ANTONIO CATALDI, aveva iniziato sugli algoritmi infiniti. Ciò nell'opera «*Novae quadraturae arithmeticae*» pubblicata a Bologna nel 1650[77].

Le opere del MENGOLI erano ai suoi tempi pregiate e diffuse anche fuori d'Italia; ma poi, forse per la termino-

---

77 Nell'imprimatur di questo libro, OVIDIO MONTALBANO, censore, scriveva: «Omnium calculis approbandam, immo albis signandam lapillis Arithmeticam hanc speculationem censuit Ovidius Montalbanus».

Dal Carteggio di LEIBNIZ coll'OLDENBURG si ricava che le quadrature aritmetiche del MENGOLI erano note all'OLDENBURG, al COLLINS ed allo stesso LEIBNIZ. Vedi G. VACCA, *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*. «Rend. Lincei», sed. 5 e 19 dicembre 1915, p. 512.

logia ed il simbolismo da lui introdotti e non più usati, furono trascurate e dimenticate. Furono G. ENESTRÖM e G. VACCA[78] a rivendicare a MENGOLI il merito di aver per primo sommato serie infinite diverse dalle progressioni geometriche, e dimostrato l'esistenza di serie il cui termine generale tende allo zero, e nelle quali la somma degli infiniti termini può superare qualsiasi quantità data.

Il MENGOLI nella prefazione delle sue «*Quadrature Aritmetiche*» dice di essere stato indotto a quello studio dalla contemplazione della memoria di ARCHIMEDE sulla quadratura della parabola, dove si considerano infiniti triangoli procedenti in proporzione quadrupla, e dalla dimostrazione fatta da geometri (TORRICELLI) *che la somma di infinite grandezze, in qualsiasi proporzione continua decrescente, converge verso una quantità finita.*

Considera in generale le serie il cui termine generale tende allo zero, e trova che alcune di esse hanno somma finita, altre, infinita. «*Ut aliqua possit assumi minor qualibet proposita, vel ut deficientes in infinitum evanescant, infinitae compositae omnem propositam quantitatem valeant superare*» (p. 1 della *Praefatio*).

Dimostra infatti, *con procedimento analogo a quello seguito da* TORRICELLI *per la divergenza dell'integrale* $\int_1^\infty \frac{dx}{x}$, *la divergenza della serie armonica*, ed in ge-

78 Cfr. G. ENESTRÖM, *Zur Geschichte der unendlichen Reihen um die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts*. «Bibl. Mathem.», 1912, p. 135-148. VACCA, loc. cit.

nerale *della serie degli inversi di una progressione aritmetica.*

Il prof. VACCA ha fatto giustamente osservare (loc. cit.) che «L'ENESTRÖM non rende giustizia al MENGOLI, pretendendo che nello scritto del MENGOLI manchi la conclusione. Essa c'è, e più volte ripetuta[79]. È veramente ingiusto, dopo aver letto il MENGOLI, l'attribuire ancora a GIACOMO BERNOULLI il merito di avere per il primo, nel 1689, dimostrato la divergenza della serie armonica».

Il MENGOLI considera poi la serie delle inverse dei numeri triangolari $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}+\ldots$; dice che questa si può quadrare e che la somma è eguale ad 1, perchè la somma dei primi n termini è data da $n/n+2$[80], e questa differisce da 1 meno di qualsiasi quantità data: «Quod aggregatae quotlibet a prima sunt aequales numero multitudinis ipsarum denominato per numerum binario maiorem, et propterea semper unitate sunt minores eo defectu, qui iuxta multitudinis additarum fractio-

79 Nel passo sopra ricordato, nell'enunciato, e nella conclusione: Ergo propositae fractiones in infinitum dispositae, et aggregatae, infinitam extensionem valent implere» (p. 4 della Praefatio).

80 Così nel testo di riferimento, ma la formula va ovviamente interpretata come $n/(n+2)$; inoltre, per il generico termine $\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$, deve essere $n\geq 2$. [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

num incrementum infra quamlibet assignatam magnitudinem diminuitur et in infinitum evanescit» (P. 7 della *Praefatio*).

Troviamo qui, non solo il *chiaro concetto di limite, e di somma di una serie infinita*, ma l'implicita definizione di questi concetti espressa in forma che per precisione di termini non perde al confronto di quella che, dopo CAUCHY, è entrata nell'uso comune.

Questo teorema, enunciato nella prefazione, è dimostrato, nelle prime 17 proposizioni del testo, con rigore euclideo di deduzione logica: notevole fra quelle proposizioni l'*Assioma primo* (p. 18).

«*Quando infinitae magnitudines infinitae sunt extensionis, possunt in aliqua multitudine sumi, ut superent quamlibet propositam extensionem*», che dà una implicita definizione di *quantità variabile tendente all'infinito*.

La proposizione seguente (Prop. 15) dà la condizione di convergenza di una serie a termini positivi: «*Quando in ordine magnitudinum, quotlibet assumptae sunt minores una eandem proposita magnitudinem generis eiusdem, omnes a prima in infinitum dispositae, et aggregatae sunt extensione finitae*».

Con eguale rigore logico il MENGOLI dimostra che *converge la somma degli inversi dei numeri* $n(n+r)$ ed è:

$$\sum \frac{1}{n(n+r)} = \frac{1}{r}\left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{r}\right).$$

Così pure degli inversi di numeri solidi:

$$\sum \frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{4}, \sum \frac{1}{(2n+1)(2n+2)(2n+3)}=\frac{1}{12}$$

con procedimenti che valgono in generale per serie della forma

$$\sum \frac{1}{(a+mh)(a+(m+1)h)\ldots(a+(m+p-1)h)}.$$

Ed infine che convergono le serie:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+1}-a_m}{a_m a_{m+1}}=\frac{1}{a_1}, \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_{m+p}-a_n}{a_m a_{m+1}\ldots a_{m+p}}=\frac{1}{a_1 \cdot a_2 \ldots a_p}$$

dove le a_m, le p e le h sono numeri interi positivi, ed è per ogni m, $a_{m+1} > a_m$.

«...*So viel ich weiss* (osserva a questo punto l'Eneström) *sind Reihen der fraglichen Art sonst nicht vor Taylor*[81] *und Nicole*[82] *summirt worden*».

Il modo con cui dal Mengoli è condotta la trattazione di queste nuovissime sue proposizioni, *implica la conoscenza di una compiuta teoria dei limiti*. Tale è difatti quella che egli ha esposto nell'«*Elementum tertium*» dei suoi: «*Geometriae speciosae elementa*». Spetta al prof. Agostini il merito di aver scoperto questa teoria e di averla interpretata con terminologia e simbolismo moderno; chè appunto la terminologia ed il simbolismo introdotti in essi dal Mengoli ne rendono oscura la interpretazione[83]. Mengoli considera gli enti numerici *a/b*,

81 Cfr. B. Taylor, *Methodus incrementorum directa et inversa*. Londini 1715.

82 Cfr. F. Nicole, *Traité du calcul des différences finies*. «Mem. Acc. Sc. de Paris», 1717, p. 15.

83 Cfr. A. Agostini, *La teoria dei limiti in Pietro Mengoli*. Pe-

definiti dal limite $\frac{a}{b} = \lim_{n \to \infty} a_n / b_n$ (a_n, b_n interi positivi) e dimostra che *le proprietà dei rapporti e delle proporzioni valgono anche al limite, per rapporti a/b così definiti, quando essi siano diversi da zero e da infinito, e, nel caso contrario, enuncia proprietà del calcolo degli infiniti e degli infinitesimi.*

Sono in sostanza i principii della «*Teoria dei limiti*» ed il «*Calcolo dei limiti*», esposti con metodo classico. E tutto ciò ventotto anni prima che NEWTON pubblicasse i suoi: «*Philosophiae naturalis principia mathematica*».

Della *Geometria speciosa* di PIETRO MENGOLI, e degli *integrali definiti colà calcolati, daremo cenno nel paragrafo seguente.*

§ II.
Primordi del Calcolo infinitesimale.

1. – LA GEOMETRIA DEGLI INDIVISIBILI DI BONAVENTURA CAVALIERI.

CAVALIERI BONAVENTURA (1598?-1647, Bologna). È sconosciuto il nome di battesimo, quello di BONAVENTURA essendo il nome da lui assunto entrando in religione. Nemmeno la data di nascita è conosciuta, e l'anno 1598, benchè concordemente dato dai suoi biografi, non è si-

riodico di Mat., 1925, vol. V, pp. 18-30.

curo.

Entrò giovanissimo nell'ordine dei *Gesuati* *[torna a pag. 214]* (non gesuiti!) di S. Girolamo, in Milano; trasferitosi intorno al 1616 a Pisa, potè quivi essere guidato negli studi di matematica da Benedetto Castelli, lettore, in quel tempo, di matematica nello Studio di Pisa.

Le premure del Galileo, quelle non meno pressanti del Castelli e le concordi informazioni sul merito singolarissimo di lui, mossero i signori del Reggimento della città di Bologna, a chiamarlo alla primaria cattedra di matematica (resasi vacante per la morte del Cataldi), che egli occupò a partire dall'incominciamento dell'anno scolastico 1629-30, fino al termine della sua vita.

Fu, a Bologna, priore del convento di Santa Maria della Mascarella, chiamato a questa carica (del tutto onoraria) con breve di Urbano Ottavo, «*perchè potesse stare con quiete in quello, e non havesse altro superiore al quale fosse soggetto*». La sua attività scientifica fu interrotta solo dai gravi e frequenti attacchi di gotta, che incominciarono in giovine età, e più tardi gli tolsero quasi affatto l'uso delle gambe, così da costringerlo a farsi trasportare sulla cattedra.

L'esercizio del suo insegnamento che richiedeva lo svolgimento della *teoria dei pianeti* ed esigeva il calcolo delle effemeridi, *per uso astrologico*, lo obbligò, per un verso, ad approfondire la teoria copernicana circa il sistema del mondo, che, primo in Italia, egli divulgava dalla cattedra, e, d'altro lato, pur rifuggendo dai pregiudizii della «*Giudiciaria*», a fare la figura celeste per quanto spetta alla astrologia, «*per acconciarsi al genio del paese e all'andazzo dei tempi*»[84].

Questo aspetto della attività scientifica del CAVALIERI si manifesta in alcune delle opere minori di lui, le quali tuttavia sono notevoli, sia per interessanti sviluppi pertinenti alla trigonometria sferica, sia per geniali applicazioni della teoria dei logaritmi, che egli per primo ha introdotto in Italia, sia per la costruzione delle coniche per mezzo di fasci proiettivi, nell'interessante opuscolo sullo *Specchio ustorio*[85].

Ma l'opera capitale del CAVALIERI, quella per cui egli rimarrà nella storia della matematica, è la «*Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*».

Una lettera al GALILEO del 15 dicembre 1621 ci mostra che fino da quell'epoca il CAVALIERI era in possesso delle idee fondamentali cui si impronta la nuova sua Geometria. L'opera era compiuta nel novembre 1627, e nel 1629 il manoscritto fu consegnato al Reggimento del comune di Bologna, come titolo di appoggio alla sua domanda per la cattedra di matematica. Ma la stampa ne fu procrastinata, e non potè essere finita che nel 1635[86].

84 Cfr. la lettera al TORRICELLI del 14 luglio 1642 (*Opere di Torricelli*, vol. III, p. 74).

85 *Lo specchio ustorio ovvero trattato delle settioni coniche....* In Bologna, presso Clemente Ferroni, 1632, 1650.

86 GREGORIUS a SANCTO VINCENTIO, gesuita, pubblicando la sua opera «*Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum coni*» nel 1647 (anno in cui morivano TORRICELLI e CAVALIERI), diceva di

Come fondamento logico della sua teoria, CAVALIERI aveva posto una genesi delle figure geometriche, per cui queste erano rappresentate come totalità di elementi primordiali che furono detti *indivisibili:* la linea, come totalità di punti, la superficie come totalità di linee, il corpo geometrico, come totalità di superficie.

O, meglio, CAVALIERI *considerava la totalità degli ele-*

---

averla, in parte almeno, composta fino dal 1625, e di avere, in quell'anno, lasciato il manoscritto a Roma, presso il correligionario CHRISTOFORO GRIGENBERGER; e con ciò presumeva di potersi attribuire la priorità della proposizione cavalierana sulla egual area di spirale archimedea, con quella di un segmento, convenientemente apprestato, di parabola apolloniana. Alla Questione 116, fatta a questo proposito dall'ENESTRÖM nel vol. 5, Serie 3 (1904), della sua Bibliotheca Mathem., rispose il FAVARO nello stesso Vol. a pag. 415 nel modo seguente: «Il trattatello delle Spirali, inviato da BONAVENTURA CAVALIERI a GALILEO GALILEI con lettera 9 aprile 1623, si conserva tuttavia tra i manoscritti galileani della Biblioteca Nazionale di Firenze. Esso si trova a carte 14-26 del volume secondo della Divisione di tali manoscritti che contiene gli scritti ed i documenti dei discepoli. La proposizione II di questo «Trattatello» dimostra che: «*spatium comprehensum a spirali ex prima revolutione orta et prima linea quae initium est revolutionis, est tertia pars primi circuli*»; ed è, meno varianti di poca importanza, perfettamente identica, fin nelle lettere delle figure, alla proposizione che nel Libro VI della Geometria indivisibilibus... (1635) porta il n. IX, è enunciata colle stesse parole, e vi occupa le pagine 13-15».

«Resta con ciò perfettamente dimostrato che, per tale proposizione, BONAVENTURA CAVALIERI, non ebbe bisogno di attingere nè alle opere, nè alle comunicazioni verbali o scritte, nè di GREGORIO DI S. VINCENT, nè di alcun altro dei suoi contemporanei».

menti indivisibili di un dato ente geometrico, come posti in corrispondenza biunivoca cogli indivisibili omologhi di un'altra figura, cui la prima era riferita, ed a presupposte (*o verificate*) *relazioni fra gli indivisibili, deduceva necessarie relazioni fra la loro collettività, cioè fra le figure proposte.* Nella forma più elementare quel principio si riduce a ciò: Date due figure piane, comprese fra rette parallele, se tutte le rette parallele ad esse determinano in dette figure segmenti eguali, anche le figure saranno fra loro eguali (in area). E se i segmenti corrispondenti avranno fra loro rapporto costante, anche le figure proposte avranno fra loro il medesimo rapporto.

E se si tratta di figure solide, poste fra piani paralleli, diremo che: se tutti i piani paralleli ad essi determinano, in dette figure, superfici di egual area, anche le figure proposte avranno egual volume, e se fra due superfici corrispondenti passa rapporto costante, egual rapporto avranno fra loro i solidi considerati.

«*Figurae planae habent inter se eandem rationem, quam eorum omnes lineae iuxta quamvis regulam assumptae; Et figurae solidae, quam eorum omnia plana iuxta quamvis regulam assumpta*»[87].

Si vede subito quanta semplicità porti l'applicazione di un tale principio allo studio di figure geometriche.

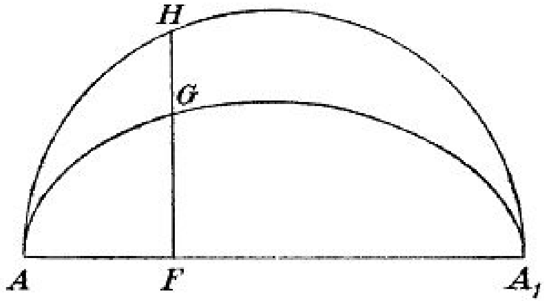
Il famoso teorema, sul *rapporto di due piramidi aventi la stessa altezza*, che in EUCLIDE porta via non so quante pagine di sottili elucubrazioni, si dimostra in due

---

87 Cfr. B. CAVALERIO, *Geometria Indivisibilibus*, p. 113.

parole, osservando che i piani paralleli alle basi, nelle due piramidi, aventi egual distanza dalle basi stesse determinano in dette piramidi superfici che stanno fra loro come le basi.

E la regola per il calcolo dell'*area della ellissi*, si ricava immediatamente da quella del cerchio. Le sezioni FG, FH, fatte nella semiellissi e nel semicerchio, con una retta che si muova con moto di traslazione uniforme, mantenendosi parallela alle tangenti comuni (al cerchio ed alla ellissi) nella estremità del diametro, sono fra loro nel rapporto costante dei semiassi $b : a$. Tale sarà dunque anche il rapporto delle aree di quelle figure, e si avrà: *area ellissi* : *area cerchio* :: $b : a$ da cui: *Area ellissi* = πab.[88].

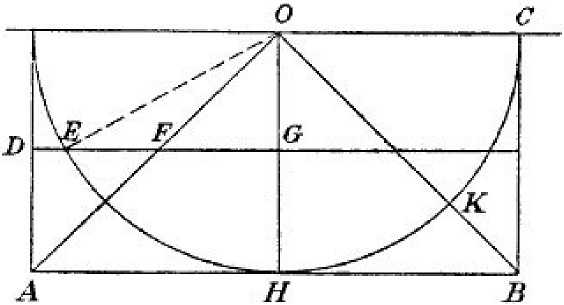


Facendo rotare la figura, qui sotto descritta, intorno all'asse *OH*, il quadrato OHBC genera un cilindro, il triangolo OHB, un cono, ed il quadrante OHKC, una emisfera. Dalla relazione $\overline{OE}^2 = \overline{GO}^2 + \overline{EG}^2$, cioè: $\overline{DG}^2 = \overline{EG}^2 + \overline{FG}^2$, od anche $\pi\,\overline{DG}^2 = \pi\,\overline{EG}^2 + \pi\,\overline{FG}^2$ [89], si ricava che fra le se-

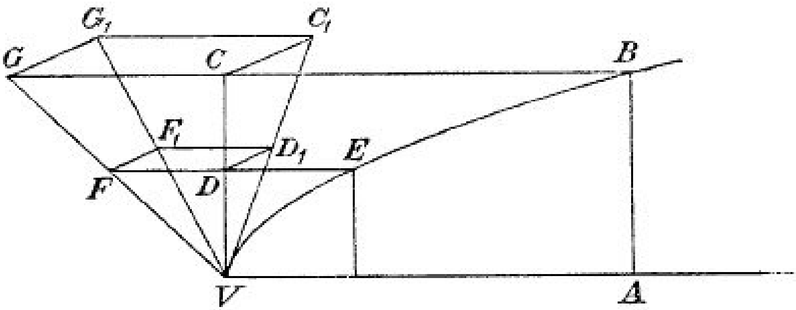
88 Cfr. *Geometria Indivisibilibus*, p. 211.

89 Cfr. *Geom. indiv.* p. 259 ed anche «*Opere geometriche di Turricelli*» Vol I, Parte II, p. 106, 115.

zioni determinate in quelle figure da un piano che si muova di moto di traslazione mantenendosi normale all'asse, passa questa relazione: che *tutti i cerchi del cilindro sono rispettivamente eguali alla somma dei corrispondenti cerchi della emisfera e del cono.* Anche il volume del cilindro sarà dunque eguale alla somma dei volumi della emisfera e del cono. Cioè: $\pi \overline{OH}^3$ = vol. emisf. + $1/3 \pi \overline{OH}^3$ da cui *Vol. emisfera* = $2/3 \pi \overline{OH}^3$.



Si voglia quadrare il segmento parabolico *VAB*, del quale *VA* è asse ed $x = py^2$ la equazione.



Si consideri anzitutto che l'area cercata è differenza fra l'area del rettangolo circoscritto *VABC*, e quella del trilineo *VEBCD*. (Ciò che corrisponde alla *integrazione per parti*).

Considerando una qualunque delle infinite secanti *DE*, parallele a *VA* nel trilineo, e prolungata questa in $DF = VD$, si vedrà che tutte le misure dei segmenti *DE* sono eguali al prodotto di p per l'area del corrispondente quadrato FDF_1D_1; anche tutta l'area della figura *VEBCD* sarà dunque eguale al prodotto di p per il volume della piramide $VGCC_1G_1$, cioè si avrà:

$$area\, VEBCD = p \cdot 1/3\, \overline{VC}^3 = p \cdot 1/3\, \overline{AB}^3 = 1/3\, AB \cdot p \cdot \overline{AB}^2 = 1/3\, AB \cdot VA$$

e, per l'area del segmento parabolico:

$$area\; VAB = 2/3\; VA \cdot AB.$$

Abbiamo preso, un poco a caso, questi esempi della pratica applicazione del metodo generalissimo che Cavalieri ha introdotto nella scienza, ed a cui, anche oggi, ricorriamo per l'effettivo calcolo degli integrali definiti. Le trasformazioni cavalieriane sono, infatti, quelle che facciamo *integrando per parti, per sostituzione, per scomposizione in somma di termini integrabili,...* esse domandano come punto di partenza la nozione effettiva di certe quadrature, che possono dirsi *fondamentali,* perchè da esse poi le altre si derivano.

Cavalieri, con intuito geniale, fissò come punto di partenza *la quadratura delle parabole generali*, delle curve cioè, che noi rappresentiamo colla equazione: $y = ax^m$, scoprì la proposizione che ne dà la quadratura, ${}_0\int^x ax^m = a\frac{x^{m+1}}{m+1}$, ne diede dimostrazione per quei valori di *m* che correntemente si presentano nelle questioni geometriche, ed ebbe coscienza della sua generalità, che il suo scolaro Torricelli dimostrava per qualunque valore razionale (anche frazionario e negativo) dell'esponente *m*.

Non solo egli riesciva per tal modo a trovare, con procedimento semplice ed uniforme, tutte le quadrature che da Archimede in poi con svariatissime industrie erano state faticosamente eseguite, ma ad indicarne infinite altre, che da quelle potevano essere derivate.

È meravigliosa la diffusione dell'opera di Cavalieri, e la forza di suggestione che essa seppe esplicare: non solo i dotti subito si giovarono, nelle loro indagini, dei concetti e perfino del frasario degli indivisibili; ma in tutte le scuole si insegnò geometria *al modo degli indivisibili*; incominciando dalle prime classi con le «*Leçons de Géométrie de Lacaille*», fino alle più elevate, colle «*Lectiones geometricae*» del BARROW, che fu maestro di NEWTON. Gli stessi scienziati cui si attribuisce la creazione del calcolo infinitesimale, riconoscono nella «*Geometria degli indivisibili*» l'origine delle idee e dei metodi seguiti nelle loro ricerche.

Gli *infinitesimi* del LEIBNIZ non sono altro che gli indivisibili del CAVALIERI; ed egli usa promiscuamente quei due nomi nel dare i fondamenti della sua teoria. Perfino il simbolo ∫, che noi ora usiamo per l'integrazione, fu introdotto dal LEIBNIZ colla dichiarazione espressa che esso dovesse rappresentare la frase: «*omnes lineae*», usata a quello scopo dal CAVALIERI[90]. E nell'opuscolo: «*De Geometria recondita et Analysi indivisibilium atque infinitorum* (Acta Eruditorum, Lipsia 1686, p. 298), scriveva «*Primi Galileus et Cavallerius involutissimas Cononis et Archimedis artes detegere coeperunt*».

Nel *Commento alla «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica»* di NEWTON, t. I, p. 80[91], si legge «*Hic pedem fixerant veteres, primusque longius progredi ausus est cele-*

90 Utile erit scribi ∫ pro *Omn*.: ut ∫ 1, pro *Omn*. 1, id est summa ipsorum 1,... nempe ut ∫ augebit, ita *d*. minuet dimensiones... Cfr. *Briefwechsel von B. Leibniz mit Mathemat.*, lettera ad OLDENBURG, 25 ottobre 1675, p. 154.

91 V. PIOLA, *Elogio di Bonaventura Cavalieri*, Milano 1844, p. 60.

berrimus geometra Bonaventura Cavalerius, qui anno 1635 indivisibilium methodum in geometriam introduxit».

Il WALLIS scriveva al granduca di Toscana: «*Il vostro Torricelli ha illustrato e promosso il metodo degli indivisibili del* CAVALIERI, *che è il fondamento della mia* «*Aritmetica degli infiniti*»[92].

Ricorderemo infine che lo CHASLES nel suo «*Aperçu historique*» scrive: «*La Géométrie des indivisibles de Cavalieri (1635) vint enrichir la science, et marquer l'époque des grands progrès qu'elle a fait dans les temps modernes*» (p. 57).

2. – LE ESERCITAZIONI GEOMETRICHE.

Eccitato dalle critiche di taluni oppositori, il CAVALIERI, a chiarire la metafisica della sua teoria, scrisse le «*Exercitationes geometricae Sex*» (pubblicate a Bologna nel 1647, pochi mesi prima della sua morte), nelle quali esponeva due diversi punti di vista, che dovevano diventare classici nella scienza[93].

Dal punto di vista della continuità, che, in causa della rappresentazione geometrica si manifestava sotto forma di movimento e si presentava spontaneamente quando GALILEO imprendeva lo studio del movimento fisico con l'applicare ad esso la geometria, gli indivisibili possono essere considerati come *privi di spessore,* a *condizione*

---

92 V. FABRONI, *Lettere inedite di uomini illustri*, Firenze 1773, p. 319.

93 *Exercitatio prima*, p. 4.

di supporli animati da un movimento[94], *cioè da una flussione.* Gli enti geometrici vengono considerati come *fluenti nei loro indivisibili*, e la misura della estensione si desume dal confronto «*collective, hoc est comparando aggregatum ad aggregatum*».

In una seconda interpretazione, guidata dai concetti di infinito e di limite, che allora si affacciavano nella scienza, il confronto fra gli indivisibili poteva esser fatto «*distributive, comparando singillatim.... quamlibet rectam figurae, ABCD, cuilibet recta figurae EFGS, sibi in directum existenti*»[95].

La parola e l'idea del CAVALIERI, *nel primo punto di vista*, ebbero più tardi fortuna nella scuola di NEWTON, che considerava il Calcolo infinitesimale, come *Calcolo delle flussioni*.

Il secondo punto di vista considerava gli indivisibili come enti geometrici aventi estensione *non assolutamente nulla*, ma *infinitesima*, e portava alla valutazione di *rapporti fra infinitesimi dello stesso ordine*. Questo concetto, dal CAVALIERI appena intravisto, fu meglio sviluppato in talune produzioni geometriche dei suoi scolari, e segnatamente dal TORRICELLI. Dal LEIBNIZ fu posto a base del *Calcolo differenziale ed integrale.*

---

94 Cfr. p. es. *Exercitatio...*, p. 17. «*Ex fluxu parallelogrammi orietur parallelepipedum: et in universum ex fluxu cuiuscuq. figurae planae orietur corpus, quod vocari solet columnare, et a me dicitur cylindricus*».

95 Cfr. *Exercitatio...*, p. 4.

§ III.
L'opera geometrica di Evangelista Torricelli.

1. EVANGELISTA TORRICELLI (Faenza? 15 ottobre 1608-Firenze 25 ottobre 1637).[96] – Egli stesso volle sempre essere chiamato *faentino*, ma non è ben noto il luogo di sua nascita. Fece i suoi primi studi a Faenza, sotto la guida dello zio ALESSANDRO, monaco camaldolese, e dei padri gesuiti che avevano a Faenza un collegio con alcune scuole.

Nell'età di 18 anni fu mandato a Roma alla scuola di BENEDETTO CASTELLI, e presso di lui, per circa 15 anni, fu ad un tempo scolaro, segretario, confidente. Nei primi di ottobre 1641, per invito di GALILEO, entrava nella casa di lui, prima come aiuto e compagno, poi, dopo appena tre mesi, come successore per la sopravvenuta morte di quel *grande*.

2. – Nei suoi primi saggi, TORRICELLI si contenta di far mostra di erudizione, studiandosi, più che altro, di emulare gli antichi nella perfezione della forma e nel rigore del metodo. Ciò nel periodo, che può dirsi *preparatorio*, e non va oltre l'anno 1641. Appartengono a questo periodo gli opuscoli sui *Solidi sferali*, sui *Contatti*, e la maggior parte di quelle proposizioni e di quegli sparsi

96 Così nell'edizione di riferimento, ma l'anno corretto della morte è 1647, come è confermato anche dalla nota di pag. 210, in fine, e anche altrove [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

problemi che, raccolti dal VIVIANI, costituirono le collezioni che vanno coi nomi di «*Campo di Tartufi*», «*De planis varia*», «*De solidis varia*», «*De circulo et adscriptis*»,....

3. *Inviluppi*. – Fin da quei primi inizii, peraltro, egli seppe dar saggio della sua fantasia geometrica con la scoperta degli *inviluppi di curve*, dei quali, nel gennaio 1641, dava il primo esempio colla cosidetta: «*Parabola di sicurezza*»[97].

È opinione diffusa che si debba riconoscere la prima manifestazione del concetto di *inviluppo* ed il primo inizio della dottrina degli inviluppi nel problema della determinazione della curva tangente alle infinite parabole descritte da proiet-

---

97 Cfr. E. BORTOLOTTI, *Gli inviluppi di linee curve ed i primordi del metodo inverso delle tangenti*. «Periodico di Matematiche», serie IV, vol. I, 1921. La prima notizia della fortunata scoperta si trova nella lettera all'amico R. MAGGIOTTI, con data 5 gennaio 1641, ove da ogni riga trabocca la festività e la gioia pel conseguito risultamento (*Opere di Torricelli*, vol. III, p. 44): «... Se io, verbigrazia, chiedessi a V. S. quale sia la sfera (per così dire) della attività totale dei proietti: cioè qual figura vadano a toccare tutte le palle della medesima artiglieria sparata a tutte le possibili elevazioni sempre dall'istesso luogo: Parimenti quale sia la sfera della attività ascendente dei proietti, cioè in qual figura siano i punti altissimi (o vogliamo dire della conversione) di tutti i tiri che si possono fare dalla medesima artiglieria e dal medesimo luogo, queste, se bene sono figure delle più frequenti e più considerate che abbia la geometria, ella avrebbe ragione di darmi del bar... fot. per la testa».

tili usciti da uno stesso punto con costante velocità, ma con inclinazioni diverse. La risoluzione di questo problema si attribuisce a G. BERNOULLI, la sua generalizzazione al LEIBNIZ; e, dal Commercio epistolare fra LEIBNIZ e BERNOULLI (1691) si fa datare l'origine della *teoria degli inviluppi*[98]. D'altra parte è noto che quel problema era stato trattato (50 anni prima) anche dal TORRICELLI; e ciò potrebbe far credere che l'opera del TORRICELLI dovesse essere riguardata come trascurabile.

Leggiamo infatti nella classica opera del CANTOR[99].

«Il TORRICELLI seppe che se si lanciano proiettili da uno stesso punto e colla medesima velocità iniziale, lasciando variabile l'angolo secondo essi sono diretti, il luogo geometrico dei vertici delle parabole percorse da tali proiettili è una nuova parabola. Egli ha con ciò presentito il concetto di curva inviluppo, sebbene egli non lo abbia mai direttamente conosciuto».

Ma quelle affermazioni *non rispondono ai fatti*: e valga il vero:

1°) TORRICELLI *non ha mai detto che il luogo dei vertici di quelle parabole sia una nuova parabola. Questo luogo infatti non è una parabola*. Invece è una ellisse, e questa verità, scoperta fin dal 1641 dal TORRICELLI, si trova esattamente enunciata e rigorosamente dimostrata alla Prop. XIX del libro II nell'opera: «*De motu gravium naturaliter descendentium*» da lui pubblicata l'anno 1644[100].

2°) L'*ellisse di* TORRICELLI, *luogo dei vertici delle para-*

---

98 Cfr. p. es. D. F. GREGORY, *Exemples of the progresses of the differential and integral calculus*. Cambridge, 1841, p. 223.

99 Cfr. *Vorlesungen uber Gesch. d. Math*. Leipzig, 1900, vol. II, p. 891.

100 Cfr. *Opere di Torricelli*, vol. II, p. 177.

bole considerate, non è affatto inviluppo per tale famiglia di curve. L'inviluppo richiesto è invece una parabola, *la quale fu appunto scoperta, insieme colla proprietà di essere tangente a tutte le parabole della famiglia, da* TORRICELLI, che fin dal 1641 comunicava la sua scoperta ai matematici italiani, e, nel 1643 anche a quelli di Francia.

3°) La proprietà caratteristica di quell'inviluppo si trova, non solo perfettamente enunciata, ma dimostrata con ogni desiderabile rigore al Libro II, prop. XXX dell'opera di TORRICELLI: «*De motu gravium*», superiormente ricordata.

4°) TORRICELLI, infine, non solo dà prova di avere chiara cognizione del concetto di inviluppo, ma espone con esattezza e perspicuità questo concetto, e dimostra con rigore geometrico ogni proposizione da lui enunciata.

4. *Gli indivisibili curvi di* TORRICELLI. – Invitato da CAVALIERI a sciogliere alcuni problemi, TORRICELLI si trovò obbligato a prendere cognizione del *metodo degli indivisibili*, che dapprima parve non voler accettare senza le più prudenti riserve; ma del quale poi, fatta esperienza della fecondità del metodo e della certezza dei risultati, si fece efficacissimo promotore.

Il *concetto di indivisibile* assume in TORRICELLI una più vasta estensione. Prescindendo dalla traslazione della retta (o del piano) che nella geometria cavalieriana determina le sezioni corrispondenti nelle figure da confrontare, TORRICELLI suppone già preesistente in tali figure la totalità degli elementi primitivi (di aree o di volumi) che intende di porre in confronto, senza alcuna limitazione nella forma di tali indivisibili, nè sul modo con cui si intendono generati.

Basterà un paio di esempi a chiarimento di tale principio e della sua pratica applicazione.

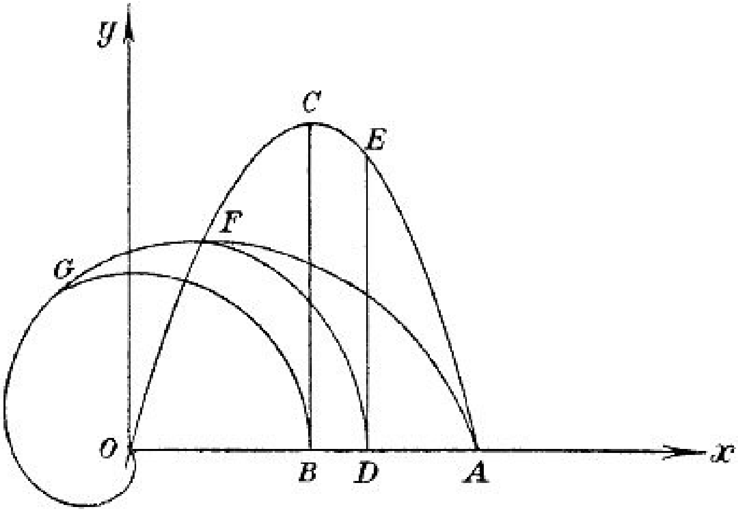
I. *La regola per l'area del cerchio dedotta da quella che serve per l'area del triangolo.*

Nel cerchio che ha per raggio *OB*, sia il segmento di retta *BC* tangente nel punto *B*, ed in lunghezza eguale alla circonferenza del cerchio dato. Si completi il triangolo *OBC*. Se una qualsiasi delle circonferenze concentriche contenute nel dato cerchio incontra il raggio *OB* nel punto *A*, ed è tangente alla retta *AD*, sarà anche il segmento *AD* eguale in lunghezza a tale circonferenza. Dunque *tutti i cerchi del circolo dato sono rispettivamente eguali a tutte le linee del triangolo, e sarà anche il cerchio eguale in area al triangolo.*

II. *L'area racchiusa fra la spirale archimedea AFGO e la corda AO, dedotta da quella del segmento parabolico OCA, avente per base il segmento OA ed asse BC* (normale ad OA).

Consideriamo la totalità degli archi di cerchio, come *DF*, col centro in *O*, contenuti nella spirale, e quella delle corde come *ED*, della parabola, parallele all'asse, ed indichiamo con *a* la lunghezza *OA*.

Sia equazione della spirale $\theta = k(a - \varrho)$ ed equazione della parabola $y = k \cdot x \cdot (a - x)$; sarà: arco $DF = OD \cdot \theta = k \cdot OD(a - OD)$; corda $DE = k(OD(a - OD))$.



Tutti gli archi di cerchio della spirale sono dunque eguali, ciascuno a ciascuno, a tutte le corde del segmento parabolico; sarà perciò l'area della spirale eguale a quella del segmento parabolico.

5. *Somma degli infiniti termini di una serie convergente.* – CAVALIERI aveva intuita ed affermata la generalità della formula $\int_0^x x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$; ma l'aveva dimostrata solo per alcuni valori interi dell'esponente n. P. FERMAT affermava di essere riescito a darne dimostrazione valevole per ogni valore positivo razionale dell'esponente, cioè per le curve $y = kx^{\frac{m}{n}}$ che allora si dicevano «*parabole generali*»; ma rimaneva da dimostrare il caso

delle *infinite iperbole*, rappresentate da equazioni della forma $x^m y^n = k$ essendo *m, n*, interi positivi.

Questo caso presentava particolari difficoltà, per il fatto che in tali curve l'origine è punto di infinito. TORRICELLI riescì a superare tali difficoltà coll'aderire alle vedute di GALILEO sui *concetti di infinito e di infinitesimo attuali*.

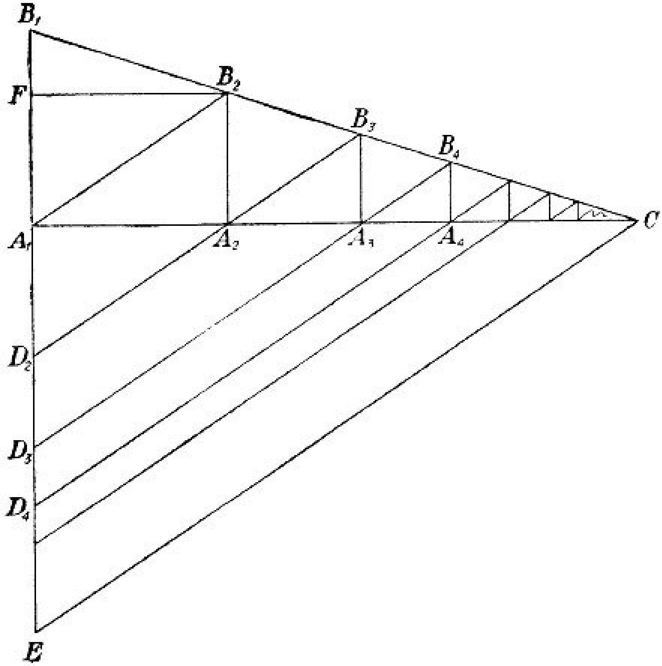
Nella lettera a MICHELANGELO RICCI del 17 marzo 1646 (Opere, Tomo III, p. 361) egli infatti scriveva: «*Prima io dimostrai che infinite quantità in progressione geometrica majoris inaequalitatis sono misurabili, poi, che un solido infinitamente lungo era misurabile, e sapevo che descrivendosi una figura piana, le cui linee andassero continuamente come i circoli del predetto solido, anco quella era misurabile*».

6. *Il Flessilineo*. – Cominciò dunque col *sommare la progressione geometrica infinita decrescente*, saltando il fosso che separa la somma dei primi *n* termini, già nota ad EUCLIDE, dalla somma di tutti gli infiniti della intera serie, che gli antichi non sapevano, o non osavano concepire come attualmente compiuta.

E ciò fece colla costruzione di un *flessilineo* che, operando sui due primi termini, dà l'esatta rappresentazione geometrica della somma di tutti[101].

101 Non sarà forse male il richiamare qui brevemente ciò che su questo argomento è stato detto al § I: *I primi algoritmi infiniti*, n. 7, «Somma di serie infinite».

A noi sembrerà ben picciol cosa l'aver calcolato, nel 1644, la somma degli infiniti termini di una progressione, mentre fin dal III secolo a. C. EUCLIDE aveva dato regola generale per calcolare la somma dei primi *n*, comunque grande quel numero *n* fosse pensato. Ma non furono troppi, venti secoli, a superare quel transito, se 12 anni dopo la scoperta di TORRICELLI, ANDREA TACQUET, nella sua «*Arithmeticae Theo-*



«Data la serie geometrica infinita $a_1 : a_2 : a_3 : a_4$,... TORRICELLI rappresenta i due primi termini con segmenti paralleli A_1B_1, A_2B_2,.... Per essere $A_1B_1 > A_2B_2$, le rette A_1A_2, B_1B_2, concorreranno in un punto a distanza finita C. Tirato il segmento A_1B_2, ed i segmenti alternativamente paralleli A_2B_3, B_3A_3, A_3B_4, B_4A_4,... facil-

ria, et Praxis» (1656), dopo aver riportata la proposizione torricelliana (suppressis autorum nominibus) non poteva trattenersi dall'esclamare: «Vides, opinor, qui haec legis, quam facilis sit, quod supra me ostensurum promiseram, a progressione finita ad infinitam transitus. Unde mirum est, priores Arithmeticos, qui progressiones finitas tenerent, infinitas ignorasse, cum hae ab illis immediate dependeant»[102].

---

mente si vedrà che il flessilineo così generato non avrà mai fine, e che i punti $B_1, B_2, B_3, \ldots A_1, A_2, A_3, \ldots$, si avvicinano indefinitamente al punto C senza mai poterlo raggiungere. TORRICELLI dimostra che gli infiniti segmenti paralleli A_1B_1, A_2B_2,... sono in proporzione continua e che in essi si trovano tutti i termini (omnes et singulos ad ungues terminos) della progressione infinita proposta.

Immagina poi prolungata B_1A_1 fino ad incontrare in E la parallela alla A_1B_2 condotta per il punto C, e, similmente prolungate le A_2B_3, A_3B_4,... fino ai loro incontri, nei punti $D_2, D_3, D_4, \ldots$ colla retta B_1E. *Il segmento B_1E rappresenta la somma richiesta* di tutti gli infiniti termini della progressione proposta.

Per calcolare tale somma, basterà condurre la parallela B_2F, perchè dalla proporzione

$$B_1F : B_1A_1 = B_1B_2 : B_1C = B_1A_1 : B_1E$$

cioè:

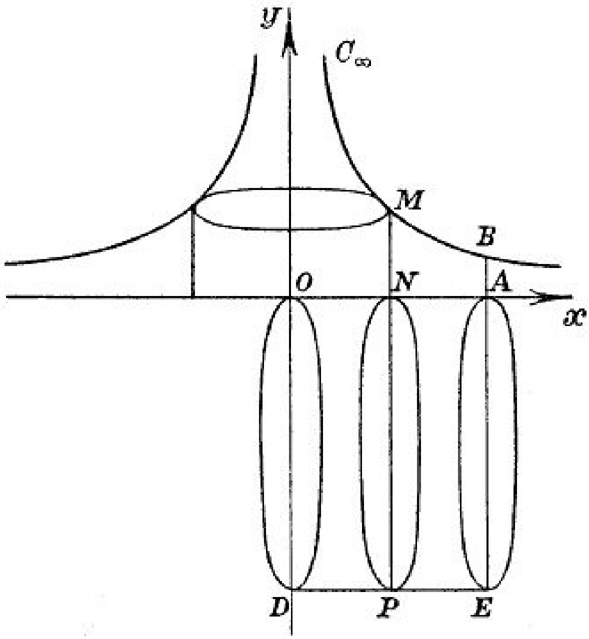
$$a_1 - a_2 : a_1 = a_1 : a_1 + a_2 + a_3 + \ldots.$$

Si ricava la nota formula:

$$a_1 + a_2 + \ldots = \frac{a_1^2}{a_1 - a_2} = \frac{a_1}{1 - \frac{a_2}{a_1}}.$$

102 Lib. V, cap. IV, Theorema XVIII. Cfr. anche E. BORTOLOTTI, *Lo sviluppo del concetto di limite...* «Memorie della R. Acc. Sc. di Bologna», serie IX, tomo VI, 1938-39, pp. 131-138.

7. *Il solido infinitamente lungo*. – La misura del solido infinitamente lungo generato dalla rotazione intorno all'assintoto (assunto come asse delle y) della iperbola BMC, rappresentata analiticamente dalla equazione $xy = 2k^2$, si ottiene immediatamente da TORRICELLI considerando la totalità degli involucri cilindrici generati dalla rotazione delle corde, come MN, parallele all'asse, in esso contenute; poichè uno qualunque di tali involucri ha area eguale al prodotto $2\pi\overline{ON}\cdot\overline{NM} = 2\pi xy = 4\pi k^2$, cioè eguale all'area del cerchio di diametro $4k=\overline{NP}=\overline{AE}$. Dunque *tutti gli involucri cilindrici del solido infinitamente lungo, sono eguali a tutti i cerchi del cilindro OAED, sarà dunque il volume del solido eguale a quello del cilindro*, cioè a $4\pi k^2\cdot\overline{OA}$.



Al limite, per $x \to 0$, l'*involucro degenera nell'asse del conoide*, la sua lunghezza è infinita ed il raggio è nullo; ma, per essere ultime vestigia di grandezze fra loro eguali, sarà anche *l'asse del conoide eguale – in quantità – al cerchio di raggio AE.*

Nel fatto poi, i cerchi del cilindro sono elementi di volume, cioè dischi di spessore non-quanto, e gli involucri cilindrici non sono superficie euclidee, ma elementi di volume, ed hanno spessore infinitesimo.

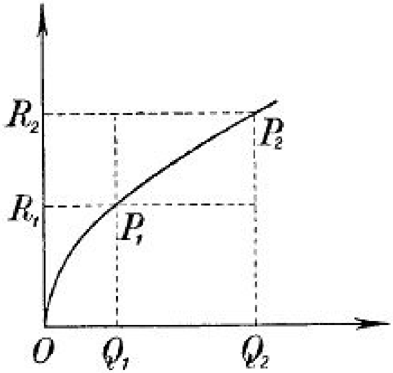
La scoperta di un solido infinitamente lungo, avente area infinita, ma volume finito e misurabile, parve cosa meravigliosa allo stesso CAVALIERI[103], e fu una di quelle

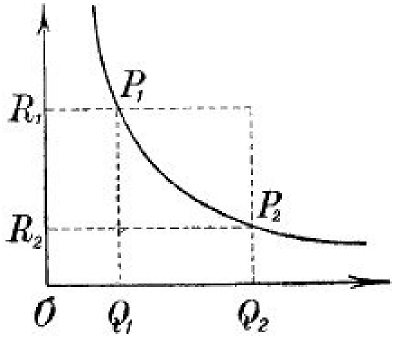
103 Cfr. *Lettere di Cavalieri a Torricelli* dei 17 Dec. 1641, 7

che maggiormente giovarono al progresso della scienza nuova. Fu pubblicata, insieme coi Lemmi sulla somma della progressione geometrica, nella Memoria: «*De dimensione parabolae*», a Firenze, nel 1644.

8. *Lemma fondamentale*. – L'introduzione nel campo matematico degli infiniti e degli infinitesimi galileiani, diede agio a TORRICELLI di trovare generale dimostrazione del teorema cavalieriano relativo all'integrale $\int_0^x x^a\,dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}$. A tal fine egli considera le curve rappresentate da equazioni della forma $y = kx^{\frac{m}{n}}$, *m, n,* interi positivi, *m/n* diverso da –1, e dimostra (*Lemma fondamentale*) che: *Presi i punti P_1, P_2 sulla curva, e di questi fatte le proiezioni Q_1, Q_2, R_1, R_2 sugli assi, si completino i rettangoli P_1Q_2, P_2Q_1, R_1P_2, R_2P_1; il rapporto dei rettangoli inscritti sarà maggiore di quello degli esponenti, e quello dei circoscritti, minore.*

Gennaio 1642. «Opere», III, pp. 65, 66.





E, precisamente: pel caso parabolico sarà: $\dfrac{P_1Q_2}{P_1R_2} > \dfrac{n}{m} > \dfrac{P_2Q_1}{P_2R_1}$ e, per l'iperbolico: $\dfrac{Q_1P_2}{R_2P_1} > \dfrac{n}{m} > \dfrac{Q_2P_1}{R_1P_2}$.

La dimostrazione è stata interpretata con simbolismo algebrico nella memoria: E. BORTOLOTTI, *La memoria «De infinitis hyperbolis» di Torricelli*. «Archivio di Storia della Scienza», vol. VI, 1925, p. 140; e, nella forma geometrica propria di TORRICELLI, nella memoria: E. BORTOLOTTI, *I progressi del metodo infinitesimale nell'Opera geometrica di Evangelista Torricelli*. «Periodico di Matematiche», serie IV, vol. VIII, pp. 57-59. V. anche: E. BORTOLOTTI, *L'Opera geometrica di Evangelista Torricelli.* «Monatsch. f. Mat. und Ph.», 48 Bd., p. 460-462.

9. *Teorema del gnomone mistilineo*. – Dal *Lemma fondamentale*, dianzi enunciato, TORRICELLI con elegante dimostrazione per esaustione, dimostra (*Opere*, vol. I,

parte II, p. 256-257) che: «*I quadrilinei che risultano dalle proiezioni dell'arco P_1P_2 (v. figure alla pag. 179) su gli assi, stanno fra loro nel rapporto medesimo degli esponenti*:

$$\frac{P_1Q_1Q_2P_2}{R_1P_1P_2R_2}=\frac{m}{n}$$ ».

10. *Quadrature*. – Dal *teorema del gnomone mistilineo*, pel caso parabolico, componendo, si ha:

$$P_1Q_1Q_2P_2=n/(n+m)[(x_2-x_1)y_2+(y_2-y_1)x_1],$$

ossia:

$$\int_{x_1}^{x_2} x^{\frac{m}{n}}dx=\frac{1}{\frac{m}{n}+1}\left(x_2^{\frac{m}{n}+1}-x_1^{\frac{m}{n}+1}\right)$$

e, nel caso iperbolico, dividendo:

$$P_1Q_1Q_2P_2=n/(n-m)[y_2(x_2-x_1)-x_1(y_1-y_2)],$$

ossia:

$$\int_{x_1}^{x_2} x^{-\frac{m}{n}}dx=\frac{1}{-\frac{m}{n}+1}\left(x_2^{-\frac{m}{n}+1}-x_1^{-\frac{m}{n}+1}\right).$$ [104]

Ecco dunque la più generale dimostrazione del teore-

104 Nel testo di riferimento: $\int_{x_1}^{x_2} x^{-\frac{m}{n}}dx=\frac{1}{-\frac{m}{n}+1}\left(x_2^{-\frac{m}{n}+1}-x_2^{-\frac{m}{n}+1}\right)$, ma è chiaramente un refuso, come si vede anche confrontando con la formula immediatamente seguente [nota per l’edizione elettronica Manuzio].

ma fondamentale di calcolo integrale:

$$\int_{x_1}^{x_2} x^{\frac{m}{n}}\,dx = \frac{1}{\frac{m}{n}+1}\left(x_2^{\frac{m}{n}+1} - x_1^{\frac{m}{n}+1}\right).$$ [105]

11. – *Condizioni di convergenza per integrali impropri* estesi ad intervalli infiniti, o comprendenti un punto di infinito nell'intervallo di integrazione. Il calcolo di tali integrali si presentava nel caso iperbolico, quando c'era da valutare la superficie infinitamente estesa compresa fra la curva ed un assintoto. Ed anzitutto occorreva dare un criterio atto a distinguere i casi in cui tale area è finita, da quelli in cui è infinita, perchè in questi ultimi casi, non è possibile applicare la regola data al n. 10 per la quadratura[106].

Il criterio trovato da TORRICELLI è quello stesso che noi ora, per solito, usiamo, fondato sulla considerazione dell'*ordine di infinitesimo per x tendente all'infinito*, della ordinata corrispondente.

Eccolo nella chiara esposizione di TORRICELLI: «*Oportet exponentem asymptotalium majorem esse exponente dignitatis ad ipsam applicatarum, alias figura plana, non solum longitudine, sed etiam magnitudine infinita esset, ut a nobis*

---

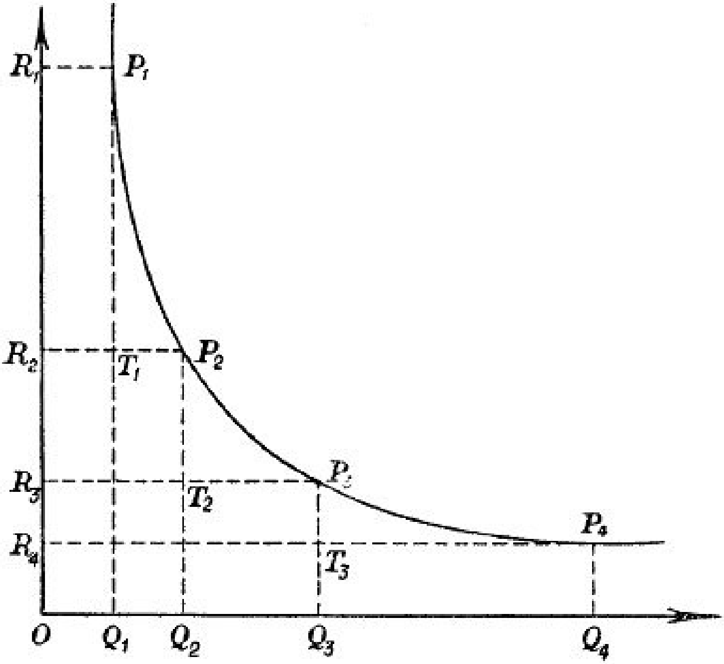
105 E. BORTOLOTTI, *La scoperta e le successive generalizzazioni di un teorema fondamentale di calcolo integrale.* «Archivio di Storia della Scienza», vol. V, 1924, pp. 205-207.

106 Cfr. p. es. *Lettera di Torricelli a B. Cavalieri*, 5 maggio 1646. «Opere di T.», vol. III, p. 450. *Si richiede che l'esponente m delle ascisse nella* $y^n x^m = k$, *sia maggiore di quello n delle ordinate*, ossia che si abbia $m/n > 1$.

demonstratur»[107].

La dimostrazione è semplicissima: Si prendano su l'asintoto a partire dal centro, punti Q_1, Q_2, Q_3,... tali che sia

$$OQ_1 = Q_1Q_2,\quad OQ_2 = Q_2Q_3,\quad OQ_3 = Q_3Q_4,\ldots$$



Pel *Lemma fondamentale si avrà:*

$$\frac{T_1Q_2}{R_1T_1} > \frac{n}{m},$$

e, componendo:

---

107 In un'edizione del "De infinitis hyperbolis" si dice: "*Necesse est exponentem asymptotalium majorem esse exponente applicatarum; alias figura, non solum longitudine, sed etiam magnitudine infinita esset.*" [nota per l'edizione elettronica Manuzio]

$$\frac{T_1 Q_2}{T_1 Q_2 + R_1 T_1} > \frac{n}{m+n}.$$

Per essere $OQ_1 = Q_1Q_2$, avremo anche:

$$\frac{T_1 Q_2}{R_1 T_1 + R_2 Q_1} = \frac{T_1 Q_2}{R_1 Q_1} > \frac{n}{m+n},$$

e similmente:

$$\frac{T_2 Q_3}{R_2 Q_2} > \frac{n}{m+n},$$

ma

$$R_2 Q_2 = 2 \mathrm{T}_1 Q_2,$$

dunque

$$\frac{T_2 Q_3}{T_1 Q_2} > \frac{2n}{m+n}, \quad \frac{T_3 Q_4}{T_2 Q_3} > \frac{2n}{m+n}, \ldots .$$

Da cui si vede che se $2n \geq n + m$, cioè se $n \geq m$, si ha: $T_1Q_2 < T_2Q_3 < T_3Q_4 <$.... Dunque *nell'area compresa fra l'assintoto, la curva e l'ordinata Q_1P_1, si possono inscrivere infiniti rettangoli tali che ciascuno di essi sia maggiore del precedente. L'area stessa è perciò infinita.*

Questa dimostrazione, per il caso di $n = m = 1$, cioè *per la iperbole apolloniana, coincide con quella* (*nota col nome di* BERNOULLI), *usata per provare la divergenza della serie armonica.*

Se invece si suppone $n < m$, considerando rettangoli circoscritti, si dimostrerà che l'area è finita. Ed in questo caso, si calcola immediatamente il suo valore usando il teorema del gnomone mistilineo, e dividendo, come già si è visto al n. 10.

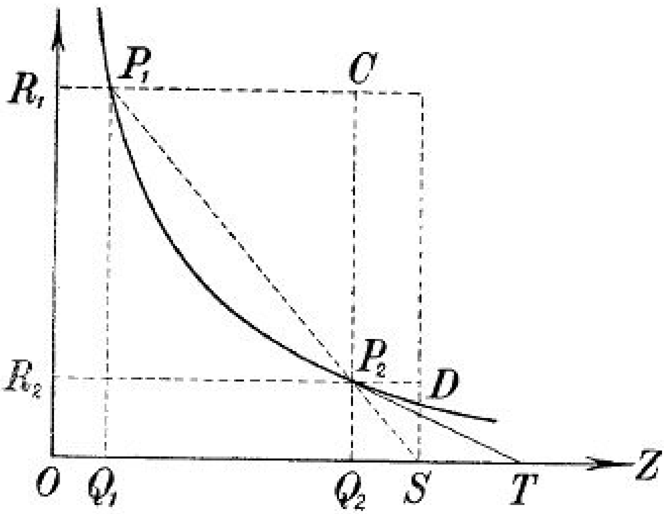
12. *Tangenti*. – Dal *lemma fondamentale* segue subito

la costruzione delle tangenti alle curve considerate. Si prolunghi la corda P_1P_2 fino ad incontrare l'asse delle x nel punto S; (fig. alla pag. 184), e si completi il rettangolo P_1Q_1S (nel caso iperbolico, oppure P_2Q_2S in quello parabolico); avremo:

$$\frac{P_2Q_1}{P_1R_2}=\frac{CD}{P_1R_2}>\frac{n}{m}>\frac{P_1D}{P_2R_1}=\frac{P_1Q_2}{P_2R_1}.$$

Osservando che i rettangoli CD, P_1R_2, P_1D, P_2R_1 sono posti fra le medesime parallele, avremo ancora:

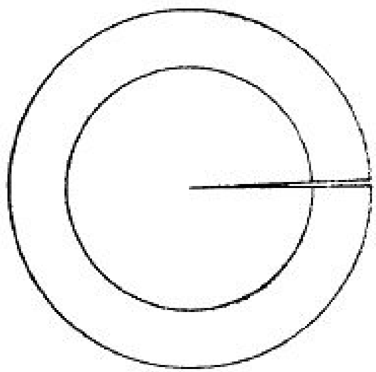
$$\frac{\overline{Q_2S}}{\overline{OQ_1}}>\frac{n}{m}>\frac{\overline{Q_1S}}{\overline{OQ_2}}.$$



Se ora si considera che, quando P_1 muovendosi sulla curva, viene a coincidere con P_2, anche i punti Q_1, Q_2 vengono a coincidere, indicando con T la intersezione della tangente coll'asse x, avremo: «*Se la retta P_2T è* *tangente alla curva, si ha*: $\dfrac{\overline{Q_2 T}}{\overline{O Q_2}} = \dfrac{n}{m}$, cioè: $\dfrac{S_t}{x} = \dfrac{n}{m}$; e potremo concludere che: *Il rapporto della sottotangente alla ascissa è eguale al rapporto n/m, degli esponenti.* Il problema della tangente è per tal modo risoluto.

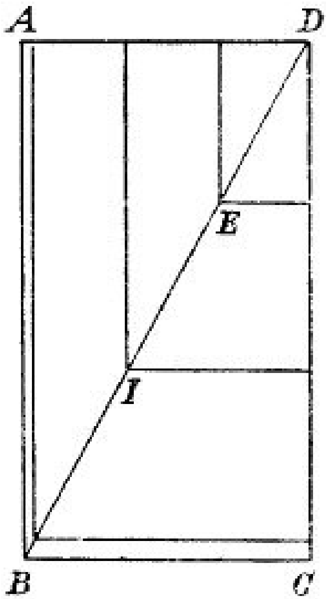
13. *Il rapporto di due indivisibili*. – La risoluzione del *problema della tangente, per curve non rappresentabili da equazioni della forma* $y = kx^{\frac{m}{n}}$, richiedeva un più intimo esame della natura degli indivisibili, ed a ciò TORRICELLI si accinse, seguendo le idee ed i precetti galileiani, che egli interpretava al modo indicato dai passi seguenti: (*Opere*, Tomo I, Parte II, p. 230).

«*Che gli indivisibili tutti siano eguali fra loro, cioè i punti alli punti, le linee in larghezza alle linee, e le superficie in profondità alle superficie, è opinione, a mio giudizio, non solo difficile a provarsi, ma anco falsa.*



Se siano due cerchi concentrici, e dal centro si intendano tirate tutte le linee a tutti i punti della periferia maggiore, non è dubbio che altrettanti punti faranno i transiti delle linee sulla periferia minore, e ciascuno di questi punti sarà tanto minore di ciascuno di quelli, quanto il diametro è minore del diametro....

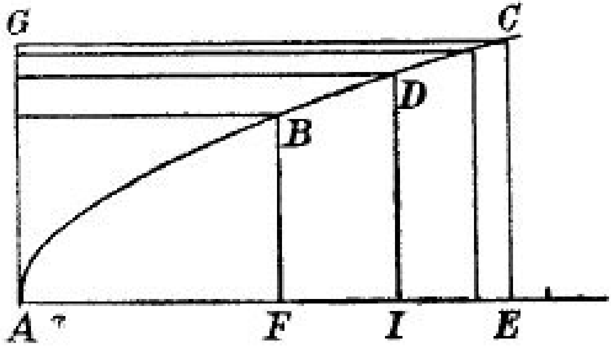
Nel parallelogrammo ABCD, se prenderemo nel diametro BD qualunque punto E, sarà il semignomone EBC eguale al semignomone EBA. Ma se divideremo per mezzo BE nel punto I, sarà il semignomone assotigliato IBC eguale al semignomone assotigliato IBA, e se questa divisione si farà, o se supporrà fatta infinite volte, ci ridurremo ad havere in cambio di semignomoni, una linea BC eguale alla BA. Dico eguale di quantità, non di lunghezza; poichè sebbene indivisibili ambedue, sarà la BC tanto più larga della BA, quanto questa è più lunga di quella,... e questo in proportione delle lunghezze».



Le linee *AB* e *BC*, considerate come *indivisibili del rettangolo ABCD*, sono da Torricelli dette «*Linee supplementari*» (del rettangolo). Le linee supplementari sono dunque elementi d'area, aventi lunghezza finita e spessore infinitesimo. *In ogni coppia di linee supple-*

mentari (del rettangolo) *gli spessori sono in ragione inversa delle lunghezze.* E questa proprietà, nella trattazione torricelliana, tien luogo di quelle che, molti anni dopo, si ricavarono dall'esame del cosidetto «*triangolo elementare*».

«*L'istesso si dice nelle parabole e nelle iperbole. – Sia la parabola ABC, e preso qualunque punto B in essa, per le cose dette altrove* (pel teorema del gnomone mistilineo), *sarà la figura BCE alla BCG come l'esponente delle applicate all'esponente delle diametrali; ma, se divisa per mezzo la FE in I, applicheremo la DI, sarà la figura DCE alla DCG nel medesimo modo, come l'esponente all'esponente; et se faremo o supporremo fatta, infinite volte questa divisione, resteranno in cambio di figure due linee, CE, CG, le quali, non secondo la longitudine, ma secondo la quantità, saranno nel medesimo modo, come l'esponente all'esponente*».



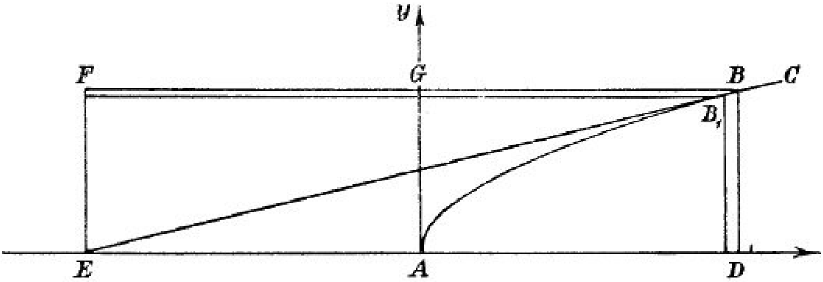
Le linee *EC, CG,* non sono supplementari al modo superiormente considerato, ma potrebbero dirsi *supplementari nella parabola*.

La linea *EC*, come *elemento d'area*, ha per lunghezza l'ordinata *y*, del punto *C*, e per spessore l'incremento *dx* della ascissa. La linea *CG* ha la lunghezza della ascissa *x*, e lo spessore *dy* dell'incremento della ordinata. TORRICELLI ha dunque dimostrato che, *per funzioni della forma* $y = kx^{\frac{m}{n}}$, *vale la relazione differenziale*: *ydx : xdy :: n : m*, che potremo anche scrivere: $dy / dx = m / n \cdot y / x = m / n \cdot kx^{\frac{m}{n} - 1}$.

14. *Il problema della tangente*. – Secondo le vedute di GALILEO gli indivisibili delle linee non sono punti euclidei, ma *elementi d'arco*, ed hanno lunghezze paragonabili fra loro, benchè infinitesime, ed anche direzione e verso. Di ciò GALILEO trova esempio nella teoria dei moti: *gli indivisibili degli spazi percorsi da un punto mobile, sono gli impeti, le velocità, ed hanno la direzione ed il verso della tangente nel punto considerato.*

Riferita la curva ad un sistema di assi ortogonali, la tangente *BE* nel punto *B* avrà dunque la direzione dell'elemento (indivisibile) di arco B_1B. Completato il rettangolo *EFBD*, avremo in esso le linee supplementari *FB*, *DB*, nelle quali gli spessori *dy, dx,* sono in ragione inversa delle lunghezze: $dy / dx = \overline{DB} / \overline{FB} = y / S_t = \overline{DB} / \overline{ED}$.

Conoscendo il rapporto dy/dx, sarà noto anche il rapporto $\overline{DB} / \overline{FB} = \overline{DB} / \overline{ED}$, *della ordinata alla sottotangente, ed il problema della tangente potrà dirsi risoluto.* E questo *vale per qualsiasi curva avente tangente*. Per quelle rappresentate da equazioni della forma $y = kx^{\frac{m}{n}}$, studiate da TORRICELLI, il valore del rapporto *dy/dx* si ricava dalla relazione differenziale già trovata: *dy/dx* = *m/n* · *y/x*. Si avrà dunque, sostituendo $m/n \cdot y/x = y/S_t$, ossia: $S_t/x = n/m$.



TORRICELLI, seguendo anche in ciò GALILEO, faceva consistere il *problema della tangente* appunto nella determinazione del *rapporto della sottotangente alla ascissa*: S_t/x; egli perciò stabiliva direttamente il valore di tale rapporto col ragionamento seguente:

«*Hora, stante queste cose, sia una delle infinite parabole ABC, e al punto B devasi tirare la tangente. Sia tangente BE, applicata BD, et finiscasi la figura DF, et intendasi che per il medesimo punto B, per il quale passa la tangente, passino adeguatamente la BD et la BF.*

Saranno dunque la BD et la BF linee supplementari. La lunghezza ED alla AD sarà come la lunghezza FB alla BG, e, per essere FB et BD supplementari, come la quantità BD alla BG, cioè come l'esponente all'esponente»[108].

108 Gli indivisibili *BD, BG* (supplementari nella parabola) stanno fra loro come gli esponenti e si ha *BD : BG :: n: m*. Ma *BD*, e *BF*, supplementari nel rettangolo, sono eguali in quantità, sarà dunque anche *BF : BG:: n : m*. Gli indivisibili *BF, BG*, han-

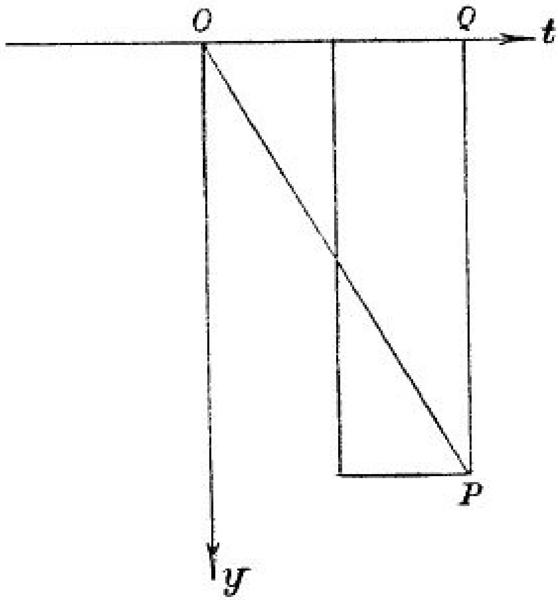
15. *L'integrale indefinito* (funzione del suo limite superiore). – Nella terza giornata del suo «*Dialogo sopra due nuove scienze*», GALILEO definisce il *moto rettilineo uniformemente vario*, come *quello in cui la velocità cresce proporzionalmente al tempo*, e rappresenta il moto mediante un diagramma, in cui il tempo $t = OQ$, è assunto come ascissa e la velocità $v = gt$, come ordinata.

Lo spazio è dato dall'area $OPQ = \frac{1}{2} \cdot \overline{OQ} \cdot \overline{QP} = \frac{1}{2} \cdot gt \cdot t = \frac{1}{2} gt^2$, ossia dall'integrale indefinito $_0\int^t v(t)\, dt = {}_0\int^t gt \cdot dt = \frac{1}{2} gt^2$.

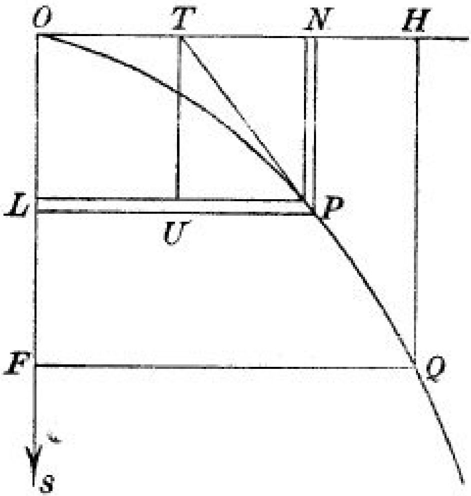
Ed è questo *il primo esempio di integrazione indefinita, nella storia della scienza.*

---

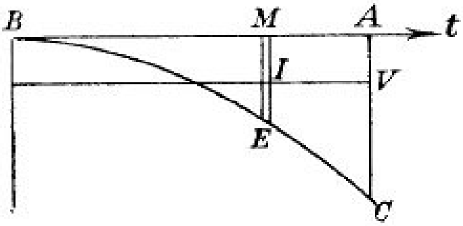
no egual spessore, dunque stanno fra loro come le lunghezze lineari *BF, BG*, ed, essendo *BF = DE, BG = AD*, sarà anche *ED : AD :: n : m* cioè *la sottotangente all'ascissa, come l'esponente all'esponente.*



Nelle «*Opere di Torricelli*» troviamo l'*integrale indefinito*, per casi più generali (vol. I, parte II, p. 259 e 312). Egli suppone che il punto *L* si muova su *OF* con velocità data dall'ordinata *ME* della curva *BEC*, e che nello stesso tempo, la retta *OF* si muova con moto equabile di traslazione, in modo che il punto *O* percorra la retta *OH* con velocità costante *AV* (che si può supporre eguale alla unità). Nel tempuscolo elementare *M* il punto mobile sulla retta *OF*, percorra lo spazietto elementare *L*, e su *OH*, il punto *O* percorra lo spazietto elementare *N*. *Questi spazietti* (indivisibili) *staranno fra loro come le velocità relative*, cioè si avrà: *L/N* = *ME/MI*. E questo sempre, qualunque sia il tempo *M*.



E, poichè sono fra loro eguali tutti gli elementi *N*, ed eguali fra loro anche tutti i segmenti *MI*, potremo, da quelle infinite relazioni, dedurre che *la somma di tutti gli spazietti L, cioè il segmento OF, sta alla somma di tutti gli elementi N, cioè al segmento OH, come la somma di tutte le ME, cioè l'area BAC, alla somma di tutte le MI, cioè all'area BAV.*



Si ha dunque:

$$OF : OH :: BAC : BAV.$$

Se indichiamo con t il tempo OH, con $v(t)$ la velocità AC al tempo t, con $s(t)$ lo spazio percorso sulle ordinate al tempo t, la somma di tutte le AC sarà rappresentata dall'integrale ${}_0\int^t v(t)\,dt$, la somma di tutte le MI, che supporremo eguali alla unità, sarà espressa da t, e si avrà:

$$s(t):t::{}_0\int^t v(t)\,dt:t \text{ , da cui: } s(t)={}_0\int^t v(t)\,dt \ .$$

Dunque, *data la velocità del moto, si ottiene lo spazio con una quadratura*, o, come scrive TORRICELLI, *gli spazi percorsi dal mobile lungo la ordinata, nei tempi BM, BA, stanno fra loro come gli integrali estesi a quei medesimi intervalli delle velocità da cui il mobile è animato* (ut sunt omnes simul gradus velocitatis).

In particolare, se la velocità è espressa da una funzione lineare $v = at$, si ha per lo spazio una funzione quadratica $s = at^2/2$, che risulta dalla integrazione indefinita della funzione lineare proposta. Se la velocità è funzione quadratica, $v = at^2$, lo spazio è funzione cubica $s = at^3/3$; se la velocità è funzione cubica, lo spazio è funzione quartica $s = at^4/4$,....

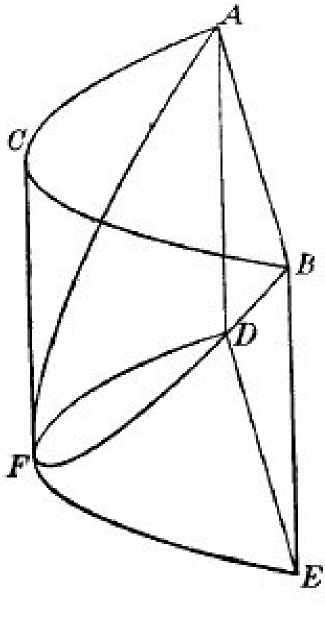
Ecco, come *il problema di trovare la espressione dello spazio in funzione del tempo abbia provocato la introduzione nella analisi matematica di una nuova operazione funzionale*: «*la integrazione indefinita*».

16. *Il teorema di inversione*. – Suppongasi ora data la espressione dello spazio in funzione del tempo $s = s(t)$, e si cerchi quella della velocità $v = v(t)$. Si osservi a tal fine che, nella rappresentazione geometrica della funzione $s = s(t)$, l'ordinata NP ha il valore numerico dell'area BEM, ed il suo incremento ds, è l'indivisibile $ds = ME = v(t)dt$, di quella

stessa area. La funzione *v*, incognita, è dunque data dal rapporto $v(t) = ds/dt = NP/TN$. Cioè è espressa dal *rapporto della ordinata alla sottotangente*, o, se si vuole, dalla derivata della funzione data $s(t)$.

Concludiamo dunque che *l'integrale indefinito, considerato come funzione dell'estremo superiore, ha per derivata la funzione sotto il segno di integrazione*. Ed ecco verificato il *carattere inverso delle due operazioni di integrazione e di derivazione*. O, per dirla al modo di TORRICELLI, *dei due problemi di quadratura e di tangente*.

17. *Centro di gravità di figure geometriche*. – Si deve a TORRICELLI la scoperta della *regola opportuna al calcolo delle coordinate del centro di gravità di figure geometriche mediante il rapporto di integrali definiti*. L'occasione gli fu presentata dalla soluzione di un quesito propostogli dal CAVALIERI con lettera 1° agosto 1645, nei termini seguenti:



«Sia, sopra la parabola *ACB* come base, il corpo colonnare, o cilindrico, come lo chiamo io in Geometria, *ADEBCF* sicchè *DEF* sia l'opposta base, anche essa parabola simile; eguale et similmente posta come *ACB;* stendasi poi un piano per la retta *AB* e per la cima *F* della parabola *DEF.* Ora, dissi, che *io cercavo la proportione delli due frusti di detto corpo fatti dal piano AFB*»[109].

Il Torricelli subito vide che il rapporto di detti frusti era appunto il medesimo che il rapporto dei segmenti in cui il centro di gravità sega l'asse della parabola; e questo, non solo pel caso della parabola, ma in generale, qualunque fosse la forma della figura su cui si ergeva il solido cavalieriano.

Di qui, con geniale intuizione, egli seppe assurgere ad una generalissima proposizione, che egli comunicava contemporaneamente al maestro suo Bonaventura Cavalieri, ed all'amico Michelangelo Ricci, il giorno 7 aprile 1646, nei termini seguenti[110]:

«*Il centro di gravità in tutte le figure piane o solide* (*purchè abbiano o l'asse o il diametro*) *sega sempre l'asse o il diametro che sia, con la medesima regola. La natura non è così ricca di inventioni come a noi sembra per la nostra propria debolezza. Ella non bada che la proportione delle parti del diametro in alcune figure sia dupla, in altre tripla, in altre sesquialtera, come 5 a 3, come 7 a 5, e tante altre sorti di proportioni, anche incommensurabili. Questi sono corollari, ma il teorema universale non so se sia sovvenuto ancora a nessuno, anzi credo che nessuno abbia mai pensato che vi possa essere, e pure c'è ed è tale:*

Centrum gravitatis ita secat axem sive diametrum

---

109 Cfr. *Opere di Torricelli*, vol. III, p. 331.

110 Ibid., pp. 366-369.

tam in planis quam in solidis figuris, ut pars versus verticem sit ad reliquam ut sunt omnes ductus applicatarum in omnes diametri portiones versus verticem abscissas, ad omnes ductus earumdem applicatarum in reliquas diametri portiones.

...Supplico Vostra P–à a non conferire la dimostrazione con alcuno, perchè proposi il teorema agli amici di Roma e forse lo proporrò in Francia»[111].

Volendo tradurre questa proposizione in linguaggio e simbolismo moderno, suppongasi, per maggior chiarezza, la figura riferita ad un sistema di coordinate, nel quale l'asse x coincida col diametro e la origine sia nel vertice O. Indicando con a l'ascissa dell'altro vertice A avremo:

«*Se una figura piana o solida ha un diametro OA* (*se per ogni punto x di questo immaginiamo condotto un piano normale ad esso, ed indichiamo con* $\varphi(x)$ *la misura della corrispondente sezione nella figura data*), *il centro di gravità sarà sul diametro e segherà questo in due parti che stanno fra di loro come gli integrali estesi al diametro medesimo dei prodotti* $x\varphi(x)$, $(a-x)\varphi(x)$».

In altre parole: Se X è l'ascissa del centro di gravità, si ha: $X : a - X = {}_0\int^a x\varphi(x)\,dx : {}_0\int^a (a-x)\varphi(x)\,dx.$ Ossia, componendo:

$$X = \frac{{}_0\int^a x\varphi(x)\,dx}{{}_0\int^a \varphi(x)\,dx}.$$

TORRICELLI *ha dunque trovato, ed espresso in termini*

111 Cfr. *Lettera a Carcavy* dell'8 luglio 1646 (loc. cit., p. 406).

precisi, la regola che tuttora adoperiamo per trovare le coordinate del centro di gravità delle figure geometriche[112].

18. *La rettificazione di curve piane. – Il problema della rettificazione di curve piane*, differenti dal cerchio, era ai tempi di Torricelli assolutamente nuovo. Torricelli ne ha dato il primo esempio col *rettificare la spirale da lui introdotta nel calcolo, ed ora detta spirale logaritmica*, della quale trova la lunghezza dell'arco, ed anche la lunghezza totale, nonostante che essa faccia infinite rivoluzioni intorno al polo[113].

Quella scoperta fu da lui comunicata al Carcavy (1645), al Mersenne (febbraio 1645) ed al Roberval (16 luglio 1646)[114], ed è annunciata anche in quel «*Racconto di alcuni problemi*», che fin dai tempi di Torricelli *fu largamente diffuso*, e che il Fabbroni dava alla luce nel 1778.

---

112 Cfr. E. Bortolotti, *Applicazione del calcolo integrale alla determinazione del centro di gravità di figure geometriche*. «Rendiconti Istituto di Bologna», vol. XXVI, 1921-22, pp. 207-220. V. anche: *L'opera geometrica di E. Torricelli*. «Monatsheften f. Mat. u. Ph.», Vienna 1939, p. 482.

113 Cfr. E. Bortolotti, *La prima rettificazione di un arco di curva nella memoria*: «*De infinitis spiralibus*» *di Torricelli*. Rendiconti Istituto di Bologna, 1927-28, pp. 127-139.

114 Vedi: *Opere di Torricelli*, vol III, p. 280, 275, 392.

A buon diritto dunque la «*Prima rettificazione di un arco di curva*» fu dal prof. Loria rivendicata al Torricelli, contro la comune opinione che attribuiva tale scoperta al Neil, al von Heuraët, al Fermat[115], che intorno al 1656 avevano rettificato l'arco di parabola semicubica.

Nel 1919 a cura dello stesso prof. Loria, sono state pubblicate le «*Opere geometriche di Torricelli*», e quindi anche la «*De infinitis spiralibus*», ma di quel *trattato delle spirali* non si fa cenno alcuno. Gli è che anche questo trattato fu fatto a pezzi, ed i pezzi trasposti, qualche pagina tralasciata arbitrariamente.

I pezzi sono poi stati individuati sul manoscritto originale, ed il Trattato, ricomposto, contiene una trattazione perfetta e compiuta preparata per la stampa; espone le proprietà caratteristiche di quelle linee, ne determina la tangente, la lunghezza d'arco e la quadratura. Dal contesto si può congetturare il contenuto delle pagine mancanti, che poi furono rinvenute fra i manoscritti torricelliani, e pubblicate dal prof. Agostini nel «*Bollettino di Matematiche*» del 1930, sotto il titolo «*Un brano inedito di Torricelli sulla rettificazione della spirale logaritmica*».

I tre pezzi sono stati raccolti, riordinati, e con essi ricostruita la memoria, che insieme colla traduzione in lingua italiana, verrà pubblicata dal prof. Ettore

115 Cfr. S. A. Christensen, *The first determination of the length of a curve*. «Bibl. Math. di Eneström», Serie I, 1887, vol. I, p. 76-80.

CARRUCCIO.

19. – Nella edizione faentina delle «*Opere geometriche di Torricelli*», alla memoria «*De infinitis spiralibus*» di cui abbiamo parlato, fa seguito, senza interruzione, quasi si trattasse dello stesso argomento, un'altra memoria, che tratta delle *spirali archimedee generalizzate*, annunziata essa pure nel «*Racconto di alcuni problemi*». Lo ristabilimento, in ordinata esposizione, di questa nuova memoria (a cui si accinge lo stesso prof. CARRUCCIO), presenta notevoli difficoltà, perchè il manoscritto torricelliano è, non solo disordinato, ma frammentario.

20. – *Riepiloghiamo*: Nei sei anni dal 1641 al 1647, TORRICELLI ha dato alla Scienza matematica:

1°) Il primo esempio di inviluppo di una famiglia di curve piane.

2°) L'estensione ad indivisibili curvi, del metodo di CAVALIERI.

3°) La prima attuale determinazione della somma degli infiniti termini di una serie infinita.

4°) La scoperta di solidi infinitamente estesi, aventi volume finito; il calcolo effettivo di tali volumi.

5°) Il teorema dello gnomone mistilineo, e la sua applicazione alla risoluzione di problemi di quadratura e di tangente.

6°) La quadratura delle infinite iperbole, mediante il calcolo di integrali estesi ad intervalli infiniti, e l'assegnazione di condizioni di convergenza per tali integrali.

7°) La introduzione nella analisi matematica degli infinitesimi attuali e la determinazione della tangente mediante il rapporto di due tali infinitesimi.

8°) Il concetto di integrale indefinito.

9°) La regola tuttora seguita pel calcolo delle coordinate del centro di gravità di figure geometriche mediante il quoziente di integrali definiti.

10°) La prima rettificazione di un arco di curva.

Ecco una successione di scoperte che segnano il distacco dall'antico al moderno nel campo matematico, delle quali ciascuna da sola basterebbe alla celebrità di uno scienziato, e che, tutte insieme, diedero a TORRICELLI la fama di *geometra sommo* nel secolo in cui vivevano CAVALIERI, CARTESIO, HUYGENS, ecc.

21. *I manoscritti torricelliani*. – TORRICELLI contava di comporre un'opera matematica col titolo: «*De novis lineis*», od almeno di pubblicare «un poco di catalogo, di esse, insieme con qualche saggio, a fine di non essere prevenuto, se non in tutto almeno in parte». Ma, tutto occupato nel lavorare occhiali, non trovava tempo per dar forma definitiva alle cose geometriche le quali erano affidate a «certe cartucce e fogliucci, con sì poca cura, da stimar più difficile il capire una scrittura così sporca, che l'inventare di nuovo».

Pur, infine, egli pensò di dar ordine alle cose geometriche, raccogliendo in distinti volumi le carte riguardanti uno stesso argomento, od i diversi problemi riferibili ad uno stesso metodo di risoluzione.

Per la parte che riguarda materia trattata in periodo anteriore al 1642, tali volumi presentano già un aspetto ordinato; ma per la parte che si riferisce alle nuovissime sue produzioni, quell'opera di coordinamento non va oltre la raccolta in uno stesso gruppo di tutti gli studi, abbozzi, tentativi, pensieri, sviluppi,... che si riferiscono ad uno stesso argomento.

È peraltro da notare che le cose di assoluta novità, o tali da promuovere effettivi avanzamenti, erano state comunicate agli amici con lettere che ci sono rimaste, e che gli enunciati delle proposizioni fondamentali sono ordinatamente raccolti nell'elenco già ricordato, col titolo: «*Racconto di alcuni problemi proposti e passati scambievolmente nei quattro anni passati*», del quale si sono conservati quattro esemplari manoscritti ed una pubblicazione per le stampe, del 1778. Questo *Racconto* è di fondamentale importanza per chi voglia aver notizia dell'*Opera geometrica di Torricelli*; esso non si trova nei Volumi geometrici della edizione faentina ma, come introduzione, nel volume III, dedicato al *Carteggio,* edito dal VASSURA.

TORRICELLI aveva appena compilato il suo «*Racconto*», quando fu improvvisamente colpito dalla malattia, che in pochi giorni lo doveva portare al sepolcro. La mattina del 14 ottobre 1647, la sua malattia si aggravò in guisa da far temere prossimo il suo fine. Chiamò allora presso di sè l'amico suo LODOVICO SERENAI, e gli dettò alcuni ricordi, nei quali *raccomandava caldamente la stampa* *delle sue opere geometriche, in cui sentiva che vivrebbe «oltre il sepolcro».*

«Le cose (egli disse) dei miei studi e mie scritture di studi di geometria, che sono in ordine, cioè scritte le dimostrazioni e ogni cosa che ho promesso agli amici di dimostrazioni, e sebbene in cartucce e fogliucci, come vedrà V. S. e particolarmente in certe borse e quadernucci.

Stanno, come dico, alla spezzata in queste borse e cartucce, che li mostrerò il monte, se bene dico confuse, non sono confuse affatto, perchè ogni borsa suole aver la sua materia; e li parerà qualche volta certe cartucce barone, abbia cura che non si perda nulla, e assicuri il Gran Duca che non si troverà chi le trovi più, faccino pure quanto vogliono; però non scappi qualche parte, perchè ci farebbe de' fastidi a trovarla.

Ora la mia intenzione è questa: che V. S. le mandi a fr. Bonaventura Cavalieri. La causa è perchè stampi quello che vuole; e le mandi a lui, perchè è in prossima disposizione, che sta per mandar fuori un libretto adesso. Che lui poi mandi il restante, o tutto, al Sign. Michelangelo Ricci, in Roma; questo è il maggior amico che io abbia in Roma, et è il maggior ingegno che ci sia in queste materie, e sarà il più il caso a rivederle, ripulirle, e mandarle fuora. Questo giovine è ricchissimo, splendidissimo, prossimo alla prelatura, e notissimo, e ha fatto con principii che gli ho dato io.

Che, sebbene il nostro signor Maggiotti è mio maggior amico, e più antico, non ha poi modo per arrivare tant'oltre».

Ma, un mese appena dopo la morte di TORRICELLI, BONAVENTURA CAVALIERI lo seguiva nella tomba, e MICHELANGELO RICCI non si sentì in grado di assumere il difficile compito.

Le carte di TORRICELLI furono pietosamente raccolte dal SERENAI, che diligentemente le trascrisse, perchè nulla di esse andasse perduto. Ma, digiuno affatto di cose matematiche, egli non seppe ordinare gli sparsi foglietti secondo la successione delle idee, e la dispose così, come gli vennero alle mani, o come furono – alla spezzata – vergati dal TORRICELLI.

Da ciò è risultato, non solo una illogica disposizione degli argomenti, ma, specialmente nella parte che si riferisce alle ultime scoperte, *una incredibile confusione*.

Dopo moltissime insistenze, SERENAI riesce a convincere il VIVIANI ad assumere sopra di sé il grave peso della pubblicazione delle *Opere geometriche di Torricelli*, ed il VIVIANI attese per molti anni allo studio preliminare dei manoscritti. Ma, nelle cose trattate col metodo degli indivisibili, *neppur lui «aveva modo di arrivare tant'oltre*», ed onestamente lasciò tali opere in disparte. Fece invece attento esame di quelle composte secondo il modo degli antichi, e di esse fece nuova, diligente compilazione. Ma anche in questa parte il suo lavoro trovò acerbe, non sempre giustificate critiche.

Sta il fatto che egli non osò mandare alla stampa nemmeno il materiale da lui appositamente apprestato.

22. *L'edizione faentina*. – I manoscritti torricelliani, dopo esser rimasti per circa due secoli nelle biblioteche di Firenze a disposizione degli studiosi, videro la luce

nella edizione faentina del 1919.

Il primo volume, in due parti, che contiene le opere geometriche, è stato edito dal prof. LORIA; gli altri due, che contengono le lezioni accademiche, le opere meccaniche, il Carteggio, sono state edite dal prof. VASSURA.

Per quel che riguarda le *opere inedite*, il caratteristico disordine di cui abbiamo parlato, fu di molto aggravato dall'opera dell'editore, che non seppe penetrare nel pensiero dell'autore, e pur volle metterci mano, mentre sarebbe stata opera meritoria, anche la semplice genuina riproduzione del manoscritto.

Le opere geometriche pubblicate nella edizione faentina, possono dividersi in quattro gruppi:

GRUPPO I. – *Opere edite durante la vita di* TORRICELLI.

1. De sphaera et solidis sphaeralis.
2. De dimensione parabolae.
3. De solido acuto hyperbolico.
4. De motu gravium naturaliter descendentium et proiectorum.
5. De motu ac momentis varia.

Queste opere non hanno bisogno di ristampa, ma di qualche avvertenza circa la loro importanza storica.

GRUPPO II. – *Opere rimaste inedite, ma già composte, se non al tutto rifinite.*

1. De tactionibus.
2. De proportionibus liber.
3. De maximis et minimis.

4. De hyperbola logarithmica.
5. De centro gravitatis sectoris circuli.
6. De centro gravitatis planorum et solidorum.

Queste opere sono state tutte, qual più, qual meno, manipolate sia dal VIVIANI, che, poi, dall'editore, e non sempre a ragion veduta.

A p. 87 della Mem. «De maximis et minimis» l'editore annota che il passo segnato col n. 13 è di lettura difficilissima e mal sicura. Per avere il testo esatto gli sarebbe bastato il ricorrere alla lettera di TORRICELLI a MERSENNE del gennaio 1645 (vol. III, *Op. Torricelli*, p. 264), dove quel passo è letteralmente ripetuto.

Dell'ultima memoria: «*De centro gravitatis planorum et solidorum*» esiste il manoscritto originale, sul quale furono riscontrate imperfezioni cui avrebbe dovuto por rimedio una compilazione apprestata dal VIVIANI per la stampa; ma già il CAVERNI, nel vol. 5 della sua «*Storia del metodo sperimentale*» osservava (p. 375) che tale compilazione è così negligentemente condotta da non sembrare credibile che il VIVIANI avesse permesso di stamparla a quel modo. Fa meraviglia, ad ogni modo, che nè il VIVIANI, nè il CAVERNI, nè l'editore, prof. LORIA, abbiano visto le mutue relazioni fra le proposizioni stampate alle pp. 215-218, nè si siano accorti che lo Scholium p. 218 è diretta conseguenza di esse, ed è precisamente quel *teorema universalissimo* comunicato da TORRICELLI a CAVALIERI, con lettera 7 aprile 1646, nel quale si compendiano tutte le proposizioni precedentemente usate per i centri di particolari figure geometriche.

Par necessario che, almeno le memorie sui centri di gravità, che hanno particolare interesse storico, siano ristampate.

GRUPPO III. – *Collezioni compilate dal* VIVIANI *di proposizioni e problemi tratti dai manoscritti torricelliani.*

1. De planis varia.
2. De solidis varia.
3. De circulo et adscriptis.
4. De comparat. perimetrorum cylindri, coni ac sphaerae.
5. De aequalit. perimetrorum cylindri, coni ac sphaerae.
6. Nova per armillas stereometria.
7. Sezioni coniche.
8. De indivisibilium doctrina perperam usurpata.
9. Miscellanea.

Le memorie contenute in questo gruppo costituiscono nel loro insieme un'imponente raccolta di problemi e di proposizioni geometriche, che andrebbero ordinate da persona che ne sapesse interpretare il valore intrinseco ed il significato storico, e che avesse la abnegazione di leggerle e studiarle, e, quando occorresse, di interpretarle e tradurle con linguaggio e simbolismo moderni.

Ma l'editore delle opere geometriche non si è dato quella premura ed ha semplicemente riportato le compilazioni del VIVIANI, aggiungendo poche, ma non sempre opportune annotazioni[116].

GRUPPO IV. – *Studi e ricerche sui fondamenti della*

116 Cfr. E. BORTOLOTTI, Recensione dell'art. di G. LORIA: *L'opera geometrica di E. Torricelli*. «Periodico di Matematiche», serie IV, vol. II, 1922.

analisi infinitesimale: quadrature, tangenti, centri delle nuove linee.

1. De infinitis hyperbolis.
2. De infinitis parabolis.
3. De infinitis spiralibus.

Queste, fra le opere torricelliane, sono quelle che contengono la più alta espressione di scienza, nel campo della matematica infinitesimale di quei tempi. A buon diritto TORRICELLI se ne gloriava, come delle più notevoli fra le sue scoperte[117]. Ma chi posi lo sguardo su quell'informe guazzabuglio, che, specialmente per le prime due, viene esibito come sistematica esposizione di una teoria matematica, ordinata secondo una numerazione progressiva posta dall'editore, dovrà farsi una ben trista idea dell'*Opera geometrica di E. Torricelli.*

Lo stesso editore, del resto, riconosce che: «*tutte le critiche che mi furono fatte sul modo in cui i testi furono*

117 «Queste quadrature le stimo per baie, rispetto alla soddisfazione che ho di quelle maniere mie, che sono comuni anco all'hyperbole e ad altri problemi massimi, e danno nel medesimo tempo le tangenti ed i centri» (Lettera a MICHELANGELO RICCI del 28 maggio 1646. «Opere», t. III, p. 378). «...Ora l'ho trovata universalissima, e tutte le suddette cose, siccome anco la dottrina delle infinite parabole, sono una cosa sola, ma difficilissima a darvi dentro» (Lettera a CAVALIERI del 5 maggio 1646, p. 374). – Lettera a CAVALIERI del 5 ottobre 1647: «Questo capitolo contiene un sommario delle materie che saranno nel mio libro – *de novis lineis* –, cioè tutte le invenzioni principali, e tutte si dimostrano per via di indivisibili,...». (p. 486). (TORRICELLI moriva 20 giorni dopo!).

pubblicati, sono tanto meritate, che io le avevo rivolte a me stesso, senza riescire ad escogitare i mezzi per evitarle» (cfr. *Bollettino di Matematica*, 1906, p. LXXVII).

Ma alcuni volonterosi[118] hanno fatto, in parte almeno, ciò che sarebbe toccato a chi volle assumersi la responsabilità della pubblicazione dell'opera. Così si è visto

---

118 Cfr. E. Bortolotti, *Gli inviluppi di linee curve ed i primordi del metodo inverso delle tangenti*. «Periodico di Mat.», luglio 1921. – *Le prime applicazioni del calcolo integrale alla determinazione del centro di gravità di figure geometriche*. «Rendiconto Acc. di Bologna», 1922. – *La scoperta e le successive generalizzazioni di un teorema fondamentale di calcolo integrale*. «Archivio di Storia della Scienza», 1924. – *La memoria «De infinitis hyperbolis» di Torricelli*. «Archivio di Storia della Scienza», 1924. – *I progressi del metodo infinitesimale nell'Opera di E. Torricelli*. «Periodico di Mat.», 1928. – *Il «De infinitis spiralibus» di Torricelli*. Ibid., pp. 205-206. – *Le prime rettificazioni di un arco di curva nella memoria «De infinitis spiralibus» di Torricelli*. «Rend. Acc. di Bologna», 1928. – *Il metodo infinitesimale nell'opera geometrica di E. Torricelli*. «Atti Congresso di Firenze», 1939. – *L'Opera geometrica di E. Torricelli*. «Monatsh. f. Math. und Physik», 48 Bd., 1939, pp. 457-486. – Friedr. Weis, *Evangelista Torricelli in seiner gesamten Wissenschaft. Bedeutung*,... «Arch. f. Gesch. d. Matem.», Bd. 10, 3 Heft, 1927. – *Oratio de Historia Cycloidis*. Ibidem. – L. A. Surico, *Definitivo riconoscimento della priorità torricelliana*,... «Arch. di St. della Sc.», 1929. – A. Agostini, *Il problema inverso delle tangenti nelle opere di Torricelli*. «Arch. di St. delle Sc.», 1930. – *Dimostrazione di una proposizione di Torricelli sulla spirale logaritmica*. «Period. di Mat.», 1930. – *Un brano inedito di Torricelli sulla rettificazione della spirale logaritmica*. «Bollettino di Matematica», 1930.

che, con un paziente lavoro di riordinamento e di ricostruzione, era possibile, a chi si fosse reso famigliare il linguaggio ed i metodi in uso ai tempi di TORRICELLI, e fosse dotato di buona volontà e di molta pazienza, il ricomporre, nella sua interezza, il pensiero, ed anche l'ordinato sviluppo delle memorie.

E la *Sezione di Storia della Matematica*, nel *Congresso di Firenze* del 1939, *ha fatto voti*, «*perchè siano completati gli studi preliminari volti alla comprensione degli scritti inediti di Torricelli, in preparazione di una stampa definitiva*».

§ IV.
La Geometria speciosa e le integrazioni definite di P. Mengoli. Astronomi, idraulici, ecclettici del secolo XVII.

1. PIETRO MENGOLI (Bologna 1625-1686). Laureato in filosofia nel 1650, in leggi nel 1653. Dal 1660 parroco di S. Maria Maddalena in Bologna; poco dobbiamo aggiungere a ciò che di lui fu detto nel § I.

Per l'anno 1648-49 fu chiamato ad occupare la cattedra rimasta vacante per la morte del suo grande maestro BONAVENTURA CAVALIERI, colla lettura di *Aritmetica,* che nell'anno successivo fu mutata in quella di *Meccanica,* e, dal 1668-69, in quella di primaria di *Matematica.*

Fu scienziato di forte ingegno, di vasta cultura, e di grande penetrazione. Rigorosamente attaccato ai dettami del più puro classicismo, si astenne dal seguitare le idee novatrici di TORRICELLI, e fu sua cura costante il rivestire di classico paludamento le notevoli scoperte da lui fatte. Le sue opere matematiche sono perciò, al tempo nostro, anche più faticose da interpretare di quelle del suo maestro; ma a quei tempi ebbero notevole diffusione; furono conosciute, fra gli altri, dal COLLINS, dal WALLIS, dal LEIBNIZ ecc.[119]; ma poi dimenticate.

Abbiamo già fatto cenno delle sue scoperte, notevolissime, sulla teoria delle *serie infinite*, e sulla teoria *dei limiti*, da lui sviluppata con perfetto rigore logico, quasi trent'anni prima che il NEWTON pubblicasse i suoi «*Principi*». Nella stessa opera in cui tale teoria fu da lui esposta (*Geometria speciosa*, Bologna 1659), insegna anche a calcolare, con perfetto rigore logico, gli integrali binomi della forma: $\int x^r (a-x)^s \, dx$ [120]; ed è stato osservato che il metodo da lui insegnato per questo caso particolare, è quello stesso, generalissimo, ora seguito, attribuito a CAUCHY.

Nell'*Elemento Sesto*, di quello stesso libro, ha esposto una *teoria originale*, rigorosa e puramente aritmetica, *dei logaritmi*, ed i *primi sviluppi in serie infinita dei logaritmi dei numeri razionali*, tredici anni prima che MERCATOR pubblicasse la sua «*Logarithmotechnia*».

119 G. VACCA, *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*. «Rend. Acc. Lincei», 1915.

120 G. VACCA, loc. cit. ed A. AGOSTINI, *Il concetto di integrale definito in Pietro Mengoli*,... Periodico di Matem., s. 4ª, V. (1925) pp. 137-146.

Fra le *Opere di Pietro Mengoli* è interessante quella pubblicata nel 1672 col titolo: «*Circolo*», dove è esposta una quadratura del circolo per mezzo di prodotto infinito; non diversa sostanzialmente da quella pubblicata dal WALLIS nel 1655, ma forse ignorata, o non bene intesa dal MENGOLI. Il libro del WALLIS era infatti, anche per quei tempi, di lettura faticosissima, tanto che esso non fu inteso nemmeno dal FERMAT.

2. – STEFANO DEGLI ANGELI (Venezia 1623-Padova 1697). - Scolaro, seguace, confratello nell'ordine dei Gesuiti[121], di CAVALIERI. Dal 1662 professore nella Università di Padova. Si attenne strettamente alle idee, al metodo ed alla forma espositiva del suo maestro, nelle molte, interessanti opere da lui composte, nelle quali riprende le ricerche di CAVALIERI e di TORRICELLI sulle *Linee* non più nuove ai tempi di lui.

La *Biblioteca matematica del* RICCARDI registra 15 opere matematiche di STEFANO DEGLI ANGELI, quasi tutte sulle infinite iperbole, parabole, spirali,.... ma non pare che esse abbiano avuto notevole influenza sull'ulteriore sviluppo della scienza, che già aveva preso nuovi indirizzi.

3. GLI ASTRONOMI.

I lettori «*ad Mathematicam*» erano anche astronomi.

---

121 Così nel testo di riferimento, ma a pag. 156 si dice «Gesuati» [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

La riforma del Calendario, resa necessaria dal ritardo della data fissata dal Calendario giuliano per l'equinozio di primavera, richiamò gli studi degli astronomi ad una più esatta determinazione della durata dell'anno tropico, o della obliquità della eclittica.

A sussidio di questi studi fu tracciato in San Petronio il celebre Gnomone (meridiana) da EGNAZIO DANTI (Perugia 1537-Roma 1586), lettore ad Mathematicam nel nostro Studio, che continuò qui a professare fino al 1583, nel quale anno fu nominato vescovo ad Alatri. Ha pubblicato parecchie opere, fra le quali ricorderemo un libro su la *Prospettiva di Euclide*, e la *Prospettiva di Eliodoro* (Firenze 1573), ed un *Trattato su l'Astrolabio*, nel quale si trova una interessante osservazione (di solito attribuita a TYCHO-BRAHE) sulla variazione della eclittica, dedotta dal confronto delle antiche osservazioni astronomiche colle moderne.

Alla cattedra lasciata libera dal DANTI, aspirava nel 1587 il GALILEO, giovine allora di appena 23 anni; il Senato bolognese elesse, in vece sua, nel 1588, GIOVANNI ANTONIO MAGINI; perchè lo Studio aveva già un eccellente lettore per la matematica nella persona di P. A. CATALDI, e mancava di un astronomo; tale appunto era reputato il MAGINI.

Nella sua lunga condotta il MAGINI acquistò fama grandissima. Ebbe corrispondenza con TYCHO-BRAHE, con KEPLERO, e con altri celebri astronomi, ed il suo *Carteggio* (pubblicato a cura di ANTONIO FAVARO) è di notevole interesse per la storia della astronomia.

Il MAGINI è l'ultimo dei veri scienziati, che si siano dedicati, con intima convinzione, alla *Astrologia*. Egli aveva piena fiducia nelle dottrine professate, e metteva a carico degli insuccessi delle previsioni astrologiche, la incertezza dei moti celesti; si affaticava perciò nel perfezionare le tavole planetarie e nell'idearne di nuove.

Maggior traccia nella storia della scienza ha lasciato la sua *Opera geografica*, e segnatamente il «*Commento, e le Aggiunte alla Geografia di Tolomeo*», e la «*Descrizione della Italia*».

MALVASIA CORNELIO (Bologna 1603-1664). – Marchese, senatore, generale nelle milizie papali, poi in quelle del Duca di Modena, fu anche astronomo di valore; è uno degli inventori del reticolo dei cannocchiali, da lui costruito con fili di argento. Ha pubblicato nel 1662 un volume di effemeridi, usando le *nuove tavole di* CASSINI, corrette con riferimento al *Gnomone di San Petronio*.

GIAN DOMENICO CASSINI (Perinaldo, presso Nizza 1625-Parigi 1712). – Venne a Bologna nel 1644 invitato dal Marchese MALVASIA, che in quel tempo stava preparando un privato osservatorio astronomico. Fu lettore ad Mathematicam nel nostro Studio dal 1650 al 1669. Rifece la meridiana di San Petronio, pubblicò una teoria della grande cometa apparsa nel 1664; scoprì e misurò la durata delle rotazioni di Giove e di Marte, e calcolò una tavola dei moti dei satelliti di Giove.

Chiamato a Parigi nel 1669, quale astronomo reale e direttore di quell'osservatorio, rimase colà, anche dopo che fu spirato il termine convenuto col senato di Bologna per la sua dimora in Francia; ma gli fu conservato «cum reservatione lecturae» il posto nei rotuli del nostro Studio.

Le scoperte astronomiche da lui fatte, le dotte pubblicazioni, le effemeridi diligentemente calcolate, lo *fecero riconoscere per l'astronomo più dotto dell'età sua*. Il merito del CASSINI, nel suo periodo bolognese, fu principalmente quello di aver reintegrato fra noi il culto delle osservazioni astronomiche, e di aver così preparato l'età successiva, che per l'Astronomia di Bologna, fu veramente gloriosa.

La serie degli astronomi bolognesi comprende anche i nomi di GIOVAN BATTISTA RICCIOLI (Ferrara 1598-Bologna 1671), FRANCESCO MARIA GRIMALDI (Bologna 1618-Roma 1696), GEMINIANO MONTANARI (Modena 1633-Padova 1687).

GIOVAN BATTISTA RICCIOLI, gesuita, lesse astronomia nelle *Scuole dell'ordine*, in Bologna. Fu uomo di portentosa erudizione, specialmente noto per il suo *Almagestum novum* (Bologna 1651): raccolta di tutto ciò che gli astronomi di ogni tempo avevano pensato e scritto fino ai suoi giorni; e per i suoi trattati sulla *Astronomia,* la *Geografia* e la *Cronologia riformata*, nei quali volle proporre nuove ipotesi, che egli si lusingava potessero spiegare tutti i fenomeni celesti.

FRANCESCO MARIA GRIMALDI fu compagno al RICCIOLI nelle osservazioni astronomiche e nelle esperienze fisiche; a lui si deve *la scoperta della diffrazione della luce*.

GEMINIANO MONTANARI, dopo avere fatto i primi studi in Modena, passò a Firenze, poi a Salisburgo, e quivi si addottorò *in giurisprudenza*. Trasferitosi a Vienna, fece colà la conoscenza di PAOLO DEL BUONO, discepolo di GALILEO, uno degli accademici del Cimento, allora matematico dell'imperatore, e dal conversare con lui fu invogliato agli studi scientifici. Nel 1661 fu dal duca ALFONSO IV richiamato a Modena, come filosofo e matematico ducale; e l'anno appresso si recò a Bologna, dove per due anni frequentò l'Osservatorio privato del marchese MALVASIA. Nel 1664 ebbe, nel nostro Studio, la lettura di Matematica, che sostenne fino al 1678, per passare di poi a quella di Astronomia e Meteorologia nella Università di Padova. È celebre soprattutto per la scoperta delle notevoli variazioni di splendore della stella *Algol.*

Fu scienziato di molto valore, coraggiosamente e decisamente avverso alla Astrologia giudiziaria, che combattè, anche colle sue opere a stampa.

4. GLI IDRAULICI.

DOMENICO GUGLIELMINI. – La lettura «*ad Mathematicam*», che in origine era riservata alla scienza pura ed alla astronomia, si andò man mano differenziando fra i vari lettori ad essa assegnati. Essi furono, di regola, incaricati anche della «*Sopraintendenza al magistero delle acque*», chiamati a dirimere le questioni inerenti alla sistemazione idraulica del nostro territorio, ed incaricati dei lavori a ciò necessari. Si formò così a Bologna una eletta schiera di idraulici, che, anche in questa materia illustrarono il nostro Studio.

Nel periodo che noi trattiamo ebbero maggior grido, come idraulici, il CASSINI, e DOMENICO GUGLIELMINI.

Di quest'ultimo, specialmente, dura tuttora la fama per il Trattato, ormai classico, *Sulla natura dei fiumi*, che egli pubblicò nel 1697.

Fu scolaro di GEMINIANO MONTANARI per la matematica e di MARCELLO MALPIGHI per la medicina, ed acquistò meritata fama in entrambe quelle scienze.

Tenne con molto grido la cattedra di matematica e la sovraintendenza del magistrato delle acque nella nostra città, per gli anni 1686-1698, e la lettura «*ad Mathematicam*», fu, a favor suo, intitolata: «*ad Mathematicam hydrometricam*», a partire dal 1695.

Chiamato nel 1698 alla lettura di matematica ed astronomia nella Università di Padova, fu, colà, a partire dal 1702, trasferito alla cattedra di *medicina teorica*. Ma non trascurò mai la sua opera idraulica, nella quale aveva acquistato sì gran nome, che a lui si ricorreva d'ogni parte d'Italia, quando si doveva intraprendere qualche importante lavoro di acque. La sua opera fu singolarmente efficace, nella grande controversia delle acque, che a quei tempi intravenne fra le tre legazioni.

Ricorderemo anche le: «*Riflessioni filosofiche dedotte dalla figura dei sali*» (Bologna 1688) ed il *Trattato* «*De salibus dissertatio physico-medico-mechanica*» (Venezia 1705), opere nelle quali i principi che reggono la *Geometria degli indivisibili* vengono da lui applicati allo studio della generazione delle figure geometriche che si presentano nella cristallizzazione dei sali[122].

L'«*Opera omnia mathematica, hydraulica, medica et physica*» di GUGLIELMINI, è stata pubblicata da G. B. MORGAGNI, insieme colla vita dell'autore e la versione in latino delle «*Riflessioni filosofiche*», e del «*Trattato sulla natura dei fiumi*» (Ginevra 1719). Una nuova edizione del «*Trattato sulla natura dei fiumi*» colle annotazioni di EUSTACHIO MANFREDI fu pubblicata da GABRIELE ed

122 È stato osservato che nelle Opere di GUGLIELMINI si trovano già i principi fondamentali della *cristallografa*, che solo un secolo dopo furono ulteriormente sviluppati. Alle pp. 17, 18 della *Memoria* del 1688 egli, in particolare scriveva: «Stabile nondimeno, purchè vi sia principio di cristallizzazione, è sempre la inclinazione dei piani e degli angoli, dalla quale nei cristalli non assai perfetti, ben si conosce dove avrebbero a terminarsi, dipendendo da essa necessariamente la determinazione della figura... ...i cristalli sensibili di un medesimo sale grandi o piccoli che siano, hanno tutti la medesima figura, non dipendendo dalla maggiore o minore quantità della materia la coordinazione delle parti.... Avranno dunque l'istessa figura anche quelli che non possono cadere sotto i sensi, e così tutte le minime particelle del sale che notavano nell'acqua prima della cristallizzazione, avranno la figura poscia introdotta nei cristalli maggiori, e militando la stessa ragione anco nelle parti più piccole, arriveremo a conoscere che le ultime parti della materia, quelle che per niuna forza di agente naturale ponno essere divise in particelle minori, hanno una figura determinata, che non ponno mai perdere, impressale dalla loro creazione». – Cfr. p. es. I. GUARESCHI, *La storia della scienza e Domenico Guglielmini*. «Atti della S. I. P. S.», Sesta riunione, Genova 1912.

Eraclito Manfredi, a Bologna, coi tipi di Lelio della Volpe, nel 1739, e più volte ristampata (Milano, tipi dei Classici italiani, 1821, 1852-53). Fu il primo, fra gli otto soci stranieri chiamati a far parte della Accademia Reale delle Scienze di Parigi, e fu anche socio delle Accademie di Londra e di Berlino e dei «Curiosi della natura».

5. – GLI ECLETTICI.

Il Guglielmini ci dà esempio di quell'*eclettismo scientifico*, che divenne, può dirsi, cosa normale, nel secolo XVIII, ma che già si era manifestato nel secolo XVII.

Abbiamo visto infatti che il maestro di Guglielmini, Geminiano Montanari, matematico, astronomo e meteorologo di molto valore, era laureato in leggi.

Domenico Cassini, celebre come matematico e come astronomo, ebbe anche la sovraintendenza delle fortificazioni della fortezza Urbana, e fu incaricato della ispezione alla fortezza di Perugia, ed al Ponte Felice, che il Tevere minacciava di abbandonare. Chiamato, insieme con Viviani, a dar giudizio sulle opere idrauliche opportune alla regolarizzazione delle acque della Chiana, fece in quella circostanza gran numero di osservazioni fisiche su gli insetti che si trovano sulle galle e nei nodi delle quercie, su le conchiglie fossili, sulle iscrizioni etrusche,... e comunicò quelle osservazioni al Montalbani, che le fece pubblicare nell'*Opera dell'Aldrovandi*.

Ovidio Montalbani (Bologna 1601-1671), fu censore arcivescovile dei libri matematici (era sostenitore degli aristotelici ed acerrimo nemico dei novatori), dopo aver conseguito la laurea in leggi fu incaricato anche del *taccuino astrologico*, e, nel nostro Studio, lesse prima Medicina, poi, per un ventennio, matematica ed astronomia, ed infine, per altri vent'anni, filosofia morale, che comprendeva, per ogni quinquennio, le letture: «*de justitia et jure*», «*de virtutibus contemplativis*», «*de amicitia*», «*de felicitate in universali*», «*de virtutibus moralis*».

Nel secolo XVIII, poi, quell'eclettismo fu il sistema filosofico dominante nel nostro Studio, dove in quel tempo fiorivano elette schiere di scienziati di grandissimo talento, *abili*, come allora si disse, *a tutte le scienze ed a tutte le lettere*. Dalla loro opera venne la grande fama dell'Istituto marsiliano; ma bisogna pur dire, che, disperse per troppi rami, quelle valide energie allentarono la loro facoltà creatrice, e giovarono piuttosto alle applicazioni, che ai progressi delle scienze astratte.

CAPITOLO QUARTO

L'ECLETTISMO SCIENTIFICO E L'ISTITUTO DI BOLOGNA

PREMESSA

Nel IV Periodo che comprende (grosso modo) tutto il secolo XVIII, lo sviluppo delle discipline matematiche, nell'ambiente bolognese, prende nuovi indirizzi. Non più la ricerca individuale, di pensatori profondi, sulla costituzione del campo di validità della scienza astratta, nè le discussioni sulle origini, sui fondamenti, sui principii, sui metodi validi alla creazione di scienza nuova, o di nuovi orizzonti per la scienza antica; ma piuttosto la comprensione sotto un solo punto di vista (quello delle applicazioni pratiche), di tutto ciò che poteva praticamente esser sfruttato, nel materiale scientifico accumulato nei secoli passati, sparsamente distribuito fra le varie scienze.

Emergono in questi indirizzi uomini dotati di specialissima versatilità, abili a tutte le scienze, e si formano società di studiosi, che di buon accordo mettono in comune ciò che di meglio ciascuno di essi possiede in fatto di idee, di scienza spicciola, di materiale scientifico.

Troveremo perciò, in questo periodo, particolarmente sviluppato l'*eclettismo scientifico*, ed avremo il più preclaro esempio di *accademia scientifica*.

Le cause di quell'orientamento della scienza furono molteplici, ma principale fra esse, l'opposizione ad ogni tendenza innovatrice, in fatto di scienza, che *dopo la condanna di* GALILEO imperversava negli Stati pontifici, ed era fortissima a Bologna, dove i gesuiti avevano scuole fiorenti di istruzione media e superiore (cui accedevano anche lettori dello Studio) ed imperavano negli uffici di sorveglianza politica e di censura.

Di questa invadenza troveremo esempi notevoli. Ricorderemo ora soltanto che il canonico SALADINI, il solo che allora si occupasse della geometria degli infinitesimi e degli infiniti, era tenuto in disparte, e, finchè Bologna fu soggetta al Pontefice, egli non potè mai avere cattedra salariata nello Studio, compariva soltanto nei rotuli, come *lettore onorario*. Talchè di esso poteva scrivere il BONCOMPAGNI: «*Il canonico Saladini, è da molto tempo che cerca, dirò così, un pane*!»[123].

---

123 Cfr. *Lettere di Boncompagni – Manoscritti Canterzani* (n. 4182), Cap. 61. Lettera del 29 ottobre 1788.

§ I.
L'Istituto marsigliano e l'Accademia.

1. – La storia dell'*Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*[124] è notevole per l'influenza che ha avuto sulle vicende dello Studio, sullo sviluppo della cultura, e sul rifiorire della vita nazionale.

Sorta ad iniziativa di un manipolo audace di scolari, quasi per reazione contro l'abbandono in cui giaceva il pubblico Studio, sullo scorcio del secolo XVIII, seppe promuovere ed iniziare quel movimento di riforma, che, colla fondazione dell'*Istituto* (1714) integrava l'insegnamento dogmatico, tradizionale della nostra Università, con una istituzione di scienza sperimentale, dotata del più copioso materiale scientifico che a quei tempi fosse dato di raccogliere, governata da saggi ordinamenti, il-

---

124 Per tutto ciò che riguarda la storia dell'Istituto e dell'Accademia di Bologna nelle loro varie fasi si può consultare: E. Bortolotti, *Materiali per la Storia dell'Istituto Nazionale*. «Mem. della R. Acc. di Sc., lettere ed arti di Modena», Serie III, vol. XII (sezione Lettere), Modena 1915, pp. 1-69. – *Origine e progressi della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*. Suppl. delle «Mem. della R. Acc. delle Sc. dell'Ist. di Bologna», Serie VIII, t. I, 1923-24, pp. 1-20. – *La fondazione dell'Istituto e la Riforma dello Studio di Bologna*. Dal volume: *Memorie intorno a Ferdinando Marsili.* Bologna 1939, pp. 383-471. – *L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna durante l'epoca napoleonica e la restaurazione pontificia*. «Atti e Memorie della R. Deputazione di Storia Patria per le provincie di Romagna», Serie IV, vol. XXV, pp. 1-81 (dell'estratto). (Bologna 1935).

lustrata da scienziati insigni, le cui opere la resero famosa in tutto il mondo civile.

Questa istituzione fu opera di un uomo veramente grande: Luigi Ferdinando Marsigli, che ad essa dedicò gli anni migliori della sua vita, sacrificò opere d'ingegno, fortuna, averi e perfino la pace domestica, e, con instancabile tenacia, con inesauribile genialità di risorse seppe superare le difficoltà che ad ogni passo gli si opponevano, pur fra la diffidenza, la prevenzione, l'inerzia, la ostilità subdola e palese delle autorità accademiche e cittadine.

Quando poi, con la invasione napoleonica, cadeva ogni vieto ordinamento scolastico, e tutto era novellamente ricostruito su novissime basi, l'*Istituto di Bologna* divenne *Istituto Nazionale* (1797), ebbe funzioni consultive e deliberative, e le esercitò per più anni, quale organo di governo, in quell'amplissimo movimento, onde sortì il moderno assetto scolastico della Nazione.

2. – SINTOMI DI DECADENZA.

Nel secolo XVII le condizioni generali del nostro Studio accennavano a grave, progressiva decadenza. Le antiche costituzioni mal rispondevano ai tempi nuovi ed ai nuovi costumi; l'autonomia amministrativa e didattica dei Collegi, generava insofferente indisciplina e poneva gli interessi personali al disopra di quelli della Scuola e della Scienza; le savie riforme propugnate da ben ispirati pontefici, non avevano durevole efficacia, perchè ad ogni mutar di Papa, mutavano idee ed indirizzi, cadevano in prescrizione leggi e decreti, e gli abusi si rinnovavano. Nè miglior sorte ebbe l'aggiunta di una Assunteria di senatori, perchè, fatte le debite eccezioni, questi non pensarono ad altro che a procacciare canonicati ai loro protetti, od ai protetti delle loro donne.

Le più dannose manchevolezze si manifestarono nella nomina dei lettori e nel governo del patrimonio e delle rendite universitarie. I Collegi dei Dottori dello Studio pretendevano che le letture ordinarie e straordinarie, fossero riservate ai dottori cittadini, laureati a Bologna; senza considerazione ai meriti scientifici o didattici, ma solo per anzianità di laurea. Ai lettori forestieri furono, di regola, riservate solo quattro cattedre di *dottori eminenti*, ed anche queste, da ultimo, si lasciarono vacanti.

L'Arcidiacono ANTONIO FELICE MARSILI, Cancelliere maggiore dello Studio, in una sua *Memoria* stampata senza nome di autore in Bologna l'anno 1689, deplora «la sconcezza di dover porre sullo Studio persone inabili e senza speranza di riuscita», e dimostra che: «l'opinione corsa finora, che l'esser cittadino porti un jus acquisito alla lettura, e l'anzianità del dottorato, la prelazione per essa, è tanto insussistente, quanto perniziosa»[125].

125 Cfr. «*Memorie per riparare i pregiudizi dell'Università dello Studio di Bologna, e ridurlo ad una facile e perfetta riforma*», Stampata senza nome dell'autore in Bologna nel 1689, ripubblicata da E. BORTOLOTTI nel vol. delle «*Memorie per la commemorazione del Marsili*», in occasione del suo II centenario, Bologna 1930, p. 386–405. – V. anche: E. COSTA, *Contributi alla*

Ma questa, ed altre simili proteste, a nulla valsero, chè, anzi i Collegi pretesero che tanto le prime letture, quanto gli aumenti di salario, fossero inamovibili di lor natura.

3. – LE ACCADEMIE SCIENTIFICHE.

Nonostante la decadenza degli ordinamenti scolastici, Bologna aveva conservato buona fama nelle discipline scientifiche, sia perchè dalla moltitudine degli inetti sempre si levò qualche maestro di gran grido, che tenne alto l'onore dello Studio, sia perchè alle deficienze del pubblico insegnamento poneva riparo la iniziativa dei privati cittadini, che si raccoglievano in Accademie, rivolte, non solo a divagazioni letterarie o filosofiche, ma a speculazioni scientifiche ed al libero esperimento.

Quelle Accademie erano ad un tempo una palestra ed una scuola, dove si praticava lo studio dei fenomeni naturali. I soci mettevano in comune il materiale scientifico, ed installavano gli strumenti astronomici nella casa di uno di essi, dove tenevano le loro riunioni.

Tale fu, fin dal principio del secolo XVII, la Accademia che fu detta «*dei Vespertini*», perchè teneva serali adunanze nella casa dei MONTALBANI; quella più famosa «*della Traccia*», fondata dal MALPIGHI, dal MONTANARI, dal FRACASSATI, ecc., quella «*del Davia*», cui parteciparo-

storia dello Studio bolognese durante il secolo XVII. «Studi e Memorie per la storia della Università di Bologna», vol. III, pp. 1-88.

no, insieme col Malpighi ed il Montanari, il Guglielmini, ed il Marsili; infine quella detta «*dell'Arcidiacono*», fondata dall'Arcidiacono Antonio Felice Marsili, nel tempo in cui egli era Cancelliere maggiore dello Studio.

Ma nel 1690 tutte quelle Accademie erano cessate, perchè partiti da Bologna gran parte dei promotori, e lo stesso Arcidiacono privato della carica e mandato vescovo a Perugia, in pena dell'essersi mostrato troppo zelante nel voler reprimere gli abusi che si erano introdotti nella proclamazione delle lauree, e *troppo ardito* (troppo pericoloso) *nel progetto di riforma* da lui divulgato per le stampe. In quello stesso anno, appunto fu fondata una nuova Accademia, che prese nome «*degli Inquieti*», quasi ad indicare «la tendenza di uno spirito nato per non fermarsi mai laddove altri l'avesse condotto, nè a quei termini cui altri si era fermato».

Pare che a quei tempi, i bolognesi avessero una viva passione per le osservazioni astronomiche. Non solo nel pubblico Studio, ma anche nelle case di privati cittadini, si eressero specole e si passarono le notti nella osservazione degli astri. Il gusto delle osservazioni astronomiche, cui sempre traeva gran concorso di curiosi (fino a recar incomodo agli osservatori), fu forse la principale delle cagioni onde ebbe principio quell'accademia.

Ne fu promotore Eustachio Manfredi, giovine allora appena sedicenne, ma già nutrito di buoni studi, fornito di rari talenti, di forte ingegno, e, ad un tempo di naturale inclinazione alle lettere, di alto sentimento poetico, di bontà intima e profonda.

Intorno a lui si raccolse una eletta schiera di giovani, nelle famigliari riunioni che si tenevano nella casa del MANFREDI, ove si facevano osservazioni astronomiche con strumenti fabbricati con sottile industria dallo STANCARI e dal MANFREDI, o da loro acquistati ed installati nel luogo più eminente della casa (nella *altana*!).

L'Accademia durò quattro anni in quella sede, poi, cresciuta per numero di soci e per notorietà ed importanza, si trasportò nella più comoda casa di JACOPO SANDRI.

GIANBATTISTA MORGAGNI, fatto principe nell'anno 1704, fu incaricato, insieme con EUSTACHIO MANFREDI e con VITTORIO STANCARI, di dar nuova costituzione all'Accademia. Le nuove costituzioni esplicitamente statuivano «*che si imputasse a colpa il voler sostenere quelle cose che non si possono ricavare dalla diretta osservazione o verificare coll'esperimento o dimostrare con sicuro raziocinio*».

4. – L. F. MARSIGLI.

La fama della nostra Accademia presto varcò i confini, non pure della città, ma della nazione, e giunse al MARSIGLI, mentre egli era fuori della patria, a cagione delle guerre coi turchi, cui egli partecipava, sotto i vessilli dell'impero.

LUIGI FERDINANDO MARSIGLI, ebbe a maestri nelle scienze naturali e nelle matematiche LELIO TRIONFETTI, MARCELLO MALPIGHI, GEMINIANO MONTANARI, e fu compagno di studi con Domenico Guglielmini.

Partì da Bologna ancor giovinetto, fu prima a Costantinopoli ai servizii della repubblica veneta, si recò poi a Vienna, prese parte alle guerre dell'Imperatore Leopoldo contro i turchi ed a quella per la successione di Spagna. Percorse così i paesi orientali dell'Europa, ove a lungo si intrattenne, osservando ogni cosa con occhio di scienziato e di erudito. Si recò poi in Francia, in Olanda, in Inghilterra, ed in questi suoi viaggi raccolse gran copia di materiale storico, archeologico, scientifico: macchine fisiche, strumenti astronomici, fossili, minerali, prodotti chimici, armi, modelli di fortificazioni e gran copia di libri stampati e manoscritti, rari e preziosi.

Dall'esempio della nostra Accademia egli trasse l'idea di una riforma dello Studio, per la quale si introducesse nel pubblico insegnamento il metodo sperimentale, e fosse fatto il debito posto alle nuove discipline matematiche e naturali. Fece perciò trasportare a Bologna e collocare nel suo palazzo tutto il materiale storico, archeologico, scientifico, che nelle sue peregrinazioni aveva raccolto.

Nell'autunno del 1704, dopo i mesi trascorsi inutilmente a Vienna per aver giustizia dall'imperatore, nell'atto di tralasciare la carriera militare per darsi interamente alle Scienze, volle ospitata nella sua casa paterna, anche l'*Accademia degli Inquieti*.

«Le case del Marsigli (leggiamo nel Tomo I dei Commentari della nostra Accademia) nobilitate dagli studii di quegli uomini egregi, erano ogni giorno affollate da grande affluenza di studiosi, i quali, ora leggendo libri, ora sperimentando per investigare le parti più recondite della Storia naturale, consumavano l'intera giornata. Sul far della sera cominciavano le osservazioni astronomiche, cui più di ogni altro si dedicavano lo Stancari, il Manfredi, il Leprotti, che in tali occupazioni spendevano gran parte della notte.

In nessun'altra casa privata si era, prima d'allora, visto così fiorente consesso di dotti, nè così limpida schiettezza di vita, nè così candida semplicità di costumi».

Il Marsigli avrebbe voluto che una tale istituzione fosse introdotta nel pubblico Studio; fece perciò al Senato graziosa offerta di tutto il materiale scientifico da lui raccolto e della biblioteca, come necessario sussidio alla estrinsecazione di una completa *Riforma degli ordinamenti scolastici*, da lui esposta con una lettera diretta alla Assunteria degli studi il 6 novembre 1709[126].

Dopo aver svolto alcune considerazioni generali sul metodo e su gli indirizzi degli studi, il Marsigli esamina partitamente i vari insegnamenti, ne svela le deficienze, e ne suggerisce i rimedii.

In particolare, domanda che per i medici si imparti-

---

126 Il progetto di riforma contenuto in questa lettera, che ha per titolo: «*Parallelo dello stato moderno della Università di Bologna, con l'altre di là de' monti*», è stato pubblicato da E. Bortolotti, nel volume già citato delle «*Memorie*» stampate in occasione del II centenario della morte di Marsigli; secondo il testo che si trova manoscritto nel Codice 630 della Biblioteca universitaria di Bologna.

scano, con metodo moderno, insegnamenti di Storia naturale, di fisica sperimentale, di chimica.

Per quel che riguarda la matematica, ritiene superfluo il ricordare «l'importanza, l'utile ed il decoro di quella scienza per una Università», solo domanda: «che oltre alla cattedra di Analisi finita ed infinitesimale, istituita in quello stesso anno nel nostro Studio, si istituiscano altre quattro letture, che riguardino sia la matematica pura, sia le applicazioni di essa».

Consiglia poi di «distinguere largamente con stipendi particolari i professori delle matematiche, degli studi naturali, delle lingue,... giacchè tutte queste sono scienze che non portano il quotidiano utile che hanno i legali ed i medici».

Infine esorta gli assunti a «punire i lettori negligenti perchè i disordini da essi recati allo Studio non sono nè rari, nè antichi».

5. – L'ISTITUTO MARSIGLIANO.

Tale progetto colpiva troppi interessi personali e troppo inveterate abitudini, perchè potesse essere accolto. Quando fu noto, gli si volsero tutti contro, e più di tutti i suoi stessi consanguinei, che non avrebbero voluto lasciar uscire di casa il ricco materiale scientifico, nè la biblioteca.

Il MARSIGLI dovette abbandonare il suo progetto e limitarsi a coltivare l'idea della *fondazione di un Istituto autonomo*, annesso allo Studio, ma retto da ordinamenti suoi propri, nel quale i nuovi indirizzi scientifici potessero essere liberamente seguiti.

Per rendere possibile una tale fondazione, egli si offerse di fare ampia donazione di tutta la suppellettile scientifica da lui raccolta e della biblioteca, al Senato bolognese.

Con l'assentimento del pontefice, il Senato assegnò all'Istituto le rendite necessarie alla sua fondazione ed al suo funzionamento, ed assegnò ad esso splendida sede in un palazzo dell'antica famiglia CELLESI.

Nelle stanze di quel palazzo fu distribuito il materiale scientifico, in modo che per ogni materia fossero appositi locali atti alla conservazione di esso ed alle esperienze. E ciò fu fatto con tanta magnificenza, con ordinamento così perfetto, e con gusto artistico così squisito, da fare esclamare al FONTENELLE: «Par di vedere in atto l'Atlantide del Cancelliere Bacone, ed avverato il sogno di un savio».

L'accademia degli Inquieti ebbe stanza nell'Istituto, divenne parte integrante di esso, e prese nome di «*Accademia delle Scienze dell'Istituto*».

La seduta inaugurale ebbe luogo il 13 marzo 1714. Fino dall'anno 1712 si era incominciato ad edificare la torre su cui dovevasi stabilire la *Specola,* e questa fu completamente apprestata nel 1725. Frattanto EUSTACHIO MANFREDI aveva continuato nell'osservatorio marsigliano le osservazioni ed il calcolo di quelle *Effemeridi* che resero famoso in tutto il mondo l'osservatorio astronomico di Bologna.

L'Istituto fu governato da una speciale *Assunteria* di 6 membri, nominata dal Senato. Ebbe, insieme con l'Accademia, speciali costituzioni[127] le quali tendevano ad eliminare gli inconvenienti e gli abusi che si erano introdotti nel governo dello Studio.

I professori, eletti per un solo quinquennio, potevano essere in ogni momento rimossi dall'ufficio, qualora avessero notabilmente demeritato. Erano, di regola, anche lettori dello Studio, e ciò stabiliva fra le due istituzioni una stretta colleganza; ma fra l'attività di professore dell'Istituto e quella di lettore dello Studio, era segnata una distinzione rigorosa dall'art. 3° del Cap. V delle Costituzioni, il quale prescriveva: «Avranno i professori particolare avvertenza di non fare negli esercizi alcuno studio o discorso scientifico, che convenisse alla forma di lezione, o che si potesse chiamare una vera lezione, propria delle cattedre del pubblico Studio, dovendo gli esercizi versare principalmente nella pratica delle osservazioni, operazioni, esperimenti ed altre cose di simile natura».

Quella netta distinzione non impedì peraltro che si trapiantassero, nella nuova istituzione, quegli stessi abusi che erano stati la rovina dell'antica.

I reclami verbali del Marsigli a nulla giovavano, e le denuncie alle autorità cittadine, al legato ed alla Santa Sede non facevano altro che procreare interminabili

127 Anche queste pubblicate nelle «*Memorie*» *marsigliane,* al loc. cit. pp. 423-435.

liti[128]. Ma si presentò una occasione che diede modo di imporre una più fedele osservanza delle disposizioni statutarie.

Per la stampa della sua magistrale opera «*Sul Danubio*», furono offerte al MARSIGLI vantaggiose proposte da una rinomata società libraria di Amsterdam. Il MARSIGLI accondiscese alla stampa, rifiutò qualsiasi compenso pecuniario, volle solo in cambio una copiosa e rara collezione di libri scientifici, che non erano compresi nella libreria dell'Istituto, ed una raccolta di «*cose naturali delle Indie*» (cioè dell'America), che il VALLISNIERI giudicò «*da sè stessa poter formare un museo, di cui forse in quel genere non sarà il secondo in Italia*».

Egli intendeva di lasciar tutto ciò in dono all'Istituto, a condizione che *fossero rimossi, insieme cogli abusi introdotti, le cause che avrebbero potuto favorirli*.

Si recò, nonostante la sua età sessagenaria, da Livorno a Londra, ed indi ad Amsterdam, curò la stampa della sua opera e la raccolta del materiale, che affidò a mani sicure, e fece poscia trasportare a Bologna. Ma le condizioni che egli voleva imporre per la consegna di quel materiale, non garbavano punto nè agli assunti, nè al Reggimento; chè pareva troppo strana cosa il dover rinunziare a tradizionali privilegi e ad inveterate consuetudini. Perciò si fecero al MARSIGLI opposizioni di ogni

128 I manoscritti marsigliani della nostra Biblioteca universitaria documentano largamente, in tutti i loro particolari incresciosi, quelle fastidiose querele.

specie. Si tentò anche di far venire direttamente le collezioni da lui raccolte in Olanda, infine di denigrarne il valore.

La controversia, cominciata nel 1721, si trascinò per varii anni senza mai venire a definitiva conclusione; finalmente, nei primi del 1726, la Curia romana, cui era stata deferita la soluzione, diede incarico a Mons. PROSPERO LAMBERTINI, dotto, probo, illustre prelato bolognese (che fu più tardi cardinale, vescovo di Bologna, poi, papa BENEDETTO XIV) di raccogliere le ragioni delle due parti e di riferirne, col parere e con le opportune proposte, al competente tribunale.

In seguito alle di lui conclusioni, la Segreteria di Stato, con lettera 3 agosto 1726, dava le opportune norme al Cardinale Legato perchè venissero accettate, insieme con le donazioni del MARSIGLI, le condizioni da lui proposte come idonee ad un miglior funzionamento dell'Istituto.

La sola condizione non bene accolta dal LAMBERTINI, perfetto conoscitore degli uomini e dei tempi, fu quella intesa a «*levare l'ingerenza dell'Istituto al Reggimento, e darla al Legato*», per la considerazione che «...col tratto di tempo, un aiutante di camera del Cardinale Legato, diventerebbe il padrone dell'Istituto».

Ma l'Assunteria seppe frapporre curialeschi ostacoli, in modo da procrastinare di un altro anno la definitiva risoluzione. Ed in quel frattempo, tante furono le insinuazioni, i libelli ispirati e propalati da personalità cittadine, e dagli stessi parenti suoi prossimi, che alla fine il Marsigli, disgustato, dopo aver firmato l'atto di donazione all'Istituto, e le nuove costituzioni che ne assicuravano la definitiva sistemazione, dispose la pubblicazione degli «*Atti Legali*» concernenti la fondazione, e poi lasciò la città e la patria, e volle perfino rinunziare al nome avito ed allo stemma di famiglia.

Ma non invano furono spese le sue fatiche, nè invano egli sopportò le angustie che amareggiarono gli ultimi anni di sua vita. L'opera di lui fu oggetto della più viva ammirazione, quando per essa si vide l'Istituto salire ad alta fama, e rifiorire di nuove fronde l'antico tronco del glorioso ateneo. Il Marsigli ebbe ferventi seguaci, degni continuatori, fra i quali basti il ricordare quel Cardinale Lambertini, che così efficacemente aveva contribuito alla conservazione dell'Istituto. I cittadini bolognesi fecero a gara, chi più dell'altro fornisse di donativi l'Istituto, che meravigliosamente cresceva di magnificenza e di ricchezza. Più cospicue fra tutte, furono le elargizioni del *Pontefice bolognese* Benedetto XIV, fra le quali ricorderemo la destinazione all'Accademia, delle rendite del *Collegio Pannolini*, perchè con esse fosse costituita la pensione a 24 soci, che furono detti *Benedettini.*

La fama dell'Istituto si sparse per tutto il mondo scientifico coi «*Commentari*» stesi in elegante stile latino da Francesco Maria Zanotti, e con le *pubblicazioni dell'Osservatorio astronomico*, e principalmente delle

Effemeridi, calcolate da Eustachio Manfredi (Opera resa necessaria in tutti i luoghi dove si abbia qualche idea di Astronomia).[129]

L'osservatorio si arricchì, nel 1741, di parecchi nuovi e preziosi strumenti costruiti in Inghilterra da Sisson, che, messi a posto da Eustachio Zanotti con somma diligenza, costituivano un impianto astronomico dei più rispettabili, per quel tempo. Con essi lo Zanotti continuò i grandi lavori astronomici cominciati da Eustachio Manfredi, ed altri ne intraprese, che gli conferirono meritata celebrità.

6. – OPPOSIZIONI DEGLI SCOLASTICI.

La molteplice e varia attività dell'Istituto era fatta palese a tutto il mondo scientifico dalla pubblicazione dei *Commentari.*

Ma bisogna pur dire che questa pubblicazione, come del resto tutto ciò che riguardava le ricerche scientifiche in Italia, era troppo aduggiata dalla invincibile *opposizione degli aristotelici* e dalla gretta *ostilità della Inquisizione*, che coi continui indugi faceva perdere il pregio della priorità, e con la inesorabile censura di ogni idea, di ogni frase che avesse sapore di modernismo, tarpava le ali alla ricerca scientifica.

Francesco Maria Zanotti, uomo di sicura fede cattolica, pio, castigato, prudente, nell'atto di pubblicare i suoi celebri «*Commentari*» si mostra sgomento di dover af-

129 Cfr. Fontenelle. – Elogio di Eustacchio Manfredi.

frontare il *giudizio del Sant'Ufficio*, e si raccomanda per protezione e consiglio all'*archiatra pontificio* ed amico suo, ANTONIO LEPROTTI, cui, in data: «Bologna il Sabato S.to 1729», scriveva:

«...tu sai che io, come segretario di questo Instituto et Accademia delle scienze, ero in preciso obbligo di stendere la storia dell'uno e dell'altra, la quale dée contenere in primo luogo la fondazione di questa e di quello, le leggi, le usanze, la notizia dei professori che vi hanno parte, ecc. In secondo luogo dée spiegare le cose più notabili, di cui si è trattato nell'Accademia, in un ultimo luogo, dée contenere varii opuscoli dei varii accademici. Ora, avendo io posto mano a tale opera, l'ho condotta a questo termine: La prima parte è finita, la seconda lo sarebbe altresì, se non mi mancasse una sola cosa del Beccari, che egli non conchiude mai di darmi, e quando me la darà, io dovrò volgerla in lingua latina; la terza parte, che sono *gli opuscoli*, è già messa insieme, e ricopiata quasi tutta; onde posso dire che quasi non resta più altro se non che far ricopiare le prime due parti, le quali sono ora sotto l'occhio del Galeazzi e del Bazzani, e sono state sotto quelli del Manfredi, e come vi avrò fatte quelle mutazioni che questi mi suggeriranno, la cosa sarà ridotta, quanto a me, al suo termine. Per lo che, fra tre o quattro mesi, io vo immaginando che il Tomo sarà ridotto a tale che *bisognerà consegnarlo all'Inquisizione*. Or questo è il luogo dove la prudenza mi pare essere il più grande imbarazzo del mondo, perchè, a dirti il vero, non so come condurmi.

Tu sai le vicende che ha sofferto il libro che stampa ora il Manfredi. Ora la mia istoria contiene una compendiosa relazione di questo libro. Oltre a ciò io non ho potuto sfuggire, in altri luoghi, di esporre di qual sentenza fosse il Copernico, non ho potuto sfuggire di chiamare tal sentenza un'ipotesi ingegnosa, ed atta a spiegare i fenomeni della natura; non ho potuto sfuggire in qualche luogo di dire che alcuni filosofi hanno creduto che le bestie non sentano, e in somma, non ho potuto sfuggire di parlare con rispetto e con carità dei moderni.

Ora io temo forte che i Revisori, a ciascheduno di questi luoghi pretendano che io aggiunga qualche protesta, e, dove espongo quel che sente il Copernico, subito aggiunga che io però detesto il suo sistema, come un'eresia; dove dico che i moderni hanno dubitato se le bestie sentano, subito aggiunga che questo dubbio però è contrario alla Fede cattolica; e così temo che facendo lo stesso ora ad un luogo ora ad un altro, mi obblighino a riempire il libro di atti di Fede, intorno a certi articoli che non sono nel Credo e che io non sono tenuto a credere esplicitamente, e che, se per ventura, non fossero poi articoli, come è sentimento di tanti cattolici, noi faremmo ridere della nostra semplicità la stessa Chiesa Cattolica.

Tra i molti doni che il Sign. Cardinale Da Via ha fatti a questo Instituto, io non ho potuto a meno di non riferire anche la *Sfera copernicana*, e di descriverla, benchè brevemente, con qualche lode. Non vorrei che qui ancora m'obbligassero a dire che tanto Sua Em.za quanto io, riguardiamo tale macchina come uno scherzo d'ingegno, sapendo per altro, e Sua Em.za ed io, che tale macchina è contraria alla Fede. Tu vedi benissimo in quale maniera tali proteste sarebbero ricevute dai cattolici stessi, già dotti, in un libro che è il primo saggio dato al Mondo di questa accademia delle scienze, la quale si suppone che contenga il fiore della letteratura di Bologna.

Tu vedi ancora che io non potrei sinceramente dichiarare, che la sentenza, o del Copernico, o del Cartesio sia eresia, quando io, per mia coscienza non ho mai saputo, e non so, che sia tale.

E qui, a dirtela, ho bisogno di prudenza, perchè io non ho mai fatto proteste, contro l'animo mio, e più tosto non consentirò che si stampi il libro, che fare una protesta chiara et assoluta, di tener per articolo di Fede quello che in coscienza mia non so e non debbo sapere che sia tale.

Ora dunque io vorrei che tu mi consigliassi sopra questo, e mi dicessi come potrebbe farsi a stampar questo libro, e non depravarlo con proteste vane e poco sincere, senza nimicarmi le persone»[130].

I timori dello Zanotti non erano vani. Due anni dopo (nell'ottobre 1729), egli era costretto a raccomandarsi di nuovo al Leprotti, e gli scriveva:

«Dovrò presentare al Sant'Offizio di nuovo l'istoria senza altro, o dovrò fare alcun altro passo? Questo vorrei che mi scrivessi, e mi levassi d'imbroglio, perchè ogni dì vanno nascendo nuove difficoltà, e, se questa faccenda non si conchiude una volta, io divento matto.

Intanto si va prolungando, e ogni mese vanno crescendo nei giornali e negli atti delle Accademie, dissertazioni e schediasmi, i quali o ci prevengono in molte cose, o ci si oppongono, e obbligano me a levare, o mutare od aggiungere

130 Dai *Manoscritti Canterzani* (inediti) contenuti nella Biblioteca Universitaria di Bologna. Caps. I, n. di catalogo 4136.

quando una cosa, quando un'altra.

A buon conto tutto quello che si dicea del passaggio di Mercurio sotto il Sole, a quest'ora si trova detto in altri libri».

Solo due anni dopo, cioè nel 1731, sotto il pontificato di BENEDETTO XIV, poteva finalmente uscire il tanto sospirato Primo Tomo dei Commentari dell'Accademia e dell'Istituto di Bologna, che nel 1748, era poi nuovamente stampato.

A questo proposito giova ricordare che già nel discorso inaugurale, recitato il 13 marzo 1714 per l'apertura dell'Istituto marsigliano di Scienze ed Arti, dal padre ERCOLE CORAZZI, religioso benedettino della congregazione degli Olivetani, professore di Analisi nella Università di Bologna (riportato in traduzione francese nell'opuscolo: *Histoire de l'Académie appelée l'Institut des sciences et des arts*, par M. DE LIMIERS, Amsterdam 1723), si legge quanto segue:

«Plusieurs se font de l'antiquité une espèce de Religion qui leur a été transmise par leurs ancêtres et se persuadent que la faculté de raisonner, qu'ils ont reçuë du ciel, s'éteint peu à peu, et diminuë à proportion qu'elle s'éloigne de cette première origine du Monde. De-là leur attachement servile pour le prince des Philosophes, comme ils l'appellent, qui fait qu'ils se croyent assez savants, pourvu qu'ils le puissent réciter dans l'occasion: en quoi ils sont moins des philosophes que les historiens de la philosophie. Cette persuasion où ils sont, que l'esprit humain, qui a ses bornes, a beaucoup perdu de ses forces depuis le temps de celui qu'ils regardent comme leur maître, fait qu'*ils voudraient bannir comme insensés ou comme nuisibles à la République des lettres, ceux qui voudraient faire des efforts pour pousser leurs lumières plus loin*».

Il MARSIGLI, nel suo «*Parallelo*», indirizzato alla Assunteria di Studio (loc. cit., p. 411), ricorda che «MARCELLO MALPIGHI, di gloriosa memoria, diede esempio come si doveva osservare ne l'anatomia, e, perchè forse fu cittadino di questa patria, fra l'emulazione, molti hanno sdegnato l'imitarlo; non avendo sentito alla di lui fama e gloria maggiori contrarij, che i proprii cittadini. Devo rendere giustizia alle di lui ceneri, coll'assicurare alle SS. VV. Ill.me, che l'ho sentito, di là dai monti, citare con l'epiteto *Divino Malpighi*, e che più di una volta sono stato interrogato, come era possibile che in Bologna non vi fosse chi imitasse le di lui pedate, nel cercare nuove discoperte della natura...».

Con minor ritegno, il prof. GIOVANNI MARTINOTTI, della nostra Università, scriveva, sotto il titolo: «*Il Malpighi nello Studio di Bologna*», nel n. di luglio 1928 della Rassegna «Il Comune di Bologna»:

«Si stamparono libelli pieni di ignominie contro il Malpighi; nelle pubbliche lezioni, nelle Accademie si fecero satire pungenti contro di lui; lo si accusò di non far scolari e di rubare lo stipendio...». «Nè a questo limitarono le ire e le offese i nemici di Malpighi. Si costrinsero i laureandi in Medicina a *giurare che avrebbero se-*

guito e difeso soltanto le dottrine di Aristotele, di Galeno ed Ippocrate. Promotore di ciò fu il celebre Ovidio Montalbani, altro acerrimo nemico del Malpighi, caldo sostenitore degli arabi e degli antichi, avverso a tutte le conquiste dei moderni».

Il Montalbani, da noi già ricordato, era ai suoi tempi tenuto in molta considerazione, era professore nel nostro Studio, ed anche *censore arcivescovile per le opere matematiche.*

7. – MUTUI RAPPORTI FRA LO STUDIO E L'ISTITUTO.

Da quel che abbiamo detto facilmente si intende come a quei tempi, ed in quell'ambiente, anzichè verso la scienza pura, lo spirito ardente ed operoso che animava la gioventù bolognese, fosse prevalentemente indirizzato verso le scienze sperimentali, che trovavano ampio campo di applicazione e di studio nelle stanze dell'Istituto marsigliano. Nei suoi inizi tale Istituto comprendeva i gabinetti di *Scienze, Astronomia, Meccanica, Fisica, Storia naturale* e *Chimica.* Poi, per la gara generosa di illustri cittadini, fieri della rinomanza che l'Istituto procurava a Bologna, quelli di *Architettura militare*, di *Geografia,* di *Nautica;* e, per merito del pontefice Benedetto XIV, di *Anatomia,* di *Chirurgia,* di *Ottica,* di *Ostetricia,* di *Antichità.* Quel benefico pontefice fece costruire per la biblioteca la magnifica aula, che ora funziona da sala di lettura nella biblioteca universitaria, e dotò quella biblioteca, colla collezione dei libri del Marsigli, e con una quantità di libri stampati e manoscritti.

I rapporti stabiliti fra lo Studio e l'Istituto portarono anche nell'antico Ateneo un fermento di idee nuove, che eccitava docenti e discepoli ad un lavoro fervido e fecondo. Sotto la pressione dei bisogni culturali che il Marsigli aveva segnalati, le cattedre da lui proposte, ad una ad una si instauravano nello Studio; e, sullo scorcio del secolo XVIII, prima ancora che la rivoluzione francese fosse venuta a rinnovare ogni civile ordinamento, la nostra scuola matematica aveva già acquistato l'assetto delle moderne facoltà di scienze. Non meno di 10 letture di matematica pura figuravano nei Rotuli, insieme con due di fisica ed una di chimica, professate da un corpo accademico che vantava i nomi di Eustachio e Gabriele Manfredi, di Vittorio Stancari, di Eustachio e Francesco Maria Zanotti, di Girolamo Saladini, di Bartolomeo Beccari, di Petronio Matteucci, del Canterzani, del Galvani, di G. B. Guglielmini, del Frisi,... Ed ogni lettura universitaria era integrata dalla pratica delle esercitazioni, delle osservazioni, degli esperimenti che si svolgevano nell'Istituto.

La tradizione matematica fu conservata da Gabriele Manfredi, che, per quel che gli fu possibile, in quell'ambiente, si manifestò degno continuatore della vecchia scuola bolognese. Egli fu certo uno dei migliori analisti che allora avesse l'Italia, ed alla sua Opera sarà dedicato il Capitolo seguente.

§ II.
L'opera geometrica di Gabriele Manfredi.

1. – IL LIBRO: DE CONSTRUCTIONE AEQUATIONUM DIFFERENTIALIUM.

Nello scorcio del secolo XVII i principii fondamentali del Calcolo infinitesimale erano quasi completamente stabiliti, ed una serie di problemi, attinenti le applicazioni alla geometria ed alla meccanica, risoluti in modo da manifestare le possibili direttive di una *Geometria infinitesimale*. Ma non si può dire che la nuova scienza fosse ancora fondata, perchè una teoria scientifica non è la congerie di alcune o di molte grandi verità isolate o di problemi proposti per: «*tastare il polso ai matematici*»; occorre che quelle verità, quelle proposizioni, quei metodi, quei problemi siano collegati l'uno all'altro in una sistemazione logica della materia.

Questa sistemazione logica fu fatta dal DE L'HÔPITAL nel 1696, con la sua «*Analyse des infiniment petits*», per il calcolo differenziale; ma rimaneva da fare per il Calcolo integrale e per le equazioni differenziali: cioè per la parte più ardua e nello stesso tempo più interessante della materia.

A questa opera si accinse nel 1707 GABRIELE MANFREDI col suo libro: «*De Constructione Aequationum differentialium primi gradus*»; nel quale, come egli stesso scriveva: «Tradimus in hoc opuscolo Constructionem Aequationum Differentialium primi Gradus ex collectis, et in ordine dispositis, et analytice demonstratis speciminibus, quae clarissimi nostro hoc aevo geometrae in libris sparsim, nullo quidem ordine, nullave methodi ratione habita, prout passim invenerunt publico sunt elargiti».

Il libro ebbe grande successo. Negli *Acta Eruditorum* (a. 1708, p. 267) escì una favorevolissima relazione. Il LEIBNIZ ne scriveva al MANFREDI: «Debebit tibi Italia, aliisque paucis, ne expers sit elegantioris, profundiorisque Geometriae nuper apertae....

...Tu quidem eleganti, atque utili compendio sparsim exposita complexus es, ut facilius appareat, quid adhuc desideretur»[131].

---

131 La lettera, interessantissima, fu pubblicata dal FABRONI (*Vitae*, t. V, p. 209 e sgg.), qui si riporta per maggior chiarimento del testo.

«Illustrissimo et celeberrimo viro Gabrieli Manfredio, Gudefridus Guilielmus Leibnitius S. P. D.

Pro munere egregio gratias et meo et publico nomine tibi ago.

Debebit tibi Italia, aliisque paucis, ne expers sit elegantioris, profundiorisque Geometriae nuper apertae. Nec dubito, vestra ingenia magnos in ea progressus factura, ubi semel rectae viae institerint. Vobis totam prope Algebram debemus, qualis hactenus habetur; nam cubici gradus resolutio SCIPIONIS FERREI, et biquadratici est LUDOVICI FERRARII. In Geometria sublimiore coeperant praeclari aliquid agere CAVALLERIUS et TORRICELLIUS; sed cum in ipsis initiis haesissent, alii eorum studiis adiuti progressi sunt longius, tandemque res ad quoddam Analyseos seu Calculi genus a me perducta est. Eam quis miretur multum abesse a perfectione? cum ne in Algebra quidem hactenus aliquis publice processerit ultra quartum gradum, aut saltem viam longius progrediendi ostenderit.

In tutti i trattati di Calcolo scritti nel secolo XVIII si cita il libro di MANFREDI come «*quello che promosse i più notevoli progressi nell'analisi infinitesimale in Italia*»; ma pare che quell'opera sia ora dimenticata, poichè non si vede citata nelle «*Vorlesungen*» del CANTOR, dove un lungo capitolo, scritto da un nostro connazionale, è

Tu quidem eleganti, atque utili compendio sparsim exposita complexus es, ut facilius appareat, quid adhuc desideretur.

Aequationem differentialem, quam sub finem Operis construis ita resolvere soleo:

Fiet

$$dy:dx=z+vy,$$

posito v, et z dari per x utcumque.

Fiet

$$y=n\int (zdx:n) \quad \text{et log. } n = \int vdx\,,$$

seu $b^{\int vdz}=n\,,$ adeoque tandem erit

$$y=b^{\int vdz}\int zdx:b^{\int vdz}\,.$$

Optem autem regressu facto Catalogos exhiberi aequationum differentialium tractabilium, ut, oblata aliqua, constituere facilius possimus primo aspectu, an sit in potestate. Sed maxime prodest artem exerceri per problemata, veluti si quis sibi proponat in superficiebus datis minimam a dato puncto ad datum ducere, aliaque id genus.

Per problemata enim, et ingenio acuitur, et scientia augetur, atque in usus transfertur.

Caeterum mihi semper gratissimum erit, tuo vel amicorum tuorum beneficio discere, quid apud vos in provehendis scientiis geratur. Nam et anatomiam pulchre apud vos excoli video. Sed Medicina ipsa ubique adhuc squallet, nec reperta satis ad usum accomodantur. Itaque felicioribus saeculis, idest quibus homines, et maxime Principes, magis rem suam curent, transcribere haec dedicato alla storia del Calcolo infinitesimale nel secolo XVIII, nè nella «*Enciclopedia delle matematiche elementari*» (vol. I, parte II, art. XVIII, «Elementi di Analisi infinitesimale», p. 441-548), dove tuttavia abbondano le note storiche.

L'Opera geometrica del MANFREDI è notevole, non solo per la sistemazione logica di risultati sparsamente da altri ritrovati, ma anche per i nuovi contributi che egli ha dato alla scienza, sia nell'opera ricordata, sia in successive sue pubblicazioni. In particolare, diremo qui *della Introduzione e dell'uso sistematico in geometria differenziale di coordinate curvilinee, della risoluzione di notevoli problemi di traiettorie,* della *Integrazione di equazioni differenziali lineari omogenee.*

2. – COORDINATE CURVILINEE.

Il primo esplicito accenno all'uso di coordinate curvilinee per la rappresentazione di curve piane, si trova nella nota inserita negli *Acta Eruditorum* del marzo 1692 col titolo: «*De linea ex lineis numero infinitis ordinatim ductis inter se concurrentibus formata, easque omnes tangentes, ac de novo in ea re analysis infinitorum usu*». Autore O. V. E. (una delle sigle usate dal LEIBNIZ).

Ivi, fra l'altro, è detto infatti: «Verum ego sub ordinatim ductis non tantum rectas, sed & curvas lineas quale-

---

oportet.

Quod superest vale, et fave.

Dabam Hannoverae 10. April. 1708.»

scumque accipio, modo lex habeatur, secundum quam dato lineae cuiusdam datae (tamquam *ordinatricis*) puncto, respondens ei puncto linea duci possit, quae una erit ex ordinatim ducendis, seu ordinatim (positione) datis. ...Porro etsi eae non concurrant omnes ad unum punctum commune, tamen regulariter duae quaevis tales lineae *proximae,* (id est *infinitesime* differentes, seu infinite parvam habentes distantiam) concurrunt inter se, punctumque concursus est assignabile, et his concursibus ordinatim sumptis nova prodit *linea concursuum*».

Il concetto è meglio sviluppato nella nota che fa seguito alla precedente, pubblicata nel luglio 1694 degli stessi *Acta E*. col titolo: «*G. G. L. Nova Calculi differentialis applicatio et usus, ad multiplicem linearum constructionem, ex data tangentium conditione*». Si ricava di qui che il LEIBNIZ *non aveva in vista l'uso di coordinate curvilinee, ma solo il metodo di differenziazione di curva in curva*, che egli espone, e che vuol giustificare col considerare il parametro, che comparisce nella equazione di una famiglia di curve, come una coordinata del punto di incontro di due curve prossime, cioè come una variabile, rispetto alla quale è lecita l'operazione di differenziazione.

Nel fatto egli usa sempre coordinate cartesiane, ed il suo «*Nuovo Metodo*» è quello che serve alla ricerca degli *Inviluppi di linee*.

Ma già nel gennaio 1691, GIACOMO BERNOULLI aveva pubblicato negli *Acta Eruditorum* uno: «*Specimen Calculi differentialis in dimensione Parabolae helicoidis,* *ubi de flexuris curvarum in genere, earumden evolutionibus, aliisque J. B.*», nella quale studia la curva secondo la quale si deforma una parabola se si immagina che l'asse di essa si adatti sulla circonferenza di un dato cerchio ed i punti della parabola conservino la loro distanza dall'asse: «Cum axis vulgaris Parabolae curvatur in peripheriam circuli, curva, quae per extremitates applicatarum in centrum circuli vergentium transit, dicitur nobis *Parabola helicoides*, vel si mavis, *Spiralis parabolica*». Il BERNOULLI continua a chiamare x la lunghezza del segmento di asse che si è adattato sul cerchio (cioè in effetto l'arco di cerchio compreso fra il punto che ha occupato il vertice della parabola ed il piede della normale al cerchio condotta dal punto generico della curva) e chiama y la ordinata corrispondente (contata sul raggio del cerchio che va al punto considerato della curva).

Gli storici considerano, a ragione, questo, come il primo esempio della applicazione di un sistema di *coordinate polari* allo studio delle curve; ma si può dire esser questo un primo saggio dell'uso di *coordinate curvilinee*, costituite dal fascio di cerchi concentrici e dal fascio di rette uscenti dal centro comune.

Un più esplicito accenno all'uso di coordinate curvilinee si trova nella «*Analyse des infiniments petits*» del DE L'HÔPITAL, dove, nella prop. 2 della Sezione 2, si dimostra che quando pure si supponga che la curva sia riferita ad un sistema di coordinate, nelle quali «les coupées soient des portions d'une ligne courbe dont l'on sçache mener les tangentes...» e le ordinate siano, come al solito, rette parallele ad una data, la espressione della sottotangente conserva la forma *ydx/dy*.

Ma questa proposizione, dal punto di vista delle coordinate curvilinee, rimase totalmente isolata, come caso di eccezione, ed il DE L'HÔPITAL ha fatto poi sempre uso costante delle coordinate cartesiane.

Il MANFREDI, nella sua opera: «*De constructione aequationum differentialium primi gradus*», parte da un concetto generale di coordinate: «Nomine vero *coordinatarum* intelligo duas indeterminatas datae naturae, quarum data sit positio ad singula quaesitae Lineae puncta sufficienter determinanda» (Definitio Tertia, p. 15), ed oltre al solito sistema cartesiano considera quello che risulta dal prendere come asse delle ascisse una curva comunque data, e per ordinate le normali a detta curva. In altri termini immagina il piano ricoperto dalla rete ortogonale costituita da una famiglia di curve parallele e dalle loro traiettorie ortogonali.

Il sistema da lui studiato è dunque una generalizzazione di quello usato dal BERNOULLI per la parabola elicoide, e comprende quindi, come caso particolarissimo, anche l'ordinario sistema delle coordinate polari. Egli ha fatto di tale sistema una esposizione sistematica, ed ha trovato le formule fondamentali che esprimono, la sottotangente, il differenziale dell'area, il differenziale dell'arco ed anche ciò che si potrebbe chiamare sottotangente polare, cioè il segmento che la tangente alla curva da studiare stacca su la normale alla ordinata innalzata dal centro di curvatura, mediante le espressioni:

$$s_t = \frac{q+y}{q} \cdot y \frac{dx}{dy} \quad , \quad dA = \left(y + \frac{y^2}{2q} \right) dx \quad ,$$

$$ds^2 = \frac{(q+y)^2}{q} dx^2 + dy^2 \quad , \quad \sum_t \; = \; \left(\frac{q+y}{q}\right)^2 \frac{dx}{dy} \quad ,$$

nelle quali q rappresenta il raggio di curvatura della ascissa, calcolato nel punto che è piede della normale abbassata dal punto generico della curva.

Da questo sistema si ha, in particolare, il sistema di *coordinate polari* (allora non ancora di uso comune), col fare che l'asse della ascissa sia il cerchio di raggio unitario, e col prendere:

$$x = \theta, \qquad y = \varrho - 1.$$

Le formule trovate danno immediatamente, come caso particolare, le notissime espressioni:

$$ds^2 = \varrho^2 dt^2 + d\varrho^2 \quad , \quad \sum_t \; = \; \varrho^2 \frac{d\theta}{d\varrho}$$

ed anche, per il differenziale dell'area:

$$dA = \frac{(\varrho - 1)^2}{2} d\,\theta.$$

Troviamo nel libro del MANFREDI per la prima volta, la esposizione ordinata di un *sistema generale di coordinate curvilinee,* in relazione con l'uso di esse nella geometria differenziale, ed in particolare le formule che reggono l'uso delle coordinate polari.

3. – LE TRAIETTORIE.

La prima notizia pubblica di *traiettorie isogonali* è data da GIOVANNI BERNOULLI negli *Acta Eruditorum* dell'ottobre 1698 dove sono riportate lettere del LEIBNIZ del settembre e del dicembre 1694, ove fra l'altro si legge:

«Methodus, inquit, inveniendi curvam quae ordinatim positione datis occurrat ad angulos rectos, meo judicio consistit in duabus aequationibus, una continente relationem inter *x, y* et constantem quandam in curva positione data, sed pro diversis talibus ordinatim datis variabilem *b*; altera continente valorem ipsius *dy:dx* in curva quaesita, expressum ex proprietate perpendicularium in curva positione data, cuius aequationis ope datur ipsius *b* valor per *dy, dx, y, x,* pro re nata; quarum duarum aequationum ope tollendo *b*, habetur aequatio differentialis primi gradus pro relatione inter *x, & y*.... Caeterum praeclare a te notatum est, hoc problema usum habere in Dioptricis, pro curvatura radii in medio continue variante».

Benchè il metodo generale di risoluzione per tali problemi sia qui egregiamente accennato, ciò non bastò al BERNOULLI, che tenne un lungo carteggio col LEIBNIZ, per esporgli tutte le difficoltà che gli si presentavano nella applicazione di quel metodo alla effettiva risoluzione di problemi di traiettorie.

Nel *Commercio Matematico e filosofico fra Leibniz e Bernoulli*, (pubblicato nel 1745) troviamo non meno di 9 lettere scambiate fra quei due matematici nel periodo fra il 1694 ed il 1697, nelle quali quel problema è sotto vari aspetti dibattuto.

La pubblicazione degli *Acta Eruditorum*, chiude quel periodo di discussioni e di studi, ma non espone al pubblico altro che quella prima regola generale data dal LEIBNIZ, sulla quale appunto si era così lungamente ragionato e discusso.

Il problema conservava dunque tutta la sua difficoltà, non solo al tempo in cui il MANFREDI pubblicava la sua opera, ma anche dopo, tanto che nel 1715, quando fervevano le questioni fra i seguaci del NEWTON ed il LEIBNIZ, per la priorità della scoperta del Calcolo infinitesimale, il LEIBNIZ scriveva all'Abbate CONTI:

«Pour tâter un peu le pouls à nos Analystes Anglois, ayés la bonté, Monsieur, de leur proposer ce problème comme de vous même ou d'un amis: Trouver une ligne *BCD* qui coupe à angles droits toutes les courbes d'une suite determinée d'un même genre, par exemple toute les Hyperboles *AB, AC, AD,* qui ont le même sommet et le même centre, et cela par une voy générale. Car on marque ce problème particulier seulement pour se faire entendre, car dans les sections coniques il a ses facilités particulières, mais il s'agit de donner une methode générale. Et ce problème general peut être conçû ainsi: Estant donnée la courbure des rayons de lumière dans le milieu diaphane, changeant continuellement de refractivité, trouver l'onde de lumière selon la manière de M. Huygens, ou selon la façon de parler de M. Bernoulli la synchrone, à laquelle les rayons ou les mobiles, pris convenablement, parviennent en même temps»[132].

---

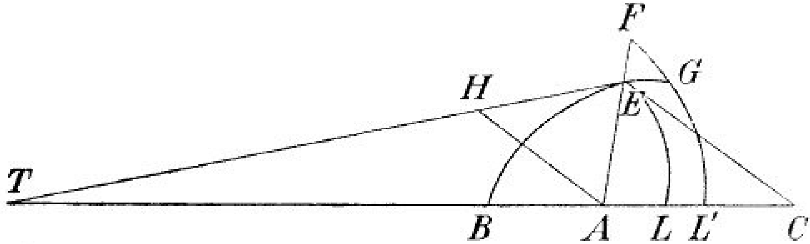
132 Cfr. *Der Briefwechsel* von GOTTFRIED W., *Leibniz mit Mathematikern*, p. 627.

Il Leibniz comunicò anche a Giovanni Bernoulli il suo quesito, e questi in data 15 gennaio 1716 gli rispondeva:

«....mitto ad Te solutionem ab ipso inventam Problematis de invenienda curva omnes Hyperbolas ejusdem axis transversi ad angulos rectos secante, quod per Dominum *Abbatem Contium* Anglis Analystis proposuisti, in exemplum Problematis illius generalis, quo quaeritur Trajectoria omnes curvas determinatas ordinis ejusdem generis ad angulos rectos trajiciens. Fateor hoc Problema generaliter sumptum ab Analystis illis non facile solutum iri, nisi cogitent de modo nostro differentiandi parametros, vel alias lineas quae parametrorum loco sunt, seu de transitu differentiationis a curva in curvam... ...Dubito autem an Angli (quos nihil hactenus de hoc separationis negotio scripsisse vidi) in hunc gurgitem se demittere audeant».

Farà dunque meraviglia il trovare nel libro che il Manfredi aveva pubblicato fin dal 1707, non solo applicato il metodo della differenziazione di curva in curva con piena consapevolezza e nella sua generalità, ma risoluti con metodo generale problemi di traiettorie del tipo di quelli che il Leibniz proponeva per tastare il polso agli analisti inglesi, ed altri più generali, di ordine più elevato.

Nella Prop. IV del suo libro egli infatti, dopo aver definito per *curve simili* quelle rappresentate da equazioni nelle quali i parametri sono fra loro proporzionali («Nomine curvarum similium intelligimus curvas ejusdem naturae, in quibus Parametri, sive constantes sunt in eadem ratione») si propone il problema: Date infinite *curve simili,* in posizione di omotetia, riferite ad uno stesso asse delle ascisse e ad una stessa origine *A*, (*A* è centro di omotetia: «*punctumque commune A circa quod similiter positae sunt*») scrivere la equazione differenziale delle *curve che tagliano tutte le curve simili della famiglia in punti E, G,... tali che gli archi EL, GL',... compresi fra i punti di incidenza e l'asse delle ascisse risultino tutti fra loro eguali.*



Con elegante procedimento di geometria infinitesimale il Manfredi prova che: per avere la tangente in *E* alla traiettoria, *GEB*, basta condurre per l'origine *A* la parallela alla tangente in *E* alla curva della famiglia che passa per *E*, poi prendere su questa il segmento *AH* eguale alla costante *a* (lunghezza comune di tutti gli archi *EL*...). La congiungente *HE* sarà la tangente richiesta.

Da questa proposizione ricava la relazione differenziale:

$$y\frac{dx}{dy}=\frac{as+tx}{s-a}$$

nella quale *s, t* indicano le espressioni della sottotangente e della tangente geometrica di una curva generica della famiglia in funzione delle coordinate *x, y.* Aggiunge che basterà poi eliminare, dalla equazione scritta e da quella che rappresenta la famiglia di curve data, il parametro *z* della famiglia, per avere la equazione differenziale delle traiettorie richieste.

Il MANFREDI applica il procedimento quivi indicato ad un esempio semplice, al caso cioè che le curve della famiglia siano cerchi col centro su l'asse delle x, e con raggio doppio della ascissa del centro.

Come nuovo esempio di *differenziazione di curva in curva*, il MANFREDI insegna a differenziare l'equazione della famiglia rispetto al parametro, e si giova della formula trovata per determinare, fra tutte le curve della famiglia, *quella in cui è minimo l'arco racchiuso fra due rette date incidenti.*

Sempre nel caso di una famiglia di curve simili, il MANFREDI, nella prop. V, risolve il problema di costruire la equazione differenziale di traiettorie che determinano *area costante* per il triangolo compreso fra l'ordinata, l'arco terminato all'asse delle ascisse, e la sezione di asse x, compresa. Indicando l'area costante con a^2, trova la relazione:

$$\begin{cases} dy = \dfrac{z[(s-x)dz - zdx]}{sz} \\ dz = \dfrac{zydx}{2a^2 - xy} \end{cases} .$$

Da queste, e dalla equazione della famiglia eliminando z e dz, si avrà la equazione differenziale cercata.

Al termine dell'opera, tratta col metodo ora classico, un problema di *Traiettorie ortogonali*. E, precisamente trova le *Traiettorie ortogonali ad una famiglia di para-*

bole aventi l'asse su l'asse delle ascisse e parametro eguale alla ascissa del vertice. Giunge alla equazione differenziale

$$ydy+\left(x-2\sqrt{\frac{1}{4}x^2-y^2}\right)dx=0$$

che a quei tempi non si sapeva risolvere con metodo generale («Verum non constat esse integrabilem, nec qua via possint indeterminatae cum differentialibus ab invicem separari»). Il MANFREDI ne eseguisce la integrazione con elegante artificio, ed ottiene così l'equazione della curva in termini finiti.

Quella equazione differenziale è notevole anche per il fatto che ha porto occasione al LEIBNIZ di ritrovar il *metodo generale* (tutt'ora seguito) *per la integrazione di equazioni differenziali lineari*, che si vede esposto appunto nella lettera al MANFREDI da noi riportata.

4. – LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI OMOGENEE.

Nell'ultima sezione del suo libro, trattando della effettiva integrazione delle equazioni differenziali che si presentano nella risoluzione dei problemi geometrici, MANFREDI si imbatte nella equazione:

$$\left(nx^2-ny^2-xy\right)dx+x^2dy=0$$

e confessa di non saper come separare le indeterminate: «sed tamen haec eadem aequatio non apparet quomodo construibilis sit, neque enim videmus quomodo illam integremus, nec quomodo indeterminatas ab invicem separemus».

Ma più tardi, tornando sopra quelle questioni egli riescì a trovare soluzione generalissima, che pubblicò nel «*Giornale dei letterati d'Italia*» (Venezia 1714), sotto il Titolo: «*Breve schediasma geometrico per la costruzione di una gran parte delle equazioni differenziali del primo grado*». Riporto qui la parte principale di quella breve, ma chiarissima esposizione:

«Dopo aver io pubblicato in età più giovanile una operetta: *De constructione aequationum differentialium primi gradus*, dove prometteva al pubblico col tempo qualche ulteriore cosa della materia stessa, mi sono trovato talmente impegnato negli affari delle mie incombenze, per loro stesse tanto aliene dagli studi della Geometria, che non ho avuto agio di porre in un poco d'ordine e ripassar sopra alcuni teoremi che ho di molta universalità per le integrazioni e la separazione delle indeterminate co' loro differenziali nelle equazioni. Ma essendomi poc'anzi venuto fatto di trovarne uno, al mio credere nuovo, e che serve a sciorre una infinità di problemi non meno utili che curiosi, nello scioglimento d'alcuno dei quali ho in particolare veduto porre qualche fatica d'uomini di primo grido in quelle speculazioni, ho creduto di non far se bene a metterlo fuori, acciocchè di qui avanti non si perda più tempo a sviluppare cotali equazioni, cercando forse per ognuna di esse una regola a parte, quando una generale e semplicissima può servire per costruirle tutte.

Sono queste equazioni tutte quelle, nelle quali poste x

ed y le due coordinate, le dimensioni dell'una di esse aggiunte alle dimensioni dell'altra in ogni termine dell'equazione fanno una egual somma, di sorte che non vi sia bisogno di supplire con quantità costanti le dimensioni che ad esse mancassero in qualche termine. Nè importa poi se vi siano segni radicali, o serie innalzate a qualsiasi podestà; anzi nè pure se vi fossero segni radicali che includessero altri, o serie innalzate a qualsiasi podestà che ne includessero altre simili, purchè le dimensioni delle due coordinate prese insieme siano eguali in ogni termine. Abbia poi ogni membro prefissa qualunque costante si vuole, che ciò punto non impedisce l'uso della regola. In tutte queste equazioni adunque posta

$$y=\frac{xz}{a}, \quad cdy=\frac{xdz+zdx}{a} \quad ,$$

si giunge ad un'altra equazione che è divisibile per tanta potestà della indeterminata x, quanta era la somma degli esponenti di x ed y in ogni termine della proposta equazione, e, dopo la divisione, la lettera x non si troverà nella equazione elevata oltre alla prima potestà, e sempre moltiplicata in dz; e pertanto l'equazione si ridurrà in istato che dall'una parte si potrà lasciare solo dx/x, e l'altra parte avrà solamente z/dz, e le costanti date e prese ad arbitrio, ed in tal modo le indeterminate saranno separate coi loro differenziali».

Per questo motivo la risoluzione delle equazioni differenziali omogenee era dagli storici attribuita a

GABRIELE MANFREDI[133]. Ma in tempi recenti[134], si è opposto che il LEIBNIZ fino dal 1693 possedeva la risoluzione di tali equazioni; e ciò col citare lettere del LEIBNIZ al DE L'HÔPITAL, che non furono pubblicate se non nel 1833[135].

Ma fin dal tempo di MANFREDI, la sua priorità nella integrazione di tali equazioni era stata a lui contrastata dal BERNOULLI.

Lasciamo che risponda lo stesso MANFREDI: e ciò in

133 Cfr. p. es. BOSSUT, *Histoire des Mathématiques*, t. II (Paris 1810), p. 57. – LORIA, *Hist*. «Festschr.», 1899, pp. 249-252. – CANTOR, *Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik*, III (1901), p. 460.

134 Cfr. ENESTRÖM, *Bibliotheca Mat.*, Serie III, vol. II pp. 150-151.

135 Cfr. *Leibnizen Mathematische Schriften*, Bd. II, p. 9, p. 220; Bd. III, p. 138.

Il MANFREDI del resto aveva buone ragioni per credere che il LEIBNIZ non avesse, all'epoca in cui egli risolveva le equazioni omogenee, regola generale a tali equazioni. Ed infatti nella lettera che gli scriveva nell'Aprile del 1708 il LEIBNIZ si dichiarava pronto ad insegnare a lui ed agli amici suoi, ogni cosa che essi gli avessero richiesto, e che a lui fosse nota, in fatto di scienza. Ma non gli insegna il metodo di risolvere la equazione omogenea:

$$\left(nx^2-ny^2-xy\right)dx+x^2dy=0$$

che egli aveva dichiarato di non saper integrare; mentre poi per l'altra equazione omogenea

$$ydy+\left(x-2\sqrt{\frac{1}{4}x^2-y^2}\right)dx=0$$

che il MANFREDI aveva saputo ridurre alle lineari, e poscia integrare, il LEIBNIZ dà regola generale per la integrazione delle equazioni lineari, ma non già per le omogenee.

una postilla manoscritta trovata fra le sue carte e pubblicata dal FABRONI[136].

«Quel mio teorema per la separazione delle indeterminate quando le dimensioni delle medesime sono le stesse in ogni termine della equazione differenziale, da alcuni è attribuita al Signor Giovanni Bernoulli. Ho sempre avuto curiosità di sapere con qual fondamento a lui sia ascritto, e non a me, che lo pubblicai nel *Giornale di Venezia* del Tomo XVIII dell'anno 1714.

Ho finalmente trovato nell'opere del detto sign. Bernoulli stampate in Losanna ed in Ginevra, Tom. III, p. 109 e 110, che esso dice di averlo comunicato fin dal tempo del nascente calcolo al marchese de l'Hôpital o per lettera privata, o nelle lezioni fatte per servizio del medesimo signore.

Questo testo del Bernoulli, dove esso fa quella sua dichiarazione, e che è inserito nel detto tomo III delle sue opere della detta impressione, è desunto dai Commentari dell'Acc. di Pietroburgo, T. I, p.167, stampato solamente l'a. 1728, nel detto I Tomo di Pietroburgo.

Il medesimo Bernoulli alla p. 191 riferisce ancora che io nel noto libretto *De constructione...* confesso di non sapere il modo di separare le indeterminate nell'equazione $mx^2dx - ay^2dx + x^2dy = xydx$ la quale è pure di quelle che sono comprese nel mio teorema. Forse di qui pretenderà di far credere che io non sia l'autore di quel teorema. Ma si avverta che il detto mio libro è scritto nei

136 *Vitae Italorum*, vol. V, p. 214.

primi anni di questo secolo, ed è stampato nel 1707, in tempo in cui nè io nè il Signor BERNOULLI, nè forse il LEIBNIZIO avrebbero saputo separare le indeterminate nella detta equazione, e che *il detto mio teorema fu poi ritrovato solamente verso il 1714, quando fu stampato il detto tomo di Giornale di Venezia, dove quello fu pubblicato, laddove il Bernoulli non ha mai mostrato di avere questo teorema se non negli atti di Pietroburgo del 1728*; come sopra si è detto. Anzi neppure il Bernoulli, in questo suo medesimo schediasma degli Atti di Pietroburgo mostra di aver compresa tutta l'ampiezza del teorema, perchè alla p. 170 del detto T. I di Pietroburgo, *pretende di amplificare il Teorema coll'estenderlo anche alla equazione* $axdy + dx\sqrt{x^2 + y^2} = 0$ *che è un caso semplicissimo e dei primi che cadono sotto il mio teorema riferito nel detto Giornale di Venezia, dove si fa vedere che cento segni radicali* (*non che uno solo*) *non tolgono l'uso del detto teorema*, che di più si estende a qualunque dimensione degli due differenziali *dx dy*, e basta leggere il detto schediasma negli Atti di Pietroburgo alla p. 170 per conoscere che Bernoulli non aveva ancora a quel tempo ravvisata tutta la estensione che ha il detto teorema».

(Questa Annotazione fatta il 7 giugno 1747).

5. – *Altri importanti contributi alla Analisi infinitesimale* furono dipoi recati dal MANFREDI, con pubblicazioni fatte nel *Supplemento al Giornale dei Letterati d'Ita-*

lia, e nei tomi degli *Atti dell'Istituto di Bologna*; troppo inferiori alla grandissima aspettazione destata nei dotti d'Italia e di Germania dalla pubblicazione di quel primo suo libro sulla costruzione delle equazioni differenziali di primo grado. Il MANFREDI avrebbe certamente risposto a quella aspettazione se, come egli stesso racconta, non fosse stato distratto dagli studi geometrici dalle troppe assorbenti occupazioni che per necessità economiche egli fu costretto ad assumere. Il suo libro era stato composto (e dedicato al Senato di Bologna) per concorrere ad una cattedra di Algebra, allora istituita nella nostra Università. Ma la cattedra fu data al padre CORAZZI, ed il MANFREDI fu eletto a *segretario del Senato e del popolo di Bologna*, gli fu dato l'incarico di fare il *Tacuino*, cioè il lunario coi pronostici ad uso dei medici, e dovette anche occuparsi di osservazioni astronomiche. Fu inoltre chiamato alla *prefettura delle acque*; egli dovette perciò tralasciare i suoi studi prediletti, e venne così meno quella grande speranza che la matematica italiana aveva in lui riposta!

Nel 1720 il padre CORAZZI fu trasferito a Torino, ed in quella circostanza FRANCESCO MARIA ZANOTTI scriveva al Morgagni (15 ottobre 1720): «Non vi scrissi già della gita del padre Corazzi a Turino, chiamato colà per spiegare le matematiche; ora ve lo scrivo, e dicovi che questo potrebbe aprire un concorso ad una lettura di algebra, nel quale potrebbe farsi distinguere il valore del Signor Gabriele Manfredi, *se già non vogliamo piuttosto che si distinguesse la sciocchezza nostra, che avendo i* *grandi uomini, non ce ne sappiamo valere*»[137].

§ III.
L'astronomia in Bologna nel secolo XVIII
I segretari dell'Istituto – Cenni biografici.

1. EUSTACHIO MANFREDI (Bologna 1674-1739). – Fu il maggiore dei sei figliuoli di ALFONSO, notaio, e di ANNA FIORESI. I suoi tre fratelli: GABRIELE, EMILIO, ERACLITO, ebbero buon nome nelle scienze e nelle lettere, e le sorelle MADDALENA e TERESA, furono dotte, sagaci ed operose collaboratrici dei fratelli nelle operazioni e nei calcoli astronomici.

A sedici anni EUSTACHIO promuoveva e costituiva l'*Accademia «degli Inquieti»*, ed a diciotto conseguiva la laurea in entrambe le leggi. Ma presto lasciò la giurisprudenza per le scienze esatte: fu iniziato dal celebre GUGLIELMINI alle discipline matematiche ed alle operazioni astronomiche, e nel 1699 fu chiamato alla lettura «*ad Mathematicam*» nel nostro Studio. Nel 1704 fu inoltre prorettore del *Collegio Montalto*, e nel 1711 anche *Sovraintendente delle acque nel territorio bolognese ed astronomo nell'Istituto marsigliano*.

Quest'ultima carica gli impose l'obbligo di sorvegliare la costruzione della Specola, nella torre che anche oggi domina, colla sua mole armoniosa, gli edifici universita-

137 Cfr. *Carteggio tra G. B. Morgagni e F. M. Zanotti*, Bologna 1875, p. 101.

ri, e la installazione in essa degli strumenti astronomici, che fu ultimata nel 1725. Quivi egli potè, con più agio, continuare il calcolo delle *Effemeridi*, delle quali ha dato alla luce quattro volumi, che sono relativi agli anni dal 1715, al 1750.

Quest'opera, insieme con le altre su questioni astronomiche, pubblicate da EUSTACHIO, resero famoso l'osservatorio astronomico di Bologna, ed a riconoscimento del loro valore, EUSTACHIO fu chiamato (nel 1726) ad uno degli otto posti, riservati agli stranieri nella Accademia delle scienze di Parigi. Dal 1729 egli fu anche inscritto fra i membri della Società reale di Londra.

Due sue memorie astronomiche furono pubblicate nei volumi degli anni 1734, 1738, negli *Atti della Accademia di Francia.*

La sua produzione scientifica continuò attivissima, in tutti i rami da lui coltivati, e si esplicò nella stampa di più che 30 Opere, delle quali furono pubblicate dopo la sua morte: *Le Annotazioni al Trattato della Natura dei fiumi* di D. GUGLIELMINI (1739), *Elementi della Cronologia* (1744), *Istituzioni astronomiche* (1749), *Elementi della geometria piana e solida e della trigonometria* (1755).

2. – I RIFORMATORI DELLE LETTERATURE ITALIANE.

EUSTACHIO MANFREDI partecipava attivamente a tutte le manifestazioni del movimento letterario che allora si affermava a Bologna[138]: il *Collegio Montalto*, ai tempi della sua permanenza colà, fu centro di dotte, piacevoli riunioni. Colà convenivano, insieme col Manfredi, il poeta Ghedini, tre degli Zanotti: Eustachio, che doveva poi succedere al Manfredi nella lettura universitaria e nell'Osservatorio astronomico, Francesco Maria, che fu prima Segretario, poi presidente dell'Istituto, Gian Pietro, pittore; tutti letterati e poeti.

Più tardi, quando Lelio della Volpe ebbe trasportato la sua *Bottega di libreria* sotto i portici dei Pollaroli, dirimpetto al palazzo del Comune, si formò in quella bottega un centro, sotto molti rispetti analogo a quello che ai tempi del Carducci è stata la *Bottega dello Zanichelli.*

Eustachio Manfredi non fu estraneo a nessuna delle Accademie letterarie che allora fiorivano in Italia. Contribuì alla fondazione della *Colonia Renia*, filiale della «*Arcadia*», fu socio della «*Crusca*», e collaboratore del *Giornale dei letterati d'Italia*. Tenne corrispondenza coi maggiori letterati e poeti che allora fiorivano in Italia ed in Francia. Sono stati pubblicati, e più volte ristampati, vari volumi di lettere da lui scritte od a lui indirizzate, ma molte rimangono tuttora inedite, manoscritte nelle nostre biblioteche.

Fu dei primi in Italia, che osarono contrapporre alle esagerazioni seicentesche, la semplicità e la leggiadria

138 Cfr. D. Provenzal, *I riformatori della bella letteratura italiana: E. Manfredi, G. P. Zanotti, F. A. Zanotti, F. A. Ghedini, F. M. Zanotti.* «Studio di storia letteraria bolognese del secolo XVIII», Rocca San Casciano, Cappelli, 1900.

dei nostri trecentisti. Il suo volume di versi ha già avuto 10 edizioni, (l'ultima è del 1888), le sue canzoni sono fra le poche sfuggite al naufragio di tante poesie liriche del secolo XVIII, quella da lui composta nell'anno 1700 in lode di Giulia Vandi, è considerata tuttora come la più bella fra le scritte in quel secolo.

3. – Eustachio Zanotti, figlio di Gio-Pietro, fu istruito nelle matematiche dallo zio Francesco-Maria, e nella Astronomia, da Eustachio Manfredi. Dal 1729 fu coadiutore del Manfredi alla cattedra astronomica dell'Istituto Marsigliano e, dopo la morte di quel celebre astronomo (1739), subentrò a lui, sia nella cattedra marsigliana, sia nella lettura universitaria di astronomia.

Nel 1760 mutò la lettura universitaria di Astronomia in quella di Idrometria, nel 1871 fu fatto presidente dell'Istituto.

La sua opera, come *astronomo dell'Istituto*, ha reso celebre il suo nome, ed ha innalzato la fama della astronomia bolognese.

Terminata la fabbrica dell'Osservatorio marsigliano, e collocati gli strumenti nella specola, era necessario, anzitutto, il precisarne l'orientazione geografica, e specialmente la latitudine.

Ciò fece il Manfredi, insieme coi suoi allievi Eustachio e Francesco-Maria Zanotti, osservando la Polare con tre istrumenti: due quadranti mobili ed un semicerchio murale. Le tre serie di osservazioni confermarono i risultati già ottenuti dallo stesso Manfredi, nell'Osservatorio privato del MARSIGLI.

EUSTACHIO ZANOTTI, a lui succeduto, si segnalò subito colla scoperta della cometa di quello stesso anno, della quale fece molte e buone osservazioni, e calcolò l'orbita, nella supposizione che fosse parabolica; analoghi calcoli fece per la cometa del 1742.

Nel 1741 l'Osservatorio si arricchiva di due nuovi, preziosi strumenti: cioè un quadrante murale di 1 metro e 20 cm. di raggio, ed uno strumento dei passaggi di 1 metro di fuoco. Lo ZANOTTI, con somma diligenza, mise a posto quei due strumenti, che si completavano a vicenda, e costituivano un impianto astronomico dei più notevoli, per quei tempi.

Col sussidio di quegli strumenti, l'attività dello ZANOTTI, e dei suoi allievi, produsse negli anni 1748, 49, un catalogo di 447 stelle, oltre a numerose osservazioni del sole e dei pianeti, ed alla compilazione dei volumi delle effemeridi, di 12 in 12 anni, nella forma adottata dal MANFREDI, da lui in qualche particolare perfezionata.

Questi grandi lavori conferirono allo ZANOTTI, ed alla Specola dell'Istituto, una meritata celebrità.

Nel 1750, a richiesta dell'Accademia di Parigi, si intrapresero lavori astronomici destinati a dare una determinazione più esatta della distanza della luna dalla terra. Fu necessario di fare nel nostro emisfero, osservazioni corrispondenti a quelle che il LACAILLE andava a fare al Capo di Buona Speranza. Lo ZANOTTI fu uno degli astronomi designati per questo lavoro, e le sue osservazioni furono riconosciute fra le più esatte.

Lo Zanotti ebbe anche il merito di aver rimediato i guasti che, coll'andar del tempo, erano avvenuti nella meridiana di San Petronio, con una serie di operazioni che hanno assicurato, per molti secoli, la perfetta stabilità di quell'insigne stromento. Egli potè, poi, giovarsene per una più esatta determinazione dell'altezza del polo, della obbliquità della eclittica, e della misura dell'anno. Dalle sue osservazioni solstiziali fatte a quel gigantesco gnomone, egli trasse la convinzione che, almeno in quegli ultimi 80 anni, la latitudine di Bologna non era cambiata[139].

4. Matteucci Petronio (Bologna ?-1800).[140] – Dal 1739 coadiutore di Zanotti alla cattedra di Astronomia nell'Istituto, fu suo sostituto dopo la morte di lui (1782). Osservò collo Zanotti le comete del 1739, 1744; diresse i restauri del gnomone di Cassini, osservò il *passaggio di Mercurio* del 1780; pubblicò le *effemeridi* dal 1797 al 1810. Fu accademico benedettino, e lesse Astronomia all'Università dal 1767-68 al 1799-800.

5. – Dopo di lui fu un continuo succedersi di nuovi

---

139 Cfr. Zanotti Eustachio, *La meridiana del tempio di S. Petronio*, Bologna 1779. – Manfredi Eustachio, *De novissima meridianae lineae*. «Commentari», vol. I, Bologna 1748, pp. 258-589.

140 Secondo http://www.treccani.it/enciclopedia/petronio-matteucci_%28Dizionario-Biografico%29/ nacque a Bologna, nella parrocchia di S. Tommaso del Mercato, il 4 ott. 1717 e ivi morì nel 1800 [nota per l’edizione elettronica Manuzio].

direttori nella specola bolognese: il matematico G. SALADINI, il fisico G. B. GUGLIELMINI, l'abate L. CICCOLINI, il bolognese P. CATUREGLI.

Morto il CATUREGLI nel 1833, non fu sostituito nè alla cattedra, nè alla direzione dell'Osservatorio, che rimase per 11 anni affidato agli assistenti BERTELLI e CESCHI. Si ebbe un periodo di rinascita, sotto la direzione di IGNAZIO CALANDRELLI (1845-1848), e di LORENZO RESPIGHI (1849-1865), poi la nostra specola di nuovo decade, e solo ai nostri tempi ha potuto riprendere il suo posto nel mondo scientifico[141].

L'abbate IGNAZIO CALANDRELLI (Roma 1792-1866), venuto a Bologna verso la fine del 1845, ottenne dal governo pontificio i mezzi per l'acquisto e l'impianto di un *cerchio meridiano*, costruito da ERTEL a Monaco, in sostituzione del quadrante murale e dello *strumento dei passaggi di Sisson*, già invecchiati, e deteriorati.

Mise a posto il nuovo strumento nel 1851, quando egli non era più direttore dell'Osservatorio di Bologna, per esser stato richiamato a Roma, nel 1848 da PIO IX, come professore di Astronomia e direttore del nuovo Osservatorio sul Campidoglio, allora in via di formazione.

Fu successore del CALANDRELLI un giovine allievo della Specola bolognese: LORENZO RESPIGHI (Cortemaggiore

141 Le notizie astronomiche superiormente esposte sono state ricavate dall'articolo: *L'Astronomia in Bologna*, di MICHELE RAYNA. «Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani», vol. XXXII, anno 1903.

1824-Roma 1889), che ebbe nel nostro Studio cattedra di matematica nel 1849, quella di Astronomia nel 1851 e la direzione dell'Osservatorio nel 1855.

Nel periodo bolognese della sua vita scientifica, impiegò il *cerchio meridiano di* ERTEL in una nuova determinazione della latitudine, scoprì due comete, ed iniziò le sue osservazioni delle stelle circumzenitali, per le quali ideò e fece costruire un nuovo cannocchiale zenitale.

Nelle Memorie della nostra Accademia sono contenuti i suoi primi lavori: sul pendolo conico, sul clima bolognese, sulla influenza del moto dei mezzi rifrangenti sulle direzioni dei raggi luminosi,... Nel 1865 fu chiamato ad insegnare Ottica ed Astronomia nella Università romana, e dopo la morte del CALANDRELLI, ebbe la direzione dell'Osservatorio del Campidoglio, dove potrà continuare i suoi studi e le osservazioni astronomiche.

Salì a grande altezza, sia nel campo dell'Astronomia di precisione, che in quello dell'Astrofisica.

6. – VITTORIO STANCARI (Bologna 1678-1709), fu secondo Segretario generale dell'Istituto dopo EUSTACHIO MANFREDI. Uno dei più grandi ingegni – abili a tutte le scienze –, che vissero in Bologna nel primo quarto del secolo XVIII.

Dopo di aver appreso gli elementi di Geometria e del Calcolo algebrico, ricorse al GUGLIELMINI per essere istruito sulla Geometria più sublime. In questo studio ebbe compagno GABRIELE MANFREDI, ed insieme coi fratelli MANFREDI, sotto la guida del GUGLIELMINI, osservava la notte gli eclissi dei satelliti di Giove, e nella giornata, le altezze del sole nel mezzodì, alla meridiana di San Petronio.

Laureato in filosofia il 4 maggio 1704, nello stesso anno fu fatto *Segretario perpetuo della Accademia degli Inquieti*, che allora aveva sede nel palazzo dei MARSIGLI. Gran folla di gioventù studiosa era quotidianamente al fianco dello STANCARI, nel *Museo Marsigliano*, e non gli lasciava un momento di respiro colle interrogazioni sopra la natura, le proprietà, l'uso, il significato scientifico di ciascuno dei moltissimi oggetti raccolti in quel ricchissimo museo.

Egli era, oltre a ciò, affaticato dalle lezioni che doveva impartire nel *Collegio dei Nobili*, sulla Geografia e l'Architettura militare.

La notte del 10 agosto 1708, mentre era intento ad osservare le Pleiadi, ecclissate dalla luna, fu sorpreso da uno sbocco di sangue. Si riebbe; ed ai 20 di ottobre ebbe dal Senato bolognese la nomina alla cattedra: «*ad algebram sive analysim tam communem quam infinitorum*», per lui appositamente istituita.

Sulla fine di novembre fece una prelezione sul *Calcolo degli infiniti*, cui, fino al principio del seguente gennaio, tennero dietro applauditissime lezioni su quella materia che, egli per primo, insegnava pubblicamente in Italia.

Ma quell'inverno fu frigidissimo: egli fu costretto ad interrompere le lezioni, ed a guardare il letto, ed il 18 marzo moriva, in età di anni 31 non ancora compiuti.

Eustachio Manfredi raccolse in un libro[142], ora divenuto assai raro, 12 delle molte memorie accademiche scritte dallo Stancari. Ma forse maggior interesse avrebbero avuto quelle contenute nel manoscritto intitolato: «*Codex adversariorum, in quo Cycloides rectificatio, hyperbolae quadratura per logarithmicam, lineae ex evolutione circuli genitae, item infinitorum spiralium dimensio, tractoriae proprietates quaedam, a Stancario reperta*», che è andato smarrito.

Di lui scriveva Francesco Maria Zanotti: «Fuit summo ingenio, singulari modestia, incredibili candore animi, neque post ejus obitum alius quisquam in Academia fuit, qui aliena studia aeque, ut ille, commoveret, atque

142 Intitolato: «*Schedae mathematicae post ejus obitum collectae, ejusdem observationes astronomicae*», Bon. 1713. Contiene: 1°) De aeris et hydrargyri in fistulis aequilibrio, a. 1704; 2°) Curvae isochronae demonstratio, a. 1705; 3°) Determinatio temporum, quibus vasa quaelibet per foramina fundo insculpta aqua vacuantur, a. 1705; 4°) De aquarum erogatione per foramina verticalia figurae cujuslibet, a. 1705; 5°) De instrumento, quo gradus dilatationis aeris in machina pneumatica distinguuntur, a. 1705; 6°) De athmosphaerae densitate per curvas quasdam lineas demonstranda, a. 1706; 7°) De curvitudine radii luminis oblique aerem traiicientis. Ex codice adversariorum, a. 1706; 8°) De certa soni mensura constituenda, a. 1706; 9°) De Mariotti et Picardi experimentis, quibus ostenditur partem esse in sensorio visus, quae visa destituatur, a. 1706; 10°) De quibusdam soni proprietatibus, a. 1707; 11°) De aeris elatere, a. 1708; 12°) De thermometris ab Amontonio recens inventis, a. 1708.

incitaret; videbatur enim ad id natus, institutusque. Nemo illum non lacrimis: et magno maerore pro eo, ut justum erat, prosecutus est, Academia autem sic luxit, ut mater orba filium unicum».

7. Francesco Maria Zanotti (Bologna 1692-1777). – Diciottesimo figlio di Giov-Andrea Cavazzoni-Zanotti. Fu iniziato alle teorie algebriche dallo Stancari, alle Geometrie da Eustachio Manfredi, e da Geminiano Montanari, che ebbe anche ad erudirlo in Scienze naturali. Nel 1718 fu nominato lettor pubblico di filosofia nello Studio, e nelle sue lezioni, spiegava, insieme coi sistemi filosofici, anche fondamenti delle teorie scientifiche del Cartesio e del Newton. Nell'anno 1737-38 tenne anche un corso di fisica.

Associato alla *Accademia dell'Istituto* fin dal 1718, fu dapprima incaricato di compilare gli indici della biblioteca, che mancavano, e, dal 1723, fu fatto *Segretario dell'Istituto*, succedendo a Matteo Bazzani, che da segretario era stato fatto Presidente.

Pressantemente incitato dall'Accademia, prese sopra di sè il pesante impegno della *Redazione degli Atti Accademici*, dei quali compose 5 Tomi in 8 volumi. Nel 1866 fu nominato presidente, in sostituzione di Jacopo Beccari.

Scrisse molte elegantissime lettere in lingua volgare e non poche in lingua latina. Alcune di esse si leggono nei volumi delle «*Lettere famigliari di scrittori bolognesi*», più volte ristampate. Il suo «*Carteggio*» con G. B.

Morgagni, è stato raccolto e pubblicato da Gino Rocchi, in Bologna l'anno 1875. Contiene 307 lettere in lingua italiana e 12 epistole in latino, scambiate negli anni dal 1712 al 1769. Le sue «*Poesie volgari e latine*», furono stampate prima in Firenze, poi di nuovo in Bologna l'anno 1757.

Le *Opere complete*, in nove volumi, stampate dopo la sua morte, in Bologna nel 1779, contengono, fra altro, una trentina di *Dissertazioni* su varie parti della Matematica pura ed applicata. In quelle, e, sopratutto, nella *Composizione dei Commentari dell'Istituto di Bologna*, si manifesta quell'eclettismo scientifico-letterario, che fu invidiabile prerogativa degli scienziati bolognesi, di quel tempo, e che in lui ebbe uno dei più insigni rappresentanti.

Quei *Commentari*, in elegante idioma latino, danno ampia relazione di tutto ciò che di notabile era avvenuto nell'Istituto, e delle dissertazioni recitate, o presentate dagli Accademici nell'Accademia. Ciò che ha mosso meraviglia, si è come egli abbia saputo esporre con sicura padronanza, ordine, facilità, chiarezza tante e così varie dottrine, quante erano allora coltivate dagli Accademici dell'Istituto; di modo che molti amavano meglio di leggere le cose scritte nei *Commentari*, anzichè negli *Opuscoli* dai loro autori. Si giunse a tanto, che il Presidente dell'Istituto, J. Beccari, ed altri Accademici, cominciarono a pensare, se non fosse meglio per l'innanzi, lasciare di stampare negli Atti gli Opuscoli degli Autori, rimettendo tutto ai Commentari. Il che poi non si fece, per la repugnanza che ne ebbe il segretario stesso[143].

Per la morte del prof. J. BECCARI, presidente dell'Istituto, il Senato di Bologna nominò presidente il ZANOTTI, con preghiera di conservare tuttavia il segretariato. Ma a questa seconda parte, il ZANOTTI non volle consentire, dichiarando esser suo desiderio che quale segretario si dovesse nominare il suo Aiuto: SEBASTIANO CANTERZANI, il che avvenne.

Come *segretario dell'Istituto,* tenne il ZANOTTI carteggio con tutti gli scrittori e gli scienziati più reputati di quel tempo, i quali lo ebbero in gran pregio. Il FONTANELLE, dopo aver ricevuto un volume dei Commentari, così gli rispondeva (nel 1750): «J'y ai trouvé tout ce qu'on peut désirer dans un pareil ouvrage; une profonde connaissance des différentes, et très différentes matières, une extrème netteté dans les explications, et autant d'élégance, qu'un semblable fond en peut permettre».

Ed il VOLTAIRE, nello stesso anno, gli scriveva esser dolente di dover morire, senza aver potuto prima conoscere di persona un tant'uomo nel ZANOTTI, e di non poter vedere l'Italia, madre delle Scienze[144].

8. SEBASTIANO CANTERZANI (Bologna 1734-1819). – Laureato in filosofia nel 1756, ebbe pel 1760-61 la lettura universitaria di Astronomia. Nel 1766, nominato *Se-*

---

143 Cfr.: *Notizie della vita e degli scritti di F. M. Zanotti raccolte e pubblicate da* GIOVANNI FANTUZZI, Bologna 1778.

144 P. PREDIERI, *Relazione storica delle cariche dell'Accademia dell'Istituto*, Bologna 1870, p. 60.

gretario dell'Istituto, e *dell'Accademia*, in sostituzione di F. M. ZANOTTI, lasciò la cattedra universitaria di Astronomia per quella di Ottica, che gli lasciava maggior agio di attendere ai molteplici, delicati ed onerosi impegni che seco traeva il segretariato accademico. Nell'esercizio di questo ufficio il CANTERZANI seguì l'esempio del[145] suo predecessore: ZANOTTI, ed al pari di lui versato in ogni scienza, di buon grado accolse l'invito di passare all'insegnamento della Matematica Universale, nel 1786, e da questo a quello della Fisica, nel 1800. Solo nel 1802 egli potè, peraltro, effettivamente accedere a tale cattedra, essendo stato, nel frattempo, sospeso dall'insegnamento, per essersi rifiutato di prestare il giuramento civico, richiesto dal governo della repubblica cisalpina. Nel 1808 cessava da ogni insegnamento per aver ottenuto regolare quiescenza.

Nominato, nel 1797, *presidente dell'Istituto*, il CANTERZANI conservò tale carica anche quando l'Istituto di Bologna fu dichiarato *Istituto Nazionale*, ed a segretario perpetuo dell'Accademia fu nominato L. PALCANI, di cui dovremo più oltre far parola.

SEBASTIANO CANTERZANI ha lasciato un gran numero di pubblicazioni sopra tutti i vari rami di scienza matematica che allora erano coltivati, dimostrando soda cultura e feconda versatilità di studioso.

9. LUIGI PALCANI CACCIANEMICI (Bologna 1748-Milano

145 «del» manca nel testo di riferimento [nota per l’edizione elettronica Manuzio].

1802). – Laureato in filosofia nel 1767, fu, nel 1771 eletto professore di Nautica nell'Istituto. Nell'anno 1788 ebbe anche la cattedra di Fisica nell'Università, e da questa passò a quella di Matematica applicata nel 1801.

Elegante oratore e scrittore facondo fu, al pari dei suoi predecessori nella carica di *segretario dell'Istituto*, di vivace versatilità di spirito abile a tutte le scienze.

Nel tempo del suo segretariato, avvenne la nomina di Napoleone I a membro dell'Istituto, e fu lo stesso Palcani a sottoscrivere la lettera di nomina. Quella lettera, della quale si conserva copia in Atti, termina colle parole:

«Ho l'onore, per l'ufficio mio di darvene parte, e l'incarico di ricordarVi che Alessandro tenne cara la cittadinanza di Corinto, poichè seppe che questa non s'era offerta che ad Ercole ed a lui: ma nella celebrità dell'acclamazione niun Ercole Vi precedette. Quale Alessandro sarà giammai creduto degno di seguirvi?»

Chiamato nel 1801 a Milano, per regolare il trasporto della Università di Bologna nel Palazzo dell'Istituto, il Palcani contrasse colà grave malattia che lo condusse al sepolcro nel febbraio 1802.

10. Giuseppe Venturoli (Bologna 1765-1846). – Scolaro del Canterzani, del Matteucci, del Palcani, conseguì la laurea in filosofia nel 1789. Fu nominato professore onorario nel nostro Studio nel 1795, rappresentò l'Istituto di Bologna ai *Comizii di Lione*, e tornato in patria nel 1802, ebbe la cattedra di *Matematica applicata*

nella nostra Università, e fu nominato *Segretario perpetuo* dell'Accademia dell'Istituto.

Nel 1806 dava alle stampe il I volume del suo *Trattato di meccanica* e l'anno seguente, completava l'Opera con un secondo volume di *Idraulica.* Quest'opera, nelle molteplici sue edizioni e nelle traduzioni in lingue straniere, ebbe grande diffusione, e fu per molti anni libro di testo negli Istituti Universitari.

Nell'ottobre 1817 il VENTUROLI fu chiamato a Roma, quale *Presidente del Consiglio di Arti e Direttore della Scuola di Ingegneria*. Seppe quivi creare quell'indirizzo teorico-pratico, che ha dato professionisti e professori valorosi anche ad altre regioni d'Italia.

Per le alte sue doti di scienziato, di professionista, di cittadino salì in alta fama e guadagnò la fiducia e la stima delle autorità politiche, che della sua opera e dei suoi consigli si servirono nelle delicate questioni che si presentarono nella restituzione ad autonomia politica e sociale dello Stato Pontificio, dopo la invasione napoleonica. La sua opera fu particolarmente preziosa nelle vicende che accompagnarono la restituzione dell'Accademia di Bologna nei suoi antichi diritti e privilegi.

11. GIAMBATTISTA MAGISTRINI (Maggiora, presso Novara, 1777-Bologna 1849). – Professore di Calcolo sublime nella nostra Università dal 1804, fu membro, poi *Segretario dell'Istituto*.

Ha lasciato buone pubblicazioni sul Calcolo delle differenze finite (1806), sulla Teoria delle Ombre (1809), sulle Macchine aerostatiche (1821), sulla integrabilità delle equazioni fondamentali della Idrodinamica (1817), sul confronto del calcolo delle funzioni di Lagrange con l'ordinario Calcolo differenziale.

12. Domenico Piani (Faenza 1803-Bologna 1870). – Fu *l'ultimo Segretario dell'antica Accademia*. Ed anche forse l'ultimo degli eclettici bolognesi. Non solo, infatti egli era versato nelle scienze fisiche e matematiche, tanto da esser chiamato alla cattedra di Astronomia ed Ottica nel nostro Studio; ma anche in Geografia, in Statistica, nella pubblica Economia, nella Storia politica e civile e militare dei diversi popoli, e nella Letteratura italiana e latina.

Nel 1829 rinunziò alla cattedra universitaria per dedicarsi esclusivamente all'*ordinamento delle carte dell'Accademia*. «Riordinato l'Archivio antico, e provveduto di registri analitici per materie e per autori, composti quindi degli elenchi dei nomi occorrenti tanto dell'antica come della ripristinata Accademia, rese in pochi anni facile ai posteri di conoscere tutte le memorie, le corrispondenze, i documenti e le carte esistenti nei molti cartolari che dall'anno 1690 giungono fino a noi» (così scriveva il Predieri nella sua «*Relazione storica e cronologica sulle cariche dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna*», nel 1870).

13. – CENNI BIOGRAFICI DI ALCUNI ALTRI MATEMATICI BOLOGNESI DI QUEL PERIODO.

I – Geminiano Rondelli (Roncocasaglia, presso Modena, 1652-Bologna 1735). – Passò quasi tutta la sua vita a Bologna, dove fece i suoi studi, e si laureò in filosofia l'anno 1687.

Lesse *matematica* nel nostro Studio dal 1689 al 1700, *Idrometria* dal 1700 al 1739. Fu anche *bibliotecario* e professore di *Architettura militare* nell'Istituto marsigliano.

Ebbe gran nome come cultore eclettico delle scienze matematiche e naturali, e molto grido come insegnante.

II – Ercole Corazza (Bologna 1669-Torino 1726). – Monaco olivetano, vestì l'abito di quella religione a Bologna l'anno 1689. Dal 1710 fu lettore di *Algebra* nel nostro Studio; dal 1711 anche professore di *Architettura militare* nell'Istituto marsigliano.

Si trasferì, nel 1720, a Torino, professore di Algebra in quella Università.

III – Domenico Pasi (Bologna?–1749). – Laureato in medicina e filosofia nel 1695, ebbe nel 1699 una lettura di *Matematica ed Astronomia* che tenne fino al 1738 per passare poi a quella di *Geometria elementare sintetica*. Nel 1740 venne giubilato, ma fu conservato nei Rotuli fino alla sua morte.

IV – Eraclito Manfredi (Bologna 1674-1759). – Terzo dei fratelli Manfredi. Fu coadiutore alla cattedra di Chimica dell'Istituto, al tempo in cui colà era titolare

Bartolomeo Beccari. Nel nostro Studio fu professore *onorario* di *matematica* dal 1731 al 1739, *ordinario di idrometria* ed *idrostatica* dal 1739 alla morte.

V – Collina don Abbondio (Bologna 1691-1753). – Monaco camaldolese. Dal 1724 professore di *Geografia e Nautica* nell'Istituto marsigliano; lettore di *Geometria*, nello Studio, dal 1724 al 1740; di *Meccanica* dal 1740 al 1753.

VI – Gregorio Casali Bentivogli Paleotti (Bologna 1721-1802). – Marchese, senatore,... Professore di *Architettura militare* nell'Istituto marsigliano dal 1750; dal 1756 anche di *Meccanica*, nella Università bolognese. Dal 1800 di *Matematica* nella Università napoleonica, dove fu anche *Rettore* dal 1800 al 1802 (anno di sua morte). Era accademico benedettino.

Per le sue rare qualità di mente e di cuore, e per le sue vaste cognizioni scientifiche era universalmente stimato.

VII – Caldani Petronio (Bologna 1735-Padova 1808). – Laureato in filosofia nel 1758, lesse *Geometria analitica* nel nostro Studio dal 1764 al 1800. Ebbe fama di buon matematico.

VIII – Pedevilla Gio-Antonio (Bologna?-1808). – Laureato in filosofia nel 1762, insegnò *Matematica* dal 1768 al 1782, *Idrometria* dal 1783 al 1796, *Geometria elementare sintetica* dal 1797 al 1799.

Fu anche vicebibliotecario dell'Istituto marsigliano.

CAPITOLO QUINTO

L'EPOCA NAPOLEONICA
E LA RESTAURAZIONE PONTIFICIA

PREMESSA

Un quinto periodo della nostra Storia potrebbe, a rigore, comprendere tutto il secolo XIX. Ma a partire dal 1859 incomincia per Bologna un'era nuova nella storia della matematica, la quale è ora appunto nel suo pieno rifiorire.

Nella prima metà di quel secolo troviamo due successivi periodi il primo dei quali può dirsi di *stasi*, e comprende gli ultimi 15 anni di governo napoleonico, cui seguirono 14 anni di *inerte provvisorietà*, per dar luogo ad una *netta, progressiva decadenza*.

§ I.
L'Accademia delle scienze di Bologna durante l'epoca napoleonica e la restaurazione pontificia.

1. – Uno dei più oscuri periodi della storia della scienza in Italia è quello che si inizia sullo scorcio del secolo XVIII colla invasione francese e continua, dopo la caduta del regno napoleonico e la restaurazione dei tirannelli locali, nella prima metà del secolo XIX.

La soggezione allo straniero non era mai parsa più supina, nè più umiliante. Perduta la indipendenza politica, anche negli staterelli che avevano parvenza di autonomia, perduto il predominio culturale, cessati i commerci, cadenti le industrie soverchiate in ogni ramo dalla concorrenza forestiera, immiserito il paese, fiaccato l'orgoglio nazionale.

Il giudizio della storia, promosso da studi oggettivi di illustri cultori italiani e stranieri, ha, in parte almeno, ristabilito la verità dei fatti, ed ora si legge, anche in diffusi manuali stranieri[146] (meglio forse che in taluni italiani), ciò che il nostro LIBRI era riuscito a provare, e cioè che l'Italia fu culla del rinascimento, non solo delle Lettere e delle Arti, ma delle Scienze; e che Scienze, Lettere ed Arti dall'Italia passarono ai paesi vicini. Nessuno più intende ora negare il primato scientifico dell'Italia nel secolo XVI, ed in parte del secolo XVII;

146 Cfr. p. es. H. G. ZEUTHEN, *Histoire des mathématiques*, pp. 286-287.

ma di troppo ancora è trascurato il contributo recato, al sorgere della scienza moderna, dai matematici italiani del secolo XVIII e del primo quarto del secolo XIX. Il loro nome è caduto in oblìo, e le loro opere furono oscurate dalla fama delle opere che allora fiorivano in Francia, in Germania, in Inghilterra.

Quelle opere furono confidate agli Atti di *Accademie* che nell'epoca napoleonica o cessarono del tutto, o caddero in discredito, e nessuno ora pensa a trar quei volumi dalla polvere delle biblioteche.

Il Brioschi, nella sua Memoria «*Sulla risolvente di Malfatti per le equazioni del V grado*», pubblicata nelle *Memorie dell'Istituto Lombardo* del 1863, osserva che: «Le scienze matematiche ebbero in Italia nella seconda metà del secolo XVIII valentissimi cultori, le cui opere poco note fra noi, sono quasi sconosciute agli stranieri. La storia della matematica in questo periodo di tempo *è così strettamente legata a quella delle nostre Accademie scientifiche*, che soltanto frugando con diligenza negli Atti della Società italiana delle scienze, in quelli delle Accademie di Torino, di Bologna, di Siena,... possiamo formarci un esatto concetto del fiorire fra noi di questi studi in quell'epoca».

2. – Le vicende della *nostra Accademia* nell'epoca napoleonica e nei primi 14 anni del restaurato dominio pontificio sono variamente narrate dagli storici. Giocando sull'equivoco fra «*Accademia delle scienze dell'istituto*» ed «*Istituto*», si è voluto far credere che nel perio-

do dal 1804 al 1829 essa abbia cessato di esistere come corpo scientifico, perchè disciolta da Napoleone, e ripristinata, poi, dal Pontefice Pio VIII.

Documenti autentici, sincroni esistenti negli Archivi della nostra Accademia, ed in particolare i verbali autografi delle sedute, ininterrottamente tenute in tutto quel periodo, le informazioni del segretario perpetuo alle autorità politiche, e lo stesso «*Decreto di piena reintegrazione negli antichi diritti e privilegi*» del 1829, *comprovano* invece la *continuità, non solo della esistenza, ma delle funzioni, e ne illustrano la vita in uno dei più interessanti periodi della nostra storia nazionale*.

Una estesa relazione di quelle fonti si può leggere in una memoria stampata nel vol. XXV, serie IV degli *Atti e Memorie della nostra R. Deputazione di Storia Patria* (Bologna 1935), pp. 113-194)[147].

3. ISTITUTO NAZIONALE CISALPINO.

Il consiglio dei Sessanta della Repubblica Cisalpina, nella seduta del 14 maggio 1797 fissava in Bologna la sede dell'*Istituto Nazionale*; questa deliberazione fu resa esecutiva con Decreto del Direttorio Cispadano ed ebbe più autorevole conferma nella Legge 19 Brumale a. VI (10 nov. 1797) nella quale si decretava: «Considerando

---

147 Cfr. E. Bortolotti, *L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, durante l'epoca Napoleonica e la restaurazione pontificia*. «Rendiconto della R. Accademia di Bologna», anno 1935-36.

che a norma dell'Art. 297 della Costituzione ci deve essere per tutta la Repubblica un *Istituto Nazionale* incaricato di raccogliere le scoperte e di perfezionare le Arti e le Scienze; considerando ancora che ampi ed opportuni stabilimenti utili a questo oggetto distinguono la comune di Bologna, si decreta: *L'Istituto Nazionale della Repubblica cisalpina è fissato in Bologna*».

Questo decreto fu considerato come *conferma di erezione dell'Istituto di Bologna ad Istituto Nazionale*. E tale fu considerato anche in atti ufficiali. Per tacer d'altro, nell'*Elenco ufficiale dei Deputati alla Consulta di Lione*, si trova designato come «*Institut National*» la nostra *Accademia dell'Istituto*.

4. ISTITUTO NAZIONALE ITALIANO.

Fra i primi atti di governo compiuti dalla Repubblica Italiana, sono: «*Il Piano generale di pubblica istruzione*», quello di «*Studi e disciplina per le Università nazionali*» e gli «*Statuti ed il Piano disciplinare per le Accademie di Belle Arti*».

Gli uffici che furono affidati all'Istituto Nazionale risultano dai seguenti articoli della «*Legge fondamentale per la pubblica istruzione*», pubblicata il 4 settembre 1802:

«34. È posta alla disposizione del Governo l'annua somma di Lire 20m. da erogarsi in premi agli inventori di qualche utile scoperta di agricoltura o meccanica.

L'*Istituto* è *ricercato del suo giudizio* e pronuncia sul merito di tali invenzioni.

35. Il Governo presenta, entro due anni, al Corpo legislativo un *piano d'Istruzione elementare* uniforme per tutta la Repubblica.

36. Frattanto *col mezzo dell'Istituto Nazionale* e dei professori della Università, *fa preparare i libri elementari*, proponendo anche premi a quelli che presenteranno i migliori.

53. I professori delle due Università e degli altri stabilimenti dei quali all'art. 2, si eleggono per la prima volta dal Governo; ed, in progresso, col metodo seguente:

1°. Vacando una cattedra di alcuno dei suddetti stabilimenti i professori di essi si adunano avanti il prefetto, ed a maggiorità assoluta di voti propongono tre soggetti per coprirle, scelti fra gli attuali professori dei licei o ginnasi.

2°. Questa terna è *trasmessa all'Istituto Nazionale* che la riduce ad una dupla colla facoltà di introdurvi un nuovo candidato, anche estero, noto per non ordinario sapere, ritenendo uno solo fra i tre proposti.

3°. La dupla è presentata al Governo che elegge definitivamente uno solo dei due proposti.

I professori delle scuole speciali sono eletti dal Governo sopra una lista dupla, *presentata dall'Istituto Nazionale*[148].

---

148 Per la nomina dei professori dei licei e dei ginnasi, si istituì una Commissione di concorso per la nomina dei professori, composta di due ispettori generali, e di due professori di Università, *sempre quando si possa, membri dell'Istituto Nazionale*

70. Una commissione di tre individui *scelti dal Governo fra i membri dell'Istituto Nazionale*, è incaricata di proporre tutto ciò che crede utile al progresso degli studi, e di presentare alla fine di ciascun anno un quadro dello stato generale della istruzione della Repubblica[149].»

L'Art. I del Decreto 17 agosto 1802, proclamava «messo in attività l'Istituto Nazionale, a norma dell'Art. 121 della Costituzione e della Legge 29 Brumale VI. Ora tale legge *fissava in Bologna l'Istituto Nazionale*, ed era stato ufficialmente assunto, come tale, l'*Istituto di Bologna*, che fu detto «*Istituto Nazionale Cisalpino*». Ma è da notare che *sotto il nome di Istituto si indicavano stabilimenti essenzialmente fra loro diversi. L'Istituto di Bologna* corrispondeva alla *Facoltà di Scienze* presso le Università moderne, era cioè una istituzione scolastica di grado universitario. Ad esso era unita l'*Accademia delle Scienze dell'Istituto* la quale era una società di Dotti, che aveva per scopo il progresso della Scienza.

L'*Istituto Nazionale era una Accademia scientifica e letteraria, cui lo Stato affidava anche uffici consultivi, ispettivi, direttivi specificati dalla legge* 4 *Settembre*

(Boll. 1807, pp. 376-474). - [nota per l'edizione elettronica Manuzio]: *«474-376» nel testo di riferimento.*

149 Costituì poi l'Ispettorato generale, e da esso nacquero la Direzione generale di pubblica istruzione, e la Direzione generale di acque e strade (pure *tolte dall'Istituto*). Cfr. il Foglio Ufficiale pel 1805, p. 32.

1802, e che più tardi furono riassunti nel «*Regolamento organico dell'Istituto*».

Era dunque naturale che l'*Istituto Nazionale Cisalpino*, dovesse *intendersi identificato nella Accademia dell'Istituto, non già nello stesso Istituto di Bologna.*

E difatti, scorrendo gli Atti Accademici, troviamo che il Governo Nazionale richiese più volte all'*Accademia dell'Istituto* uffici che a norma di Regolamento spettavano all'*Istituto Nazionale*, e che furono esplicati per mezzo di commissioni formate da *soci dell'Accademia*. Ma, poichè quelli erano anche professori dell'Istituto, quell'equivoco permaneva, e molti fra i *membri della Accademia* tenendo gelosamente distinti i due titoli ed i due uffici, attribuivano all'Istituto marsigliano la qualifica di Nazionale, e seguitavano a chiamare, la propria, «*Accademia delle scienze dell'Istituto*», e non mostravano eccessive preoccupazioni per i mutamenti portati dal Decreto 17 agosto 1802 nelle *Costituzioni dell'Istituto Nazionale.*

In forza di quel Decreto il *Corpo accademico doveva essere completamente rinnovato, e limitato nel numero di 60 membri*, dei quali la metà da nominarsi la prima volta dal presidente della Repubblica, e l'altra metà dal Governo, entro una lista dupla, proposta dai membri eletti.

Le elezioni si fecero infatti nei giorni 5 ottobre 1802 e 6 aprile 1803, il corpo interamente costituito fu convocato il 3 maggio successivo, il Regolamento Organico dell'Istituto Nazionale fu proclamato in data 25 gennaio

1804.

Frattanto continuavano regolarmente a Bologna, per tutto l'anno 1802-03, le *Sessioni della antica Accademia*, e le *Commissioni emanate da questa, si occupavano anche in mansioni* (come la assegnazione del premio per il concorso alla medaglia in memoria della prima convocazione dei Collegi elettorali) *che erano di spettanza dell'Istituto Nazionale.*

Solo all'inizio del seguente anno scolastico (1803-04) l'*Istituto Nazionale* ebbe effettiva sistemazione; ma, piuttosto che creare una nuova istituzione in antitesi colla vecchia, *si volle che il nuovo Istituto apparisse come diretta continuazione dell'antica Accademia bolognese*; e ciò si fece al modo seguente:

Le cattedre, i gabinetti, i musei, la biblioteca dell'Istituto di Bologna, furono aggregati alla Università, così dei due stabilimenti se ne formò uno solo, partecipe dei comodi di entrambi, del quale fu stabilita la sede nel *Palazzo dell'Istituto*, che si denominò «*Della Università*».

L'*Istituto marsigliano* di Bologna, che da quel momento cessava di essere autonomo, *entrava a far parte integrante della Università* come *Facoltà Fisico-Matematica*, ma contemporaneamente veniva promulgato il «*Piano degli studi*» che, per tutti gli insegnanti e per tutte le istituzioni universitarie, rendeva uniforme la applicazione dei principii e del metodo che il Marsili aveva propugnato nel suo «*Progetto di riforma dello Studio*». L'Università lasciava l'avita sede dell'Archiginnasio, per entrare nel Palazzo dell'Istituto.

L'*Accademia delle Scienze*, cessava di essere Accademia dell'Istituto, e, compiendo la evoluzione iniziata al tempo della Repubblica Cisalpina, *era, come allora si disse*: «*Concentrata e rifusa nell'Istituto Nazionale*.»

5. – LA SEZIONE BOLOGNESE DELL'ISTITUTO ITALIANO DI SCIENZE E LETTERE, E L'ATENEO.

L'Istituto Nazionale rimase a Bologna finchè ebbe vita, cioè fino a tutto il 1810 (solo nel maggio dell'anno seguente ebbe effetto la riforma di cui ora parleremo) e *tutti i volumi degli Atti dell'Istituto sono stati pubblicati a Bologna*. Ma, incamminate le varie istituzioni scolastiche su strada sicura, e formati presso il Governo centrale gli opportuni organi di vigilanza e di consulta, esso si avviava a diventare semplice *Accademia letteraria*.

Si faceva intanto pressioni presso il Vicerè d'Italia, e presso l'Imperatore per il *trasporto a Milano della sede dell'Istituto*. Un decreto a tale oggetto era stato apprestato, ma, quando fu inviato all'*Imperatore*, questi rispose in data 18 maggio 1808, ad EUGENIO NAPOLEONE: «Mon fils, vous ne trouverez pas à Milan le nombre de savants que vous demandez, et il resulterait de cela plus de mal que de bien. Ou l'on serait obligé de nommer des hommes sans talent, ou ils ne resteraient plus à Milan. Il faudrait: 1°. que l'*Institut du royaume* se constitue des académies de *Pavie, Bologne, Venise*, et *Padoue*; 2°. que chaque académie sera organisée de la manière suivante (à peu près comme vous organisez l'Institut); 3°. que les membres de l'académie ne prendront pas le titre de *membres de l'Institut d'Italie*, mais celui de *membres de l'académie* de... (en repartissant le nombre total entre ces cinq villes en proportion de leur importance), et que ils toucheront la somme de... du trésor» (*Corréspondance de Napoléon I publiée par ordre de l'Empereur Napoléon III*, Paris 1858, T. XVII, p. 156, n. 13926).

Ciò fu fatto con decreto 25 dicembre 1810, nel quale inoltre si cambiava il nome di *Istituto Nazionale* in quello di «*Istituto di Scienze Lettere ed Arti*».

Quello stesso decreto, dopo aver ordinata la divisione dell'Istituto nelle ricordate Sezioni, all'Art. XVII stabiliva che: «Le altre accademie o società destinate sotto qualsivoglia titolo all'incremento delle Scienze e delle Arti, a riserva delle *Accademie Reali di Belle Arti*, saranno riformate in modo che ve ne sia una sola nella rispettiva città, e la stessa porterà il titolo di *Ateneo*».

Anche a Bologna fu creato l'Ateneo, e fu diviso in tre Sezioni, corrispondenti alle cessate *Società agraria* e *medica,* ed alla vecchia *Accademia benedettina*.

Quest'ultima Sezione *non funzionò mai, quale istituzione scientifica*. Non risulta nemmeno che, nell'*unica adunanza convocata*, essa si sia regolarmente costituita. Ma ciononostante servì ottimamente a procacciare all'*Ateneo* le *Rendite della Eredità Pannolini*, che dal Pontefice Benedetto XIV erano state assegnate alla Accademia benedettina; facendo figurare tale Sezione come legittima continuazione di quella Accademia.

Questa finzione giuridica fu fatta per dare un compenso materiale a quegli accademici benedettini che non furono accolti nell'Istituto Nazionale, ed avevano perduto la pensione accademica.

In *forza di tale finzione*, l'*Ateneo* fu riguardato come naturale continuazione della antica Accademia bolognese, anche quando fu proposta la riforma col richiamo alla *Costituzione di Benedetto XIV*. Per tale modo si ricuperarono all'Accademia le rendite della Eredità Pannolini, mentre poi, mutando la finzione in realtà, *si creava la tradizione, fino ai nostri giorni conservata, della soppressione della nostra Accademia ad opera del governo napoleonico.*

Fortunatamente si sono trovate, *negli Archivi della Accademia*, le «*Informazioni*», di mano del VENTUROLI, uomo di molto senno, di riconosciuta imparzialità, scienziato di grido, *segretario della vecchia e della nuova Accademia*, che fu partecipe, come personaggio di prima linea, a tutte le vicende di quelle istituzioni, caro anche alla Curia pontificia, che lo volle a Roma direttore di quella scuola di ingegneria.

Egli ripetutamente e recisamente afferma: «*La Sezione dell'Istituto residente in Bologna, erede della attività dell'antico bolognese Istituto che in essa solo vive tuttora, ha incessantemente continuato il corso delle usate esercitazioni accademiche... ed in essa si è conservata, e si conserva* (1882) *l'esistenza, il nome, e, per quanto le circostanze permettono, l'attività dell'antico Istituto* *di Bologna*».

E di fatto, mentre dal materiale conservato nei nostri archivi risulta come abbiamo detto, che *la Sezione scientifica dell'Ateneo di Bologna non potè mai nemmeno costituirsi in Corpo accademico, si trovano gli originali autentici, di mano dei segretari, dei verbali di tutte le sedute che ininterrottamente la nostra accademia ha tenuto, fino al momento della ripristinazione delle Costituzioni benedettine.*

La storia della nostra accademia nelle successive fasi di «*Accademia degli inquieti*», «*Accademia delle Scienze dell'Istituto*», «*Istituto Nazionale*», «*Sezione bolognese del Reale Istituto di Scienze Lettere ed Arti*», insieme colla esposizione del suo stato attuale, al momento della Restaurazione del Governo pontificio, si trova esposta in modo succinto, ma estremamente chiaro e preciso, nelle «*Informazioni del Segretario perpetuo prof. Giuseppe Venturoli*»: documento autentico, sincrono, insospettabile di fatti fino ad ora mal noti o travisati, che *è stato pubblicato da* E. Bortolotti, *nella Memoria col titolo*: «*L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna durante l'epoca napoleonica e la restaurazione pontificia*», nel vol. XXV, serie IV (pp. 1-81) degli «*Atti della Reale Deputazione di Storia Patria*» *per le provincie di Romagna.*

Quelle informazioni furono date *per richiesta delle autorità ecclesiastiche e politiche*, in seguito alla «*Petizione della Sezione bolognese dell'Istituto di Scienze Lettere ed Arti*», che chiedeva la continuazione delle

Provvisioni ad essa assegnate dal Governo del Regno italico, e la sua sistemazione definitiva.

Le *Informazioni del Venturoli*, che recisamente affermavano la continuazione della vecchia accademia attraverso quelle fasi, furono *accolte come dato di fatto* da quelle autorità. Il *Cardinale Arcivescovo di Bologna*, il *Cardinale Legato*, il *Delegato apostolico*, presero atto delle informazioni che furono ad essi ufficialmente comunicate, e si *impegnarono di appoggiar la Petizione presso il Santo Padre* (Pio VII).

Questi fece rispondere dal *suo Segretario di Stato, Cardinal* CONSALVI, che: «riguardava con occhio parziale un Istituto che si è distinto, e che, a suo tempo, avrebbe saputo valutare i talenti ed i meriti delle persone, che la *Riforma delle Accademie* avrebbe presto avuto luogo insieme colla *Riforma della Università degli Studi*, e che frattanto l'Accademia poteva continuare nello stato attuale, e colle attuali sue costituzioni, provveduta degli assegni di cui fino allora aveva goduto».

Così fu fatto; ma lo *Stato provvisorio* continuava indefinitamente, nonostante le istanze, ad ogni fin d'anno accademico ripetute, non per contrarie disposizioni del Governo, ma per essere: «*così lente le disposizioni e così pigre le menti a piegarsi a qualunque nuova idea, come chè utile e bella*» (Lettera del VENTUROLI, delli 11 marzo 1818).

6. LA RIFORMA DELLA ACCADEMIA BENEDETTINA.

Dopo i moti del '21, si incominciò a parlare di una effettiva *riforma delle istituzioni scolastiche e culturali*, che si volevano sottoposte ad una più vigile sorveglianza politica: anche la sistemazione della Accademia appariva come imminente, ed il VENTUROLI (allora residente a Roma) teneva assiduo carteggio coi suoi consoci, per concretare le proposte da fare al Governo centrale. Il risultato di quelle pratiche si rileva da un: «*Progetto di Supplica*» *del Segretario perpetuo* (anch'esso tratto dall'inedito[150] e pubblicato al loc. cit.).

La supplica non ebbe seguito per allora. Forse per la morte del Pontefice PIO VII, cui seguì LEONE XII, *della Genga*, di sentimenti più vivacemente reazionari. Lo *stato provvisorio continuò fino al* 1824. Ma è opportuno il notare che, *pur nello stato provvisorio*, l'*Accademia tenne sempre regolarmente le sue Sessioni, sia pubbliche che private*, Sessioni che erano annunziate anche nella *Gazzetta di Bologna* ed alle quali *prendeva parte il Legato: Cardinale* SPINA, che di persona vi assisteva quando si eseguivano esperienze fisiche e meccaniche. Per tali esperimenti si accordarono anche contribuzioni da parte del Governo. È notevole anche il fatto che l'Accademia spesso era interrogata dall'autorità amministrativa, o da privati, sopra oggetti attinenti alle scienze

150 «dal inedito» nel testo di riferimento [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

di applicazione e *teneva regolare carteggio con Accademie straniere, che ad essa si indirizzavano, come ad* «*Accademia di Bologna*».

A troncare lo stato provvisorio venne la *Bolla pontificia emanata il* 26 *agosto* 1824, che comincia: «*Quod divina sapientia*», ed il successivo «*Regolamento degli Studi da osservarsi in Roma ed in tutto lo Stato pontificio*», nel quale era in particolare stabilito che: «Non potrà stabilirsi alcuna nuova Accademia di Scienze Lettere ed Arti, senza il permesso della S. Congregazione,... Le già esistenti e con legittima approvazione, o da tempo antichissimo, saranno conservate, salvo però la conferma da riportarsi dalla S. Congregazione dentro il termine di sei mesi».

Le «*Disposizioni per la ripristinazione ed organizzazione della celebre Accademia benedettina, detta dell'Istituto di Bologna*», furono comunicate alla Legazione con Dispaccio di Segreteria di Stato delli 13 giugno 1824. Esse esistono in copia autentica nel *nostro Archivio*, e, fatta ragione ai tempi, sono abbastanza liberali. In forza di quelle Disposizioni il Corpo accademico doveva essere «Convocato davanti al Cardinale Legato per procedere alla scelta del presidente e del segretario, e per formare un *Piano,* col quale vengono regolate le esercitazioni scientifiche e letterarie. Questo piano verrà presentato alla approvazione del Governo, dopo di che sarà posto immediatamente in attività».

Tutte quelle operazioni furono eseguite regolarmente sotto la guida premurosa e benevola del *Cardinale Le-*

gato (Spina) e, prima del termine dell'anno 1824, inviate per l'approvazione al Governo.

Ma dovevano passare più di altri due anni e mezzo, prima che la *Sacra Congregazione degli Studi* facesse sapere che... «Le era sembrato necessario di riformare alcuni articoli, e di fare altri passi preliminari, per la dovuta rettificazione del Decreto medesimo onde poi metterlo in attività».

Fu riformato, anzi soppresso l'articolo riguardante la costituzione di una «*Classe di Scienze morali, politiche e letterarie*», che era contemplata nell'*Istituto napoleonico*, e *non in quello benedettino*, e dopo un lungo tergiversare, *si venne finalmente alle tanto sospirate conclusioni nel* 1829. Fu dato incarico al Venturoli di *stendere la minuta del Decreto* (esiste di pugno del Venturoli nel nostro archivio). Fu promulgato in data 10 maggio 1829.

Il primo articolo statuisce: «L'antica Accademia delle scienze di Bologna, istituita dal celebre Eustachio Manfredi, raccolta nel palazzo dell'Istituto dal Conte Luigi Ferdinando Marsilij, e, dal sommo Pontefice Benedetto XIV costituita in nuova forma ed arricchita di onori e di rendite, viene rimessa nella sua piena attività e ristabilita nei suoi diritti e privilegi».

Parrebbe superfluo l'osservare che in questo articolo *si riconosce la esistenza in atto della antica e famosa accademia, la quale viene ristabilita nei suoi diritti e privilegi*. Nè poteva essere altrimenti perchè *la conservazione del nome, e della attività della antica Accade-*

mia nella Sezione bolognese dell'Istituto napoleonico, era uno stato di fatto constatato anche nelle «Informazioni», in base delle quali il Decreto pontificio era stato promulgato.

Ma le condizioni politiche del momento consigliavano a *sottacere il periodo giacobino*, nel quale l'*Accademia benedettina* era stata *Istituto nazionale napoleonico*.

I moti del '21, lo stato latente di irrequietezza che covava fra gli intellettuali, avevano eccitato la reazione più stolta. Il sospetto invadeva tutto l'ambiente universitario: professori e scolari erano spiati in tutti i loro atti, sottoposti a persecuzioni e, per semplice sospetto, incarcerati e messi al bando.

Si volle il ritorno puro e semplice al passato, si pretese di *cancellare tutti i ricordi della Storia*, al fine di abolirne le conseguenze. *Nella grande Aula dell'Istituto, la lapide a ricordo della proclamazione a membro, di Napoleone, fu raschiata e sostituita con una a ricordo di* Pio VII, *ed il busto del pontefice fu posto nel luogo di quello di Bonaparte*[151]. (Del resto anche a Torino si voleva abbattere il ponte giacobino fatto gettare sul Po da Napoleone).

Anche l'Accademia benedettina doveva essere purgata dal grave fallo di aver funzionato quale Istituto Nazionale Napoleonico.

Si volle dunque far credere (in antitesi collo stesso

---

151 Vedi la Mem. E. Bortolotti. – *Materiale per la Storia dell'Istituto Nazionale*, in Memoria della R. Accademia di Modena, Serie III, Vol. XII (1915), Sez. lettere.

Decreto di Pio VII) che l'Accademia fosse disciolta da Napoleone nel 1804 e ricostruita da Pio VIII, nel 1829.

Lo storico aulico delle nostre Accademie nel suo libro: «*Memorie storiche intorno le accademie scientifiche e letterarie della città di Bologna*», versava fiumi di lagrime sulla «...distruzione di un'Accademia che tanto si adoprò al progresso dei buoni studi,... sulla persecuzione degli accademici, strappati ai loro onesti travagli,... sulla città di ornamento nobilissimo dispogliata...», ed esaltava la magnanimità del Pontefice che: «ai voti di tutti i buoni soddisfacendo, e delle scienze bene meritando, la reintegrazione ne decretò».

8. I VOLUMI DEGLI ATTI DELL'ISTITUTO NAZIONALE.

L'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, nel tempo in cui funzionava come Istituto Nazionale, fu anche consulta permanente presso il Governo, ed organo direttivo presso le istituzioni locali, a norma della Legge 4 settembre 1802; ma fu altamente benemerita degli studi, come *Accademia scientifica*. Ne fanno fede gli «*Elenchi per autori dei lavori pubblicati nelle Memorie dell'Istituto Nazionale Italiano*», di quelli *presentati e rimasti manoscritti*, e delle *Memorie presentate alla Sezione bolognese dell'Istituto*; raccolti dal prof. G. B. Ercolani, nell'Opera: *Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna dalla sua origine a tutto il* 1880. (Bologna 1881).

Se anche vogliamo limitarci alle *opere pubblicate in quel tempo a Bologna*, *negli Atti dell'Istituto Nazionale*, cioè della *nostra Accademia*, troviamo che il RUFFINI ha dato la migliore delle sue dimostrazioni della *impossibilità della risoluzione algebrica delle equazioni di grado superiore al quarto*. Il SALADINI ed il BRUNACCI, alcune interessanti memorie di *Calcolo infinitesimale*; l'AVANZINI ha trattato della *resistenza dei fluidi*, il FONTANA dei *solidi di egual resistenza rispettiva*, il PARADISI, delle *vibrazioni delle lamine elastiche*, l'ORIANI della *trigonometria sferoidica*, il PIAZZI, dei *movimenti proprii delle stelle fisse*, il CAGNOLI dei *problemi sull'equazione dell'orbita e sulla eccentricità dei pianeti*, lo STRATICO, della *inclinazione delle sponde negli alvei dei fiumi....*

E tutto questo lavoro era coordinato e diretto da un corpo accademico che aveva sede in Bologna, dove si era conservata la buona tradizione dell'eclettismo scientifico, nella migliore accezione del termine.

§ II.
Le cattedre universitarie.

1. – Per quel che riguarda la *distribuzione degli insegnamenti e dei docenti* nelle varie cattedre della nostra Università, nel periodo napoleonico ed in quello successivo della restaurazione del governo pontificio, ci basterà di ricordare che l'*Università napoleonica* era retta da

una saggia legge, che aveva raccolto ciò che già esisteva di buono, e ciò che di buono aveva proposto il MARSIGLI nel suo *Programma*: riservava allo Stato l'insegnamento superiore e compensava equamente gli insegnanti. Nell'*Università pontificia* si ebbe un assetto provvisorio, che durò dal 1815 al 1824, nel quale si conservarono le leggi e le consuetudini napoleoniche, salvo la riunione in una sola cattedra di Fisica, delle due di Fisica sperimentale e di Fisica generale, il rinnovo della cattedra di Elementi di Algebra e di Geometria, e l'aggiunta di cattedre di Logica, Metafisica, ed Etica.

La riforma del 1824 stabiliva in tutto lo Stato Pontificio due Università primarie: Roma e Bologna, ed ammetteva l'esistenza di alcune secondarie: Ferrara, Perugia, Camerino, Macerata, Fermo. Venivano ricostituiti i Collegi degli esaminatori, ma di nomina papale; la vita spirituale degli studenti era sottoposta a doveri ed a cure minuziose.

Le materie, per la *Facoltà filosofica*, erano così distribuite:

Anno I. Logica e Metafisica, Elementi di Algebra e Geometria.

Anno II. Etica, Fisica, Introduzione al Calcolo.

Anno III. Calcolo sublime, Meccanica ed Idraulica, Ottica ed Astronomia.

Anno IV. Meccanica ed Idraulica, Ottica ed Astronomia.

Le cattedre a carattere propedeutico: Etica, Logica e Metafisica, Elementi di Algebra e Geometria, furono abolite nel 1833.

2. – Il Periodo Pontificio della Università bolognese è periodo di progressiva decadenza. I migliori fra gli insegnanti che in essa professarono, furono quelli a lei trasmessi dal periodo napoleonico, o dalla antica Università comunale, che in gran parte furono conservati; ma, a mano mano, che le cattedre si facevano vacanti, si chiamarono persone la cui scelta era determinata da considerazioni di ordine politico; e chiunque mostrasse troppa originalità di pensiero, od ardisse coltivare relazioni scientifiche cogli stranieri (stranieri allo Stato pontificio) non riesciva a vincere la diffidenza della Sacra Congregazione, cui era deferita la nomina.

Si ebbero così insegnanti devoti al dovere, ma che, in generale, non ebbero nome, nel mondo scientifico, per novità di vedute, o per singolare profondità di dottrina; e l'Università pontificia assunse carattere piuttosto professionale, che scientifico.

Alla mediocrità dei docenti corrispondeva l'apatia, dal punto di vista culturale, degli scolari, fra i quali i più generosi coltivavano aspirazioni patriottiche, e si stringevano attorno a quei professori, che nel loro insegnamento, o nel loro contegno, rivelavano amore all'Italia, patria comune.

Il primo grave turbamento politico nella scolaresca si ebbe nel 1831, e fu provocato, non dalla rivoluzione, ma dai provvedimenti repressivi, presi in seguito alla rivoluzione. Il prolegato pontificio fu obbligato a lasciare la città: ci fu un governo provvisorio, che proclamava decaduto il pontificio, e si formò anche un corpo militare di studenti, detto «*Legione Pallade*», che partecipò alla resistenza ordinata dallo ZUCCHI.

Ma il 21 marzo entravano a Bologna gli austriaci, ed il METTERNICH consigliava, cioè esigeva, la *chiusura provvisoria dell'Università*; che, con decreto 12 settembre 1831, diventava *definitiva* per tutte le Università dello Stato pontificio, le quali *restavano solo come sede di esami*: gli *studi dovevano esser fatti nelle singole città* (o paesi) *sotto maestri scelti da vescovi e approvati dalla S. Congregazione.*

Poi, poco a poco si riaprirono le aule universitarie, ma con quel profitto degli studenti che è facile immaginare.

Le agitazioni del 1846-49 ebbero azione limitata sulla organizzazione della Università; ma la nuova invasione austriaca del 1849, iniziava il duro governo militare, che sostituì quasi interamente l'autorità pontificia. Ecco il prospetto degli insegnamenti impartiti nella nostra Università negli anni 1849-59.

Anno I.	Logica e Metafisica,	
	Elementi di Algebra e Geometria,	(soppresse)
Anno II.	Etica,	(soppressa)
	Fisica,	L. DELLA CASA (1859)
	Introduz. al Calcolo,	S. RAMENGHI (1834-59)

Anno III.	Calcolo sublime,	A. SAPORETTI (1858-59)
	Meccanica ed Idraulica,	D. CHELINI (1848-59)
Anno IV.	Meccanica ed Idraulica,	D. CHELINI (1848-59)
	Ottica ed Astronomia	L. RESPIGHI (1849-59).

I professori DELLA CASA e SAPORETTI compariscono solo nell'anno 1858–59; dunque, nella facoltà fisico–matematica della nostra Università, durante il decennio 1848-58, *per tutte le materie*, *ed in tutti gli anni di corso*, *si avevano tre soli – dico tre soli* – professori, SANTE RAMENGHI, DOMENICO CHELINI, LORENZO RESPIGHI, dei quali bisogna pur dire che soli i due ultimi hanno lasciato un nome nella scienza.

§ III.
Cenni biografici di alcuni fra i matematici della Scuola di Bologna che ebbero maggior nome in questo Periodo.

1. GIANFRANCESCO MALFATTI (1731-1807). – Nato ad Ala di Rovereto il 26 settembre 1731, si *recò ancor giovinetto a Bologna*, *richiamato dalla fama di questa scuola*. Compì gli studi di matematica sotto la guida di FRANCESCO MARIA ZANOTTI, di GABRIELE MANFREDI, e di VINCENZO RICCATI. Si recò nel 1754 a Ferrara, ospite del Marchese BEVILACQUA, per dirigere la Biblioteca ed il gabinetto di fisica che quello aveva colà raccolto. Nel 1771, restaurata l'Università di Ferrara, fu chiamato alla

cattedra di Matematica, che tenne per circa trent'anni, sobbarcandosi tutti gli insegnamenti di quella materia, dagli Elementi di Euclide, al Calcolo sublime. Quel sovracarico fu di grave impedimento allo sviluppo della sua attività scientifica; le più geniali sue produzioni sono infatti quelle che risalgono ai suoi primi anni di permanenza a Ferrara, e risentono ancora della scuola bolognese, e quelle compiute negli ultimi anni di sua vita, quando, conseguita la giubilazione, potè finalmente liberarsi dai legami con quella Università «*...che cava le midolla al Professore*!».

Lo troviamo ancora al suo grave ufficio presso quella Università, all'epoca della prima invasione francese. Invitato a prestare giuramento di fedeltà al nuovo governo, ed a fare quelle dichiarazioni di civismo che allora si richiedevano ai pubblici funzionari, il MALFATTI credette di non potersi esimere dall'annuire. Ma, restaurato dagli austro-russi il cessato governo, dovette subire la destituzione da ogni pubblico ufficio, già vecchio, e quasi cieco, per cateratta.

Reintegrato nella sua carica al ritorno dei francesi, ottenne nel 1802 la giubilazione, e riebbe poi la vista per felice operazione di cateratta e potè darsi con piena tranquillità ai suoi studi prediletti.

Morì nel giorno 9 ottobre del 1807.

Quando venne scolaro a Bologna, trovò nel nostro Studio ancor viva la tradizione dei grandi algebristi, e ferventi gli studi per la risoluzione delle equazioni dei gradi superiori al quarto. La sua Memoria: «*De aequa-*

tionibus quadrato-cubicis disquisitio analitica» è dei primi mesi del 1770; appartiene dunque a quel gruppo di ricerche, comparse quasi contemporaneamente, che segnarono la fine del periodo storico di sviluppo dell'Algebra, iniziatosi nei primi anni del secolo XVI colla risoluzione della equazione cubica. Presa in considerazione la forma, che egli dice *canonica*, della equazione di quinto grado

$$x^5-5ax^3+5bx^2+5cx+d=0 \quad ,$$

egli considera come radice ipotetica una espressione della forma

$$x=-\left(fm+f^2p+f^3q+f^4n\right)$$

nella quale f è una delle radici quinte della unità; ed assume come incognite i coefficienti *m, n, p, q*. Le 5 radici dell'equazione proposta corrispondono ai 5 valori diversi della radice quinta della unità.

Assunta come incognita la espressione

$$Z=25\,mnpq-5a^2+5c/3,$$

vide che questa poteva ottenersi con la risoluzione di una equazione del 6° grado, che riescì a calcolare completamente.

È questa la famosa «*Risolvente di Malfatti*».

Il Brioschi, nella sua Memoria: «*Sulla risolvente di Malfatti per le equazioni del 5° grado*», (pubblicata nelle «*Memorie dell'Istituto Lombardo*» vol. IX, 1863), dopo aver fatto risaltare la ingegnosità dei calcoli e la importanza dei risultati ottenuti dal Malfatti, soggiunge: «Assistiamo ancora oggi agli sforzi mercè i quali due geometri inglesi tentano invano di arrivare a quei medesimi risultamenti».

Il MALFATTI ha osservato che dalla conoscenza di una radice razionale della sua risolvente, si può dedurre la completa risoluzione della equazione del 5° grado. Tale risoluzione non può eseguirsi con espressioni radico-razionali; ma il BRIOSCHI (loc. cit.) ha dimostrato che, con una facile trasformazione, la *Risolvente di Malfatti* si riduce ad avere la forma di quella equazione che comprende come casi particolari quelle che si incontrano nel problema della trasformazione del quinto ordine nella teoria delle funzioni ellittiche; e che perciò *tale trasformata della risolvente di Malfatti, conduce alla risoluzione, per trascendenti ellittiche, delle equazioni del* 5° *grado*.

Tale risultato lega il nome di MALFATTI alla teoria delle equazioni algebriche.

Il nome di MALFATTI è conosciuto nella scienza anche per un *problema geometrico* che egli propose nella Memoria pubblicata nel Tomo X delle «*Memorie della Società italiana delle scienze*» con la data 4 ottobre 1802. Si tratta in sostanza di inscrivere in un dato triangolo tre cerchi tangenti fra loro, e, ciascuno di essi, a due lati del triangolo. Questo problema, risoluto prima di tutti dallo stesso MALFATTI, nelle successive sue estensioni, e nelle molteplici generalizzazioni, è stato trattato ed illustrato dai più noti matematici del secolo scorso, ed è tuttora registrato nei testi di geometria. Ha una storia: «*Geschichte des Malfatti'schen Problems*» von A. WITTSTEIN, München 1871.

2. Gerolamo Saladini (Lucca 1731-Bologna 1813). – Monaco celestino. Professore onorario di Geometria analitica ed analisi infinitesimale nel nostro Studio dal 1761 al 1800; ordinario di Astronomia per l'anno 1800-01, poi di Calcolo sublime, nella qual cattedra venne confermato con decreto napoleonico del 25 dicembre 1802. Fu collocato a riposo nel 1804.

Analista sottile ed operoso, ha cominciato la sua opera scientifica con un interessante opuscolo intitolato: «*Elementa Geometriae infinitesimorum*» – Bononiae 1760 –, nel quale già si considerano i *diversi ordini di infinitesimo*[152]; cui ha fatto seguire buon numero di memorie e disquisizioni pubblicate negli Atti del nostro Istituto e della Società dei XL.

In collaborazione con Vincenzo Riccati ha pubblicato negli anni 1765, 1767 un'opera fondamentale di *Istituzioni Analitiche*.

3. Silvestro Gherardi (Lugo 1802-Firenze 1879). – Laureato a Bologna nel 1822, insegnò nel nostro Studio Meccanica ed Idraulica dal 1829-30. Nel 1832 fu trasferito alla cattedra di Fisica, che tenne per 17 anni. Dopo la rivoluzione del 1848 fu chiamato a Bologna a far parte del comitato di salute pubblica, ed a Roma, di quella

152 Il concetto di *Ordine di infinitesimo* risale a Leibniz; ma i teoremi sugli ordini di infinitesimo si trovano dimostrati nella *Analyse algébrique* di Cauchy (Paris 1821).

Costituente, e, caduta Roma, riparò a Genova dove, sullo scorcio del 1849 ebbe l'insegnamento della Fisica in quelle scuole civiche, dalle quali, sempre pel medesimo insegnamento, fece passaggio alla R. Scuola di Marina, e, nel 1857 al R. Ateneo di Torino. Tornò a Bologna nel 1859, e nel 1862 fu nominato Preside dell'Istituto tecnico, allora fondato. Nel 1866 fu trasferito a Firenze, dove morì nel 1879.

Sono interessantissimi gli studi da lui fatti su la *Storia della facoltà matematica di Bologna*, tradotti in tedesco dal CURTZE, e la *raccolta completa degli scritti di Luigi Galvani*, da lui condotta al termine, e corredata da un dotto Commentario.

4. DOMENICO CHELINI (Gragnano, presso Lucca, 1802-Roma 1878). – Vestì l'abito di scolopio nel 1818, fece gli studi nel Collegio Nazareno in Roma dal 1819 al 1826. Appena ebbe cessato di essere scolaro, fu in quel medesimo Collegio insegnante di Umanità. Nell'anno successivo andò professore di Rettorica a Narni, dove fu consacrato prete. Da Narni passò a Città della Pieve e ad Alatri. Nel 1831 fu richiamato al Collegio Nazareno, e quivi coprì la cattedra di Matematica per 20 anni. Negli ultimi mesi del 1843 conobbe JACOBI, venuto a Roma insieme col DIRICHLET. Venne a Bologna, professore di Meccanica ed Idraulica nel nostro Studio, nell'ottobre del 1851, ma il 24 maggio 1860 fu tolto da quell'ufficio, perchè si era astenuto dall'intervenire alla funzione religiosa della festa dello Statuto. Fu restituito alla Cattedra il 5 novembre, con un provvedimento eccezionale, che

non si volle più rispettare nel 1863, col fargli pervenire un decreto che lo nominava *professore straordinario pel solo anno scolastico imminente*, e l'anno dopo, per non aver voluto prestare il giuramento politico, e dietro la sua dichiarazione di non poterlo fare per la sua condizione di ecclesiastico, venne *destituito* con decreto 18 dicembre 1864.

Nel marzo 1865 andò a Roma, dove gli si era fatto sperare una cattedra in quella Università, che non potè ottenere prima del settembre 1867; quattro anni dopo, quando Roma divenne capitale d'Italia, gli fu ripresentato il dilemma: *O giurare, od andarsene*. D'allora in poi, insegnò nella Università vaticana, sinchè questa non venne chiusa; poi, privatamente.

«Nella primavera 1878 l'*Ordine civile di Savoia* gli decretò un piccolo assegno annuo, che egli accettò con viva gratitudine; ma non gli fu dato che di riscuoterne il primo trimestre, avendolo colto la morte nel dì 16 novembre dopo pochi giorni di malattia, nel Collegio Nazareno, dove abitava sino dal 1865.

Era stato ascritto all'Accademia dei Lincei sino dal 1847, all'Accademia di Bologna sino dal 1854, ed alla Società Italiana dei XL sino dal 1863. Apparteneva inoltre a non poche altre Accademie e Società minori.

Tutta la sua vita fu spesa in prò della scienza e dell'istruzione. Le sue pubblicazioni sono in numero di 53 e abbracciano un periodo di ben 44 anni. Suo primo lavoro è una Memoria «*Sulla teoria delle quantità proporzionali*» letta all'Accademia dei Lincei il 28 luglio

1834, e l'ultimo una Memoria «*Sopra alcune questioni dinamiche*», presentata all'Accademia di Bologna il 26 aprile 1877. Sino agli estremi giorni ebbe intatta la forza del pensiero come quella del corpo».

(Dalla Commemorazione fatta il 5 gennaio 1879, alla R. Accademia dei Lincei, dal prof. L. CREMONA).

CAPITOLO SESTO

LA RINASCITA DEGLI STUDI MATEMATICI

§ I.
Gli instauratori della nuova scienza.

1. – Abbiamo visto in qual misero stato fosse ridotta la scuola matematica bolognese negli ultimi anni di governo pontificio. Ma, col mutare del regime politico, mutava anche l'ordinamento degli studi ed il corpo accademico. L'Italia, finalmente riunita a Nazione, volle ravvivare negli studi la potenza intellettuale dello Stato.

In un medesimo anno (1860) furono istituite cattedre di matematica superiore nelle principali università del Regno: a Pisa il BETTI, ed a PAVIA il BRIOSCHI inauguravano i loro corsi di *Analisi* e di *Geometria superiore*; a

Napoli il BATTAGLINI, ed a Bologna il CREMONA, quelli di *Geometria superiore.*

2. – A quegli studi donava allora singolare attrattiva la brillante fioritura di ricerche sulla *Storia della Matematica*, che ebbe in Italia i suoi maggiori cultori. Le opere del COSSALI, del LIBRI, i poderosi volumi del *Bullettino Boncompagni* rivelavano uno degli aspetti più notevoli della feracità dell'ingegno italiano, anche nelle più elevate regioni dello spirito.

3. – Ma il più efficace impulso al rinascimento della matematica in Italia venne dall'opera e dall'insegnamento di LUIGI CREMONA.

Nato il 7 dicembre 1830 a Pavia, dopo aver compiuti con singolare profitto gli studi classici, si arruolava volontario nel 1848, e per 18 mesi combatteva, prendendo parte ai più notevoli fatti d'arme.

Al tornare dalla guerra, si inscriveva all'Università di Pavia, ove ebbe a maestri il BORDONI ed il BRIOSCHI. Conseguita la laurea, nel 1853, entrava nell'insegnamento medio come professore nel Ginnasio di Cremona e nel Liceo di Milano. Dalla istituzione ricevuta nella scuola pavese, e dalla lettura delle opere dei grandi matematici francesi e tedeschi, prese ispirazione a quelle ricerche di geometria che, pubblicate negli anni 1855-60, levarono alto il suo nome e lo additarono al ministro MAMIANI, come degno di essere chiamato a cuoprire *la cattedra di Geometria superiore per lui istituita a Bologna* nel

1860.

Quivi egli rimase fino al 1866, ed in quegli anni costrusse opere fondamentali, dove la teoria generale delle curve e delle superficie algebriche è organicamente esposta, con trattazione che può dirsi completa, nelle due monografie: «*Introduzione ad una teoria delle curve piane*» (1862), «*Preliminari ad una teoria geometrica delle superficie*» (1866); mirabili, sia per l'unità, il rigore e l'acume con cui sono condotte le ricerche, sia per l'eleganza e la perfezione della forma.

LUIGI CREMONA ebbe oltre a ciò il merito e la fortuna di *aprire un nuovo fecondo indirizzo alla ricerca matematica*, colle due celebri note pubblicate negli anni 1863-64 «*Sulle trasformazioni geometriche delle figure piane*», ove sono esposte quelle *trasformazioni razionali, che da lui hanno preso il nome*. Trasformazioni fra due piani, che fanno corrispondere punti a punti, e curve algebriche a rette, ed, *estese allo spazio*, servono ad ottenere rappresentazioni piane di superficie algebriche, offrono il mezzo di trasportare proprietà note di enti semplici in enti di natura più complicata, ed eccitano lo studio di quelle proprietà geometriche che, per tali trasformazioni rimangono inalterate.

4. – LUIGI CREMONA fu il fondatore di una scuola di scienziati che raccolsero la parola del maestro, e ne trassero ispirazione alle più svariate ricerche. Fra i suoi discepoli possiamo noverare: DE PAOLIS, JUNG, CAPORALI, BERTINI, VERONESI, GUCCIA, MONTESANO, CASTELNUOVO,

Enriques, ecc.; perchè non vi fu campo della Geometria che egli lasciasse fuori dalle sue lezioni.

Per dar vita ad una tale scuola, non sarebbe bastato il valore del maestro, ma occorrevano specialissime doti, che il Cremona possedeva in modo eminente. Occorreva quella intima forza di suggestione che impone ai discepoli la passione e la fede del maestro, e li attrae, li dirige, li fa partecipi dell'ansia della ricerca, del godimento della scoperta. Ed in Cremona questa forza, e quella fede furono tali, che ancora non ne è estinta l'influenza nei più tardi suoi discepoli, della seconda generazione.

Nel 1867 Luigi Cremona lasciava il nostro Studio e la nostra città, per recarsi a Milano, e, dalle cattedre di Geometria superiore e di Statistica grafica di quella scuola politecnica, potè esercitare sopra più numerose schiere di alunni la sua opera di elevazione culturale. Sette anni dopo fu chiamato a Roma per riordinare e dirigere quella Scuola degli ingegneri, ed in breve tempo riuscì a costituire colà un Istituto, che per la saggia fusione della cultura scientifica e delle applicazioni tecniche, poteva competere con i migliori dell'estero.

Negli ultimi anni di sua vita, la sua opera legislativa, come Senatore e membro del Consiglio superiore, fu instancabilmente rivolta allo scopo di rinforzare la serietà degli studi ed elevare il prestigio degli insegnanti e della scuola.

Lasciò questa vita terrena il 10 giugno 1903.

5. – A Luigi Cremona presto si accompagnava nella

nostra Università, un altro dei grandissimi matematici italiani: EUGENIO BELTRAMI.

Nato a Cremona il 16 novembre 1835, fece gli studi secondari nel Liceo-Ginnasio della sua città nativa, frequentò[153] per tre anni l'Università di Pavia, come alunno del Collegio Ghislieri, poi, per vicende domestiche, dovette abbandonare le scuole ed accettare un posto di segretario presso la Direzione delle ferrovie, prima a Verona, poi a Milano. Ma tale ufficio non lo distolse dagli studi: strinse relazione col BRIOSCHI e col CREMONA, e, da essi ispirato, con assiduo studio attese ad una efficace preparazione scientifica, talchè, nel 1862, su proposta del BRIOSCHI, il ministero della pubblica istruzione poteva nominare lui, senza laurea, ma già insigne per lavori pubblicati negli Annali di Matematica, professore di Algebra e Geometria analitica nella R. Università di Bologna.

L'anno appresso egli era trasferito, col grado di ordinario, alla cattedra di Geodesia nella R. Università di Pisa, ma dopo tre anni faceva ritorno alla nostra, e qui rimaneva fino al 1873: e fu questo uno dei periodi più proficui per la sua produzione scientifica. Nel 1873 si trasferiva a Roma, chiamato dal CREMONA in quell'Istituto superiore di Applicazione; ma non molto colà si trattenne, poichè il movimento della Capitale, in quella fase di assestamento, male si addiceva al suo temperamento:

153 «freguentò» nel testo di riferimento [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

dopo tre anni si trasferiva a Pavia, per assumervi la cattedra, allora istituita, di Fisica matematica, coll'incarico della meccanica superiore, ed ivi restò quindici anni, per lui particolarmente lieti e tranquilli, di fervido lavoro.

Nel 1890, cedendo all'insistente richiamo di quella facoltà di scienze, che gli offriva quegli stessi insegnamenti, tornava a Roma, dove rimase fino al termine della sua vita, che avvenne il 18 febbraio 1900.

6. – Le Opere matematiche di EUGENIO BELTRAMI furono raccolte in 4 volumi, che comprendono circa 150 tra note e memorie, dove tutti i principali rami della Matematica vi si trovano arricchiti di nuovo contributo. Molte, fra le più importanti, furono composte a Bologna, o pubblicate negli Atti della nostra Accademia.

Ricorderemo la classica sua «*Teoria degli spazi a curvatura costante*» (1868), cui è intimamente connesso il suo celebre «*Saggio di una interpretazione della geometria non euclidea*», pubblicato nello stesso anno. Egli riesce a dare una rappresentazione concreta, nell'ordinario spazio euclideo, della geometria non euclidea (che nelle opere di BOLYAI e di LOBACEWSKI comparisce come ente astratto di pura logica) mostrando come la superficie, da lui chiamata «*pseudosfera*» generata dalla rotazione di una trattrice, realizzi il piano non euclideo, in tutte le sue proprietà.

L'Arte, di cui egli rivelava il senso squisito coll'impeccabile gusto nelle lettere, e colla intelligenza ed il possesso della musica, era pel BELTRAMI eredità di famiglia, ed in lui si manifestava colla eleganza, la semplicità, la chiarezza negli scritti, nelle conversazioni, nelle lezioni accademiche.

Di lui lasciò scritto il CERRUTI:

«Quelli che ebbero la fortuna di assistere alle sue lezioni, sanno che le dottrine più ardue e speciose acquistavano dal magistero della sua parola tale grado di evidenza e di semplicità, da generare in chi ascoltava l'illusione che avrebbe saputo pervenire agevolmente da sè alla scoperta delle verità dichiarate dal professore: successo invero meraviglioso quando si pensi non essere aspetto delle questioni trattate che egli non sottoponesse a critica profonda, minuziosa, esauriente».

§ II.
La costituzione della scuola matematica.

1. Dopo di avere rapidamente detto dei primi, più famosi, instauratori della scienza italiana e della scuola bolognese, ricorderemo quelli, della *seconda generazione*, che, tacendo dei viventi, ebbero maggior grido *nella scienza pura*, fra coloro che sono stati nostri maestri, e che per le loro doti di scienziati e di cittadini, per la lunga loro permanenza fra noi, acquistarono popolarità affettuosa e riverente nella città, oltre che nello Studio. Parliamo di SALVATORE PINCHERLE, di CESARE ARZELÀ e di LUIGI DONATI, nomi simpaticamente noti a tutti, in Bologna.

Nel novembre 1880 SALVATORE PINCHERLE, non ancora trentenne, saliva a Bologna, la cattedra d'onde LUIGI CREMONA aveva pronunziato il celebre suo Discorso inaugurale, e bandita la sua dottrina. Stava allora assumendo assestamento la «*Teoria delle Funzioni*». A Berlino il WEIERSTRASS sviluppava la sua «*Teoria delle funzioni analitiche*», nella scuola di Pisa fioriva la «*Teoria delle funzioni di variabili reali*», che ebbe quivi a fondatore il DINI, ed a Pavia il CASORATI svolgeva i suoi corsi sulla «*Teoria delle funzioni di variabile complessa*», ispirati alle idee ed ai metodi che traevano origine dalle ricerche su gli integrali curvilinei del CAUCHY, e dalle dissertazioni del RIEMANN.

Colla venuta a Bologna del PINCHERLE, dell'ARZELÀ, del DONATI, si iniziava una nuova era per la scuola matematica bolognese, che, nonostante le sue antiche tradizioni, e la presenza di illustri maestri, *solo allora poteva aver completati i corsi necessari alla laurea*.

2. – Le funzioni di variabili reali furono introdotte nel nostro Studio dall'ARZELÀ, secondo l'indirizzo del DINI; la «*Teoria delle funzioni analitiche secondo il Weierstrass*», era nuova per l'Italia, e fu appunto il PINCHERLE che per primo la introdusse nel suo insegnamento.

Per naturale disposizione dello spirito, S. PINCHERLE era portato all'eclettismo. Ebbe la prima iniziazione matematica a Marsiglia, in quel Liceo imperiale, dove le classi di *Mathématique élémentaire* e di *Mathématique spéciale*, comprendevano parte del programma da noi svolto nel I biennio universitario. Normalista a Pisa (dal 1870 al 1874), quando il DINI stava approntando nei suoi corsi universitari il materiale che poi venne alla luce nei «*Fondamenti*», acquistava, insieme colla padronanza della materia, l'abitudine mentale a quel rigore di metodo che quel grande maestro sapeva portare nella scuola, fin dall'inizio degli studi di Analisi, e come base di essi. Ma non minore fu, forse, l'influenza della geniale personalità del BETTI, che risentiva delle idee e dei metodi del RIEMANN.

La sua istituzione matematica, già così bene avviata, si compiva felicemente con un anno di perfezionamento (1877-78) presso le scuole universitarie di Berlino; quivi ascoltava le lezioni del WEIERSTRASS, e ne portava in Italia le idee, i metodi, le scoperte con una pubblicazione che fu, per il pubblico degli studiosi, una rivelazione.

3. – Nelle sue lezioni SALVATORE PINCHERLE usava cambiare tutti gli anni argomenti, percorrendo successivamente i principali campi della scienza, secondo i più moderni indirizzi, fino agli estremi confini raggiunti con le ultime scoperte; i giovani erano così condotti al limitare di campi non ancora esplorati, muniti già del viatico necessario a chi vuol percorrere nuovo cammino.

E non limitava la sua azione educativa alle ore di lezione, seguiva con affettuosa premura l'opera dei suoi allievi anche fuor della scuola, dopo la laurea, indirizzandoli alla scienza ed alla vita col consiglio, coi suggerimenti e coll'esempio della instancabile sua attività scientifica.

Le sue lezioni erano un modello di logica chiarezza; sapeva, in materia difficile, superare con eleganza di metodo le più aspre difficoltà, ma non le nascondeva, anzi le rilevava, e, facendo conoscere gli sforzi che furono necessari alla conoscenza del vero, premuniva i giovani contro gli ostacoli che essi stessi avrebbero poi incontrato, quando si fossero alla lor volta fatti promotori di nuova scienza.

4. – Ebbe molteplici uffici, anche fuor della scuola, ed a tutti costantemente attese con avveduta diligenza. Fu più volte preside di Facoltà, membro e presidente di commissioni di concorso per ogni ordine di scuole, di commissioni esaminatrici per esami di tutti i gradi; fu nella giunta di vigilanza delle scuole medie, a lui furono spesso affidate ispezioni didattiche e disciplinari. La sua opera, sorretta da vasta e salda cultura, guidata da sensi di equanimità e giustizia, era altamente pregiata, e lasciò traccie benefiche.

Si deve a lui la fondazione della *Unione Matematica italiana*, e del *Bollettino,* che sotto la sua direzione ha assunto posto cospicuo fra i periodici matematici; è suo merito la organizzazione e lo svolgimento del *Congresso internazionale dei matematici*, tenuto a Bologna in circostanze difficilissime nel 1928, e mercè sua riescito con esito superiore ad ogni più favorevole aspettativa.

Chiamato a far parte della direzione degli *Annali di Matematica*, in uno dei momenti più gravi per quella antica, gloriosa istituzione, si addossò la cura della stampa, la responsabilità ed il peso della amministrazione economica; e con perseverante opera sagace, riuscì a raddrizzarne le sorti e ad allontanare, se non a vincere, le minacce.

Era matematico insigne, ma non matematico puro nel senso volgare del termine; aveva mente vasta, viva, pronta, cuore aperto ad ogni manifestazione d'arte. Sapeva ad un tempo condurre opere ed uffici diversi, di cui ciascuno singolarmente sarebbe stato di troppo impegno per una sola persona. Trovava tempo a tutto, e tutto faceva con diligente applicazione.

5. – A riconoscimento dei suoi meriti scientifici stanno le nomine alle Accademie ed alle società scientifiche, che sarebbe troppo lungo ora il numerare: ricorderemo solo che alla *nostra Accademia* fu chiamato come onorario nel 1888 e come benedettino nel 1893, e che fu per due volte presidente, non solo della nostra classe, ma della intera Accademia, cui appartenne per 48 anni; mentre fu per 55 *anni consecutivi professore nella nostra Università*, *senza l'interruzione di un giorno*! Non risulta che nessuno dei professori che lo hanno preceduto in questo Studio abbia potuto superare una tale cifra![154].

La nostra Accademia è a lui debitrice del dono delle

154 Pirro degli Albiroli, che lesse aritmetica dal 1491-92 al 1546-47 pare esser stato il solo, fra i lettori di matematica, che abbia raggiunto lo stesso numero.

sue opere, tutte (od almeno tutte le principali) pubblicate nei nostri Atti, che egli ha sempre preferito a quelli delle molte altre associazioni cui era ascritto.

Non è qui il luogo di fare esame, sia pur brevissimo, di quelle opere; basterà segnalare il carattere di eminente elevazione spirituale che distingue la sua produzione matematica: non solo per l'altezza degli argomenti e la genialità delle idee, ma per la costante ricerca della forma più generale, del metodo universale; per l'aspirazione verso la più pura astrazione, verso le mète più elevate da cui il pensiero potesse spaziare sopra campi sempre più vasti. E non è fuori luogo il ricordare che in lui si ripresentarono le più felici qualità degli antichi maestri della scuola bolognese: la variabile complessa da lui costantemente considerata, era stata introdotta nella scienza da RAFFAELE BOMBELLI, gli algoritmi infiniti, le serie, le frazioni continue...., dal CATALDI, le trasformazioni degli enti analitici e la loro rappresentazione come somme di infiniti indivisibili, dal CAVALIERI.

Il nome di lui, dato al nostro Istituto matematico, richiama antiche glorie, ed è auspicio per le future.

Nato a Trieste l'11 marzo 1853, moriva a Bologna il 10 luglio 1936.

6. CESARE ARZELÀ nacque a Santo Stefano di Magra il 6 marzo 1847, frequentò[155] le scuole ginnasiali di Sarzana, il liceo e l'Università di Pisa; quivi ottenne, per con-

155 «freguentò» nel testo di riferimento [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

corso, un posto nella R. Scuola Normale superiore, e, nel 1870, la laurea di dottore in matematica. Ebbe, appena laureato, la nomina a professore nel R. Liceo di Macerata, e nelle scuole medie rimase per 8 anni, nei quali fu insegnante a Savona, a Como, a Firenze. Nel 1878, in seguito a concorso, fu chiamato alla cattedra di algebra nella R. Università di Palermo, nel 1880 venne ad insegnare calcolo infinitesimale ed analisi matematica nella Università di Bologna, dove è rimasto fine al termine della sua vita.

Del tempo trascorso nell'insegnamento secondario egli spesso parlava con vivo compiacimento, perchè i problemi pertinenti alla istruzione ed alla educazione dei giovani, le questioni di metodo e di ordinamento scolastico sono fra quelle che egli più amorosamente ha coltivate.

CESARE ARZELÀ possedeva, per usare una frase del BELTRAMI, *lo spirito fine*: critico acutissimo, spingeva l'analisi dei fatti matematici fino a sviscerarne le più riposte ragioni ed a risalire ai loro principii. Ma nelle sue opere, piuttosto che chiarire, completare e raccogliere in ben ordinate teorie i fatti scoperti da altri, preferiva avanzare da solo per strade inesplorate, abbattere ostacoli, cercare nuovi strumenti di studio. Diceva di sè stesso di essere un *perforatore*, e difatti dobbiamo a lui geniali scoperte, originali vedute, nuovi ed importanti contributi, i quali sono tanti capitoli di una grande opera che egli non raccolse mai in un volume, benchè egli l'avesse chiara nella mente, e risulti completa dal complesso dei suoi scritti.

Campo principale delle sue ricerche è stata la *Teoria delle funzioni di variabili reali*. Prendendo le mosse dalle fondamentali ricerche del DINI, suo maestro venerato, egli ha trovato la condizione necessaria e sufficiente della continuità della somma di una serie convergente di funzioni continue, in una speciale forma di convergenza, estensione della *convergenza uniforme semplice*, trovata dal DINI, alla quale egli ha dato il nome di *convergenza uniforme a tratti*, e che venne più tardi chiamata *convergenza quasi uniforme*.

Questo teorema, il quale, col nome di *Teorema di Arzelà* fa parte oramai dei fondamenti della analisi infinitesimale, fu pubblicato da lui la prima volta nel 1885, e successivamente emendato ed esteso, raggiungeva, in un suo lavoro pubblicato nel 1889-90, la forma definitiva.

Analogo teorema fu da lui trovato per la *integrabilità della somma di una serie convergente di funzioni integrabili.*

Le ricerche sulle funzioni, il cui campo di variabilità è costituito da un insieme di funzioni, furono dal Nostro iniziate con una nota dal titolo: «*Funzioni di linee*», pubblicate nel 1889, e continuate poi, fin che egli ebbe vita.

Nato sul confine della Liguria con la Toscana e non lungi dall'Emilia, CESARE ARZELÀ ebbe le qualità migliori delle tre razze, la genialità toscana, l'eclettismo dell'emiliana, la tenacia e la forza della ligure.

La scienza pura, nelle più alte sue rappresentazioni, fu amore costante e scopo della sua vita; ma il suo temperamento d'artista lo portava a ricercare in ogni cosa l'eleganza e la venustà della forma.

Amava la discussione ed era parlatore facondo ed instancabile, vivace, ma sempre sereno, quasi festoso, aveva certe uscite che scombussolavano ogni più ostinato oppositore, e finiva sempre, non solo coll'aver causa vinta, ma col guadagnare la simpatia e l'ammirazione di chi l'ascoltava.

Fu insegnante efficacissimo, soleva dire che a far una buona lezione occorrono almeno tre preparazioni: la prima, da farsi in tempo di vacanze, per ordinare e predisporre la materia del corso, ricercare le fonti, studiare la coordinazione degli argomenti, proporzionarne lo sviluppo; la seconda per dar forma ed assetto definitivo ai varii capitoli, e questo, diceva, si fa di solito ogni domenica, per le lezioni della settimana successiva; finalmente la terza è quella che si suol fare lezione per lezione.

Ma... dopo tutto questo lavoro preparatorio, egli faceva come M. BERTRAND, il quale «...lorsqu'il avait préparé une leçon, il en faisait une autre»[156]. E, non già, come dice il DARBOUX di BERTRAND, perchè egli si lasciasse trasportare dalla immaginazione; bensì per l'alto concetto che egli aveva dell'ufficio di insegnante e per il senso della scuola, in lui squisitamente desto, in virtù del quale egli subito avvertiva il più lieve senso di stanchezza,

156 Cfr. G. DARBOUX, *Éloges Académiques et discours*. (Paris 1912), p. 35.

di disattenzione o di noia nel suo uditorio. Non poteva andare innanzi se non si sentiva ascoltato, se non riesciva a far gustare ad altri, come egli stesso sentiva, la finezza dei suoi ragionamenti, se non era ben certo di aver pienamente persuaso e convinto; perciò ad un certo punto egli lasciava ogni predisposta disposizione, e si rifaceva da capo.

Aggiungeremo che, pei corsi di matematica superiore, avveniva ciò che forse l'etichetta impediva accadesse per il matematico francese: gli scolari, pochi e famigliarmente raccolti attorno al suo tavolo, prendevano viva parte alla lezione del maestro, e, da lui guidati, insieme con lui ricercavano ogni possibile mezzo per togliere le difficoltà che si erano presentate. Finita la lezione, continuavano le discussioni per gli atrii della scuola e per i portici di Bologna, e riprendevano poi la sera, quando i più ferventi andavano a cercarlo fino a casa sua, dove erano sicuri di essere sempre cordialmente, anzi festosamente accolti.

Chi, dei suoi antichi scolari, può dimenticare le ore passate con lui in quella caratteristica sua camera da studio, dove i libri, gli opuscoli e le carte erano dovunque accatastati, a strati, a pile, a mucchi, sui mobili, contro le pareti, senz'altro ordine all'infuori di quello che loro veniva dalla successione del tempo in cui erano stati adoperati?

Questa semplicità di vita rispecchiava la modestia dell'animo suo, la quale fu una delle ragioni per cui i suoi lavori troppo tardassero ad attirare l'attenzione degli analisti. L'ARZELÀ confinava le sue memorie in giornali poco diffusi, e non si dava cura di propagare le sue scoperte scientifiche; fu soltanto dopo la traduzione che delle sue memorie «*Sulle serie di funzioni*», fecero a Vienna POHL e RAUCHEGGER, scolari dello STOLZ, che il *Teorema di Arzelà* cominciò ad entrare anche in libri di carattere elementare, e si riconobbe che le proposizioni da lui trovate formavano un sussidio necessario in interessanti ricerche di analisi infinitesimale e di calcolo funzionale.

L'ARZELÀ fu eletto nel 1894 socio onorario della nostra Accademia, nel 1904, corrispondente nazionale della R. Accademia dei Lincei, nel 1905 ottenne la medaglia d'oro della Società delle Scienze dei XL, nel 1907 divise col CASTELNUOVO il premio reale per le matematiche, nel 1911 fu eletto membro della Società dei XL.

L'opera scientifica dell'ARZELÀ aveva così finalmente il riconoscimento ufficiale che le era dovuto, egli soddisfatto e sereno, attendeva con rinnovata energia al completamento dei suoi studi, ed aveva collaboratori e compagni un'eletta schiera di discepoli..., quando un male implacabile in lui si manifestava con sintomi che non lasciavano adito a speranza. Nell'aprile del 1911 dovette lasciare la sua scuola e la sua Bologna e ritirarsi a S. Stefano dove languì un intero anno in triste solitudine, ed infine si spense la sera del 15 marzo 1912.

7. – LUIGI DONATI. – Nato a Fossombrone, nel 1846, si preparò da solo agli esami di licenza dal Liceo, che su-

però ad Urbino; fece a Pisa gli studi universitari, e colà si addottorò in Fisica matematica nel 1871. Potè di poi fruire di una *Borsa di studii Lavagna*, e fu accettato, come assistente dal prof. R. FELICI, uno dei migliori fisici che allora professassero in Italia. Nel 1876 fu chiamato, come professore straordinario, alla cattedra di *Fisica speciale* all'istituto tecnico superiore di Milano, e, nell'anno seguente, a quella di *Fisica tecnica* nella R. Scuola di applicazione per gli ingegneri, allora appunto istituita a Bologna. Nel 1880 ebbe inoltre la nomina a professore straordinario di *Fisica matematica* nella nostra Facoltà, dove in quello stesso anno, erano venuti per l'*Algebra*, il *Calcolo infinitesimale* e per *le matematiche superiori*, i professori S. PINCHERLE, e C. ARZELÀ, anch'essi provenienti dalla Scuola di Pisa.

E fu di grande vantaggio, per l'insegnamento delle scienze, l'uniformità di principii, di metodi, di indirizzi, che la severa istituzione[157] ricevuta nella Scuola di Pisa, aveva donato ai tre valentissimi giovani, che poi, nel nostro Studio, per lungo volgere di anni uniti e concordi svilupparono le teorie fondamentali della matematica moderna, dai primi elementi alle ultime scoperte.

Per L. DONATI si trattava di *matematica applicata alle teorie fisiche*, non di *fisica sperimentale*; egli anzi era per naturale inclinazione portato alla scienza pura, più ancora che alle sue applicazioni; ed a riprova del valore

157 «instituzione» nel testo di riferimento [nota per l'edizione elettronica Manuzio].

della produzione scientifica da lui data in luce a Bologna in un periodo di oltre mezzo secolo di attività culturale, sta il volume di «*Memorie e note scientifiche*», pubblicato ad onor suo dalla Facoltà di Scienze della R. Università di Bologna nell'occasione del suo ottuagenario dove sono raccolti i più notevoli dei tesori del suo vario sapere, che non conobbe nè la immaturità giovanile, nè la senile decadenza.

L. DONATI fu ordinario, poi (dal 1921) emerito in entrambe le scuole dove fu professore, e direttore della scuola di ingegneria. Cessava di vivere ad 86 anni, il 7 marzo 1932.