

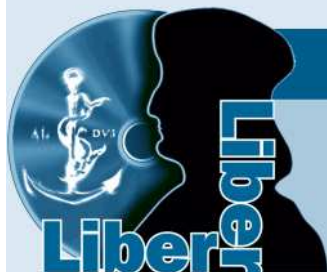
# Progetto Manuzio



**Vincenzo Viviani**

**Al serenissimo principe di Toscana,  
Formazione, e misura di tutti i cieli  
con la struttura, e quadratura esatta  
dell'intero, e delle parti di un nuouo cielo  
ammirabile, e di uno degli antichi delle volte  
regolari degli architetti.**

**Curiosa esercitazione matematica di V. V.,  
ultimo scolare del Galileo**



[www.liberliber.it](http://www.liberliber.it)

Questo e-book è stato realizzato anche grazie al sostegno di:

## E-text

Editoria, Web design, Multimedia

<http://www.e-text.it/>

QUESTO E-BOOK:

TITOLO: Al serenissimo principe di Toscana, Formazione, e misura di tutti i cieli : con la struttura, e quadratura esatta dell'intero, e delle parti di un nuovo cielo ammirabile, e di uno degli antichi delle volte regolari degli architetti. Curiosa esercitazione matematica di V. V., ultimo scolare del Galileo

AUTORE: Viviani Vincenzo

TRADUTTORE:

CURATORE:

NOTE: Tratto da riproduzione digitale dell'originale proveniente da <http://gallica.bnf.fr/>

DIRITTI D'AUTORE: no

LICENZA: questo testo è distribuito con la licenza specificata al seguente indirizzo Internet:  
<http://www.liberliber.it/biblioteca/licenze/>

TRATTO DA: "Al serenissimo principe di Toscana, Formazione, e misura di tutti i cieli : con la struttura, e quadratura esatta dell'intero, e delle parti di un nuovo cielo ammirabile, e di uno degli antichi delle volte regolari degli architetti. Curiosa esercitazione matematica di V. V., ultimo scolare del Galileo", di Vincenzo Viviani. Stampato in Firenze nella tipografia di Piero Matini, 1692

1a EDIZIONE ELETTRONICA DEL: 9 ottobre 2002

INDICE DI AFFIDABILITA': 1

0: affidabilità bassa

1: affidabilità media

2: affidabilità buona

3: affidabilità ottima

ALLA EDIZIONE ELETTRONICA HANNO CONTRIBUITO:

David Ramanzini, [ramanzini@hotmail.com](mailto:ramanzini@hotmail.com)

REVISIONE:

Claudio Paganelli, [paganelli@mclink.it](mailto:paganelli@mclink.it)

PUBBLICATO DA:

Marco Calvo, <http://www.marcocalvo.it/>

Informazioni sul "progetto Manuzio"

Il "progetto Manuzio" è una iniziativa dell'associazione culturale Liber Liber. Aperto a chiunque voglia collaborare, si pone come scopo la pubblicazione e la diffusione gratuita di opere letterarie in formato elettronico. Ulteriori informazioni sono disponibili sul sito Internet: <http://www.liberliber.it/>

Aiuta anche tu il "progetto Manuzio"

Se questo "libro elettronico" è stato di tuo gradimento, o se condividi le finalità del "progetto Manuzio", invia una donazione a Liber Liber. Il tuo sostegno ci aiuterà a far crescere ulteriormente la nostra biblioteca. Qui le istruzioni: <http://www.liberliber.it/sostieni/>

AL SERENISSIMO  
PRINCIPE  
DI TOSCANA

FORMAZIONE, E MISURA  
DI TUTTI I CIELI

Con la struttura, e quadratura esatta dell'intero, e delle parti  
di un nuovo Cielo ammirabile, e di uno degli antichi  
delle Volte regolari degli Architetti.

*Curiosa*

ESERCITAZIONE MATEMATICA

DI V[INCENZO] V[IVIANI]  
Ultimo Scolare del Galileo

Accademico Fiorentino  
Il Rinvigorito Accademico della Crusca.

*Hae sunt Exercitationes ingenii, haec curricula mentis.*  
Cicero de Senec.

*Cave tamen ne excidant haec umquam in aures Hominum disciplinae, erudi-  
tionesque expertium; nulla enim horum sunt, quae dicta ad Populum magis  
ridicula videantur; nec quae, apud Doctos prolata, magis mirabilia, ac divina.*  
Plato in Epist. 1. ad Dionys. Siciliae Tyr.

IN FIRENZE nella Stamperia di Piero Matini 1692.  
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

## SERENISSIMO PRINCIPE

L'Aggradimento benigno, che l'A. V. SERENISSIMA dimostrò nell'esplicazione da me fattale a' mesi addietro di quel mio nuovo curioso Enimma Geometrico intorno all'artificio di formare, e quadrare il Cielo di quella Tribuna aperta, o Volta a Vela ammirabile cavata da un Emisfero, e l'eroica generosità, con cui, ad emulazione de' suoi Maggiori, favorisce, e protegge i Cultori delle Arti, e delle Scienze più nobili, ed in specie gl'Indagatori delle Verità Matematiche, per la venerazione alle quali V. A. S. più volte m'ha stimolato a publicar qualche parte di quelle, che ne' miei primi studj io vi ritrovai, mi da coraggio adesso, coll'obbedirla, di manifestarmi l'Autore dello stesso Enimma; di propalar, col suo scioglimento, quello ancora di alcuni altri di simigliante natura, anch'essi curiosi, e nuovi; e di francheggiargli col suo Serenissimo Nome.

Ne sarà questa mia elezione sottoposta a censura, conciossiecoshè, trattando io qui di Edifizzj i più riguardevoli, e sontuosi, che la Pietà, la Magnificenza, e la Splendidezza de' Potenti Signori suol consacrare al culto Divino, od ereggere, e destinare all'Eternità per comodo pubblico, od in uso proprio; e pretendendo eziandio di assegnar le vere, e le giuste misure in piano delle lor superficie curve solite ornarsi o con vaghe Pitture, o con preziosi Musaici di Artefici i più eccellenti; io non mi poteva queste mie prime antiche scoperte giustamente ad altri indirizzare, che alla SERENISSIMA ALTEZZA VOSTRA, la quale delle più insigni Architetture, Pitture, e Sculture è Giudice così esquisito, ed insieme è tanto Amator del vero, del giusto, e del retto.

Oltrechè, avendo l'A. V. fatto pubblico il primo di questi Problemi, per eccitare gli Analisti famosi, che in oggi illustrano il Secolo, a queste, e ad altre contemplazioni più peregrine; e

stimando ancor'io convenirsi alla cognizione, che ho della mia povertà, rispetto alla ricchezza di quegli, il non tardar più, col palesamento delle presenti mie soluzioni, a dichiararmi di nuovo, ch'io non pretesi di provocare in ciò, ne di chiamar, come dir si suole, alcuno a duello; il che mi fu sempre odiosissimo; ma sol di vedere la molteplicità delle vie diverse, per le quali sarebbero tutti pervenuti a scoprire uno stesso, e così bel Vero Geometrico; di qui è, che, per conseguire da essi la riconoscenza di tal mio rispettoso fine, all'A. V. ben noto, io v'interesse la sua potente Tutela.

Aggiugnesi, che, per le costruzioni manifestanti le prove, opportune allo scioglimento di tai Problemi, si richieda precisamente l'industria, benchè immaginaria; con cui, in realtà, l'A. V. già seppe, fra' suoi giovenili diporti, uguagliare quelle de' moderni pretesi Dedali, e Teodori, col vivamente esprimer nel duro di propria mano, a' suoi ingegnosissimi Torni; e caratteri, e Volti Umani, ed altre più difficultose figure; sì di lui basso, che d'intero rilievo, con istupore di chi ebbe la fortuna, e l'onore di rimirarle.

Spero per tanto, che l'A. V. S. non isdegherà di accettare questo piccolo saggio di quel grande, ed astruso, che ben V. A. ravvisa potersi estrarre da queste poche, ma feconde speculazioni. E all'A. V. S. profondissimamente m'inchino.

DI FIRENZE. 24 aprile 1692.

Di Firenze, I. Maggio 1692.  
A gli Esperti Tornitori Geometri, e Valorosi Analisti  
GRAZIA DIVINA,  
Amore al Vero, e Dono dell'Inventiva  
L'Ultimo Scolare del Galileo  
V. V.

**F**RA le proprietà più recondite scoperteci nell'esame del Quanto dagli occhi speculativi degli antichi Geometri, stupendissima, al parer mio, fu quella, che vide già il perspicacissimo degl'ingegni Italiani, il Principe nostro Archimede, col dimostrare la superficie curva della Sfera, o Globo, esser quattro volte tanto il suo cerchio massimo. Ed in vero, il ricercare, e poi trovar maniera di distendere in piano una tal superficie curva, la quale, quantunque non sia infinita, non ha, per così dire, principio, ne fine, o se pur ha l'uno, e l'altro, ne ha infiniti, e sì da infiniti termini è contenuta, fu impresa da intraprendersi, e condursi a fine sol da quell'Uomo quasi divino, il quale veddesi poi averne fatto così gran conto, che, disprezzando ogni altra delle proprie arduissime speculazioni, si elesse, come in trofeo più memorabile, e degno de' suoi trionfi, le figure d'una Sfera, e di un Cilindro da scolpirsi evidenti ne' marmi del suo Sepolcro, comechè, di quella inscritta, e di questo circoscrittore, egli avesse provato le superficie curve esser fra loro uguali, e riducibili ad un piano d'un cerchio, se non di nota quadratura, almen di nota grandezza.

Ora io, fin ne' miei primi studij in età di ventiquattro anni, riflettendo a questa singolarità di passione della Sfera, e vedendo esser già trapassati quasi 18 secoli, senza che da niuno dopo quello ci fosse stata distesa in piano altra superficie curva, mi feci cuore di pormi ad indagare qualche altra via, a così belli, ed utili scoprimenti più maestra, ed universale di quella battuta già da Archimede; e su la traccia delle più diritte additate prima dal gran Galileo, ma da poi ampliate dagli altri due fecondi Ingegneri Italiani, del Cavalieri, e del Torricelli; e coll'albore, benchè offuscato, scortone da lontano altrove, mi sortì vederne alcune altre, per le quali ostinatamente seguendo 'l cammino, giunsi in fine al mio intento, e trapassailo ancor più la conciossiecossachè, non solamente trovai ripiego di spianar in figura per ancor non stata quadrata con precisa costruzione geometrica (quale si è il cerchio) un infinito numero d'altre curve superficie (cosa di poi per altre guise intrapresa da altri) ma di più, senza ne meno interessarvi Archimede, mi si aperse l'adito di poterne molte, anzi pur infinite, ridurre, e convertire in piani di vera, esatta, e geometrica quadratura: il che io non so se alcuno mai pensasse di fare, non che abbia fatto.

Adesso, nell'età mia de' 70 compiti, dopo che le contingenze frequenti di dovermi assiduamente occupare ne' ministerij, de' quali fui onorato dal mio SIGNORE, han quasi per un mezzo secolo intero tenuta la mente mia alienata dal coltivar di proposito le Matematiche speculazioni, e che i malori del corpo, acquistati nelle Campagne, m'anno obbligato da due anni in quà pel più del tempo

*a guardar, o il letto, o la Casa, per non passarlo del tutto in ozio a me nimicissimo, fra que' miei antichi lavori geometrici, che per li benigni impulsi datimene da questo SERENISSIMO SIG. ho preso a riordinare, ho fatta scelta de' seguenti Problemi così curiosi, e tanto facili a praticarsi, che già mi par di veder, che ve ne ridiate; essendochè ciascun di Voi Esperti Tornitori Geometri, non che Valorosi Analisti, co' vostri scarpelli, e co' trapani, o co' succhielli, appena intesigli ne saprete cavar le mani; se non vi parrà fatica di prima tornire, e poi traforar certi solidi colle regole speditissime, ch'io son per darvi, spettanti alle loro costruzioni; dalla notizia delle quali, e da quant'altro v'indicherò ben presto ne troverete anche a Voi stessi le proprie, o necessarie dimostrazioni; e Voi massimamente Signori d'oltre a' Monti; i quali, un tempo fa, colle vostre nuove, e stupende Invenzioni palesaste al Mondo d'aver Arti da scioglier nodi assai più di questi intrigati.*

*Il primo di questi Problemi, è quello stesso Enimma, che il mese passato uscì fuori sotto nome di D. Pio Lisci Pusillo Geometra, Anagramma di Postremo Galilei Discipulo, che tale, per la Dio Grazia, sono io, che fui l'ultimo a godere de' suoi dottissimi insegnamenti; l'ultimo sopravvivoente a quanti furono suoi Scolari; forse l'ultimo di quegli, che con esso trattassero; e quasi l'ultimo di quanti lo conobber di vista.*

*Questo medesimo Problema, ed il terzo, che segue, insegnano, fra gli altri, formare i Cieli di due sorte di Volte. L'una, spiegata a guisa d'una Vela di Nave, di mia invenzione, con quattro aperture di finestre attorno, e con particolare artificio cavate dalla superficie curva d'un Emisfero, cioè dal Cielo della Volta, detta Tribuna. L'altra, comunemente chiamata a Schifo, per la forma, ch'ella tiene d'una piccola Barca, detta dal Greco Scapha, e da Noi, lo Schifo, ed è anche chiamata alla Romana; forse per essere stata riconosciuta più in Roma, che altrove, per la più aggiustata al comodo di ornar le stanze di quei Palazzi. E perchè quì, per assicurare del giusto chi spende, e dare il dovere all'Artefice, che vi dipinga, o vi lavori di Musaico, io vi spiego la regola di riquadrare geometricamente con esattezza, e senza supporre la quadratura del cerchio, i Cieli, o le superficie curve di queste due Volte, e delle lor parti; però non disconverrà che, in onore della Patria dell'Inventore, tanto Amatora del giusto, io chiami quella mia Vela Volta a Vela alla Fiorentina Quadrabile, seguitando a chiamare la seconda, Volta a Schifo alla Romana, coll'aggiunta pur di Quadrabile.*

*Appresso, per adattarmi al genio, ed al gusto non solo de' Teorici, che de' Pratici, porrò la formazione, e la misura degli altri Cieli dell'usate Volte sopra base regolare di cerchio, o di quadrato, oltre alla vera, e precisa quadratura d'altre infinite Volte su basi di lati, ed angoli uguali quanti ne piace.*

*Tale, in ristretto, è l'argomento di questa mia curiosa Esercitazione Matematica.*

*Di tutto ho voluto fare il disteso nella propria favella, affinchè apparisca esser valevole anch'essa ad esprimere con chiarezza, ed in termini significanti i concetti dell'animo, eziandio in materie simili scientifiche. Tanto vi basti. E se persisterete in occuparvi a scoprir Veri ignoti, al che vi condurrà la DIVINA*

GRAZIA, l'Amore al Vero, e 'l Dono dell'Inventiva, viverete felici, com'io desidero.

L'Enimma ultimamente proposto così diceva.

Die 4. Aprilis 1692.

ÆNIGMA GEOMETRICUM  
DE MIRO OPIFICIO TESTUDINIS  
QUADRABILIS HEMISPHERICÆ

A  
D. PJO PUSILLO GEOMETRA  
propositum;

*Cuius divinatio, a secretis Artibus illustrium Analystarum  
vigentis ævi, expectatim, quod, in Geometriæ pura  
historia, tantummodo versatus, ad tam recondita videatur invalidus.*

**I**Nter venerabilia eruditæ olim Græciæ Monumenta, extat adhuc, perpetuò equidem duraturum, Templum augustissimum, Ichnographia circulari ALMÆ GEOMETRIÆ dicatum, quod, a Testudine intus perfectè hemisphærica, operitur; sed in hac, fenestrarum quattuor æquales aræ (circum, ac supra basim huiusce hemisphærij dispositarum) tali configuratione, amplitudine, tantaque industria, ac ingenij acumine sunt extractæ, ut, his detractis, superstes curva Testudinis superficies, pretioso opere musivo ornata, Tetragonismi verè geometrici sit capax.

Quæritur modò, quæ sit, qua methodo, quave arte, pars ista hemisphæricæ superficiei curvæ quadrabilis, tensæ ad instar Carbasi, vel turgidi Veli nautici, ad Architecto illo Geometra fuerit deprehensa? & cui demum plano geometricè quadrabili sit æqualis?

**P**Ræsents Ænigmatis enodatio (quod spectat ad huius admirabilis Fornicis, tum Constructionem expeditissimam, tum Quadraturam) SERENISSIMO FERDINANDO MAGNO PRINCIPI ETRURIÆ, Scientiarum & nobiliorum Artium CULTORI, AC PATRONO GENEROSISSIMO, ab eodem Ænigmatista collata iam est; qui quidem simul non dubitat quin hoc ipsum Ænigma singuli, literario in Orbe degentes hodie, præclarissimi Analystæ, sint statim divinaturi, proprias quadrationes impertiendo singularis huius Testudinis tetragonismicæ ab hemisphærio dissectæ: sed ipsorum solummodo peracutas



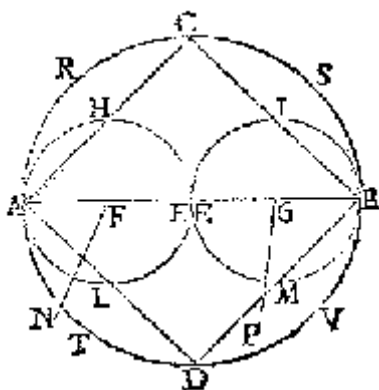
*indagines, multiplicesque industrias ad hoc unum, idemque geometricum collimantes, impatienter expectat, ut hinc, qui temerè contumelias in Geometriam iacere audent, silere discant; vel potius maxima cum voce exclament. OH UNICA VERORUM SCIBILIUM SCIENTIA A DIVINA in Hominum MENTE infusa! ut hæc, imperviis, mutabilibus, fallacibusque contemptis, æterna ista, quæ semper, & unicuique sunt eadem, tantùm appetat, nilque aliud unquam magis innocuum scire perquirati.*

*Quest'Enimma dunque ho converto nel seguente*

## PROBLEMA PRIMO.

Trovar una mezza Sfera, ed assegnar sulla superficie curva di essa non quadrabile una porzione, che sia eguale al quadrato della data retta AB.

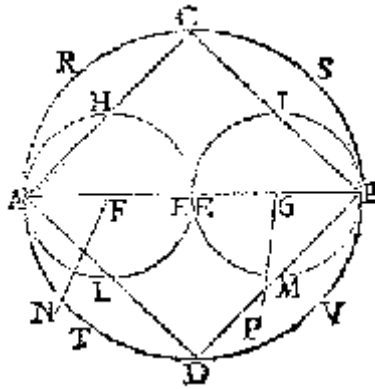
**T**ornitevi una Sfera, o Globo, che volgarmente noi diciamo Palla, rappresentata da un suo cerchio massimo A C B D, il quale figuratevelo come un verticale, di cui il diametro orizzontale sia la data retta A B, centro E, raggj E A, E B.



Questi dividetegli per mezzo in F, G. Dipoi, fattosi fabbricare un Succhiello, o Trapano, la cui maggior grossezza, o larghezza tagliente sia appunto uguale ad uno de' raggj E A, E B: con esso traforate la Palla, tenendo l'asse del ferro, secondo le direzioni, ch'io chiamo centrali, delle rette N F, P G perpendicolari al piano di esso cerchio A C B D, dal quale il taglio di detto ferro scaverà i due cerchi uguali A H E L, E I B M toccantisi in E.

Ciò fatto, dico, che avete e presto, e bene sciolto il Problema ciascuna di queste mezze palle, A C B superiore, e A D B inferiore: cioè, che il

trapano, che è passato fuor fuori, ha portato via da ciascuna superficie curva degli Emisferj quattro spazzj eguali, e simili bilineari, in forma di quattro mezzi occhi, o finestre; che due dalla parte d'avanti, e due all'opposta, toccantisi fra loro in punti sul giro della base orizzontale, e che ciascuno degli avanzi di dette superficie curve emisferiche, toltene le quattro finestre, è per l'appunto eguale al quadrato della data A B fatta asse della Sfera. Il che è l'istesso, che dire, è doppio del quadrato A C B D descritto dentro al medesimo cerchio massimo. Onde la superficie curva di tutta la Palla A C B D, toltine i quattro occhi interi consumatisi nelle due traforazioni, è quadrupla di esso quadrato inscritto A C B D; nella guisa, che tutta la superficie sferica è quadrupla di tutto il massimo cerchio R S V T circoscritto ad esso quadrato A C B D.



Dal che ne vien, come Corollario, che ciascuna superficie curva de' quattro occhi rotondi, o finestre intere, è quadrupla di ciascuna delle proporzioni piane A R C, C S B, B V D, D T A, che avanzano al cerchio R S V T toltone il quadrato inscrittogli A C D B.

E perchè tanto l'una, che l'altra superficie emisferica, toltine i suoi quattro mezz'occhi, ha forma d'una Vela gonfia di Nave, che può servir di Cielo ad una nuova Volta, il quale posa sul cerchio, ch'è intorno al diametro A B, ed è cavato coll'aperture delle quattro finestre da quel Cielo intero, e serrato della Tribuna a mezza palla: Di qui è, che l'operazione fatta sopra vi mostra 'l modo di formarvi speditamente sul vostro torno, e co' vostri trapani, non che uno, due Modelli del Cielo di questa Vela, che per li motivi addottivi io chiamo Vela quadrabile Fiorentina, le cui quattro punte, A, E, E, B, (dette da' Muratori, petti, o piedi) posano su' peducci posti negli angoli, A, E, E, B di quel quadrato, che torna inscritto all'altro cerchio massimo eretto perpendicolare al Verticale R S V T.

*Eccovi dunque bastantemente indicato con evidenza palpabile, e segnato con geometrica, e speditissima costruzione sul convesso di questa Sfera i perimetri de' quattro occhi interi, o finestre, i quali perimetri vengon dati dalle comuni sezioni,*

*che di lor natura, e necessariamente si fanno di quelle due superficie curve, sferica esterna del globo, e cilindrica interna generata dal trapano, terminanti il giro di esse finestre interne, le quali doppiamente soddisfanno al quesito.*

*Questo è quel che a' mesi passati, per saziar la nobil curiosità di questo SERENISSIMO PRINCIPE FERDINANDO, spiegai all'A. S. con altre varie maniere, da me già tenute per dimostrar questa ammirabile quadratura di Vela, con altro, che qui pure dirò poco appresso.*

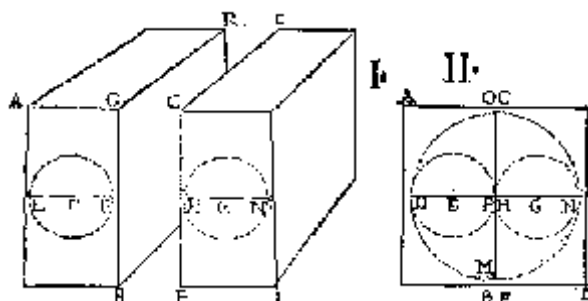
*Ma or frattanto vi dico, e voi stessi, dal dettovi, ritroverete, che su questa medesima Vela Fiorentina si posson assegnare altre Vele infinite, ed altre parti di essa, le quali sien tutte quadrabili, quali per esempio sarebbono col mantener all'intera Vela una delle due sue larghezze da' piedi, cioè uno de' due assi orizzontali dell'Emisfero fra loro a squadra, che congiungono le cocche, o pur le punte, o i lembi estremi della Vela intera, e collo scorciar l'altra larghezza, o distanza fra i rimanenti due lembi opposti, col fargli terminare sull'arco di quel mezzo cerchio verticale (il qual passa per gli altri lembi dell'intera) per distanze eguali dal polo, o vertice di tal arco: poichè in tal maniera ciascuna di quest'altre infinite Vele, più strette per un verso, che per l'altro, si può ridurre in quadrato con esattezza geometrica, e far sì, che questa, alla Vela intera abbia qualunque data proporzione di minoranza, e che perciò ella sia eguale a qualsisia dato quadrato minor di quello dell'asse, a cui è uguale la Vela intera: essendochè la più stretta, o secondaria, che voglia dirsi, alla primaria sta sempre come la retta congiungente le cocche più corte (che restan come in aria staccate dalla base di tutta la primaria) alla retta congiungente le cocche più lunghe, cioè all'asse di quella Sfera, ec. Siccome altre infinite Vele si posson considerare sulla stessa<sup>(\*)</sup> superficie emisferica, quadrabili ne' lor tutti, e nelle lor parti, ec. Proprietadi in vero, non men rimarcabili di quante sieno state fin'ora estratte dall'indeficiente miniera della Geometria, delle quali sole, sull'esempio d'altri Inventori, avrei potuto far subito gran fracasso: e se l'ambizione mi avesse predominato, pregiarmi ancora (com'essi han fatto) più d'Archimede primo riduttore della superficie sferica in piano, allorchè, quarantasei, o più anni sono io mi fossi considerato per scopritore d'un metodo così vasto, ed universale stato ignoto agli Antecessori, e propagabile in infinito a cose non men belle, che nuove, e col quale, in questo particolare, trovai nel medesimo tempo non solamente l'estensione delle parti della superficie sferica in piani non ancora quadrabili, come fece Archimede, ma di più le sopradette estensioni di parti infinite, e per più versi considerate, di simiglianti Vele, con ridurle a noti quadrati, o rettangoli. Contuttociò io non ne feci, ne so farne tanto romore, e non mi presumo tanto, perchè io conosco me stesso. Godo bensì, e mi appago di queste, e di altre non men degne scoperte; ma non resto però di ceder il campo ad ogniuno, come sempre il cedei: anzi or risolvo di non intraprender più in avvenire nuove speculazioni, contento di queste, e dell'altre*

---

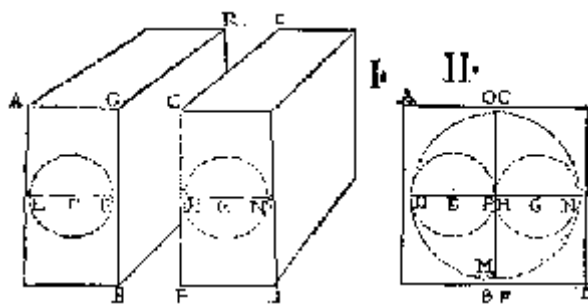
<sup>(\*)</sup>Nota a margine: In breve, poichè le parti della Vela primaria, e di qualunque di queste secondarie, tagliate da archi di mezzi cerchi massimi, che passano per E, B, C (punti opposti de' fori) si posson ridurre in tanti quadrati, o rettangoli, ec.

già fatte, tali quali si sieno; se non per altro, almeno pel numero, trascendente l'immaginativa, e la credenza degl'Informati delle tante, e sì varie mie distrazioni in continua agitazione del corpo, e dell'animo, troppo repugnanti alla tranquillità, che in sì fatti studj, la mente mia stanchissima richiedeva. Ma rimettianci alla Vela.

Se voi desideraste di veder in opera di rilievo il Modello di questa Vela quadrabile (essendochè riesca assai malagevole il traforar con un trapano stesso un globo digià tornito, ed in guisa, che i trafori si tocchino per tutta la lunghezza dell'asse del globo, senza intersegarli fra loro, ed il far sì, che tal'asse si adatti appunto, e si unisca co' due lati de' fori cilindrici, che passan per E) vi darò questa regola sicura e facile per la pratica.



Ordinate farsi di legno duro due perfetti parallelepipedi eguali su basi eguali, e simili rettangole spianatissime A B, C D, di questa prima Figura, alte circa al doppio della larghezza, ed i solidi sieno d'egual lunghezza non minore dell'altezza, o grossezza loro. Ciascun di questi traforategli in diritto per la lunghezza con un trapano, quanto vi piace più stretto di questi legni, col porre la punta di esso ne' centri E, G, delle basi, per farla riuscire per li centri delle opposte. Dipoi, fate piallare a poco a poco due delle facce loro più larghe, come le B R, P S, tantochè, in levar via que' sottilissimi brucioli, i piani arrivino a toccare precisamente i lati de' fori cilindrici, che passano per li colmi F, H, e per gli altri, che terminano sulle circonferenze de' cerchi opposti.

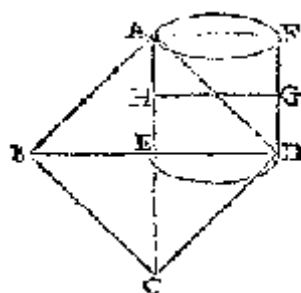


Fatto ciò, incollate sottilmente questi due piani insieme, talmentechè le basi A B, C D compongano un sol piano rettangolo A D della seconda Figura, e che i medesimi colmi F, H, di essi fori, si tocchino, siccome gli altri de' cerchj opposti, e in conseguenza, i lati de' cilindri voti, che passano per F, H, diventino un lato solo. Finalmente mettete sul vostro torno questo composto di legni, sicchè una delle punte entri in F, unito con H, e l'altra nel suo corrispondente punto dell'altra testata: e con la vostr'arte di tornir su le punte (se però non vi volete valere del torno in aria sulla coppella) formatevi un Globo, il cui asse sia eguale appunto alla retta L N composta de' diametri de' due fori; il che vi accorgete di aver conseguito allora, che nel tornire in tondo, sarete arrivati a quasi sfondar dentro a' fori; che in quell'atto vedrete, con vostro sommo diletto, d'aver ultimato il lavoro del modello desiderato, anzi pure di due della Vela quadrabile Fiorentina.

## PROBLEMA SECONDO.

Trovar un solido, ed un Trapano, col quale, forando quello fuor fuori, l'interna superficie rotonda, che vi si crea, sia eguale al dato quadrato A B C D.

**C**ongiugnete i diametri A C, D B, e compite il quadrato A E D F.



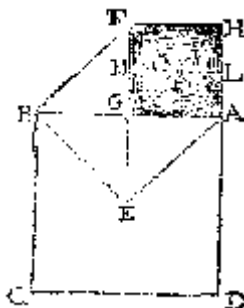
Tornitevi poi un cilindro retto all'altezza di A E, grosso altrettanto ne' diametri delle basi A F, E D. Dipoi con un trapano, la cui massima ampiezza sia quant'è l'altezza, o la grossezza del cilindro, foratelo banda banda secondo la direzione centrale della retta G H, la qual congiugne i punti di mezzo G, H, de' lati opposti F D, A E.

Dico, che così rimane sciolto il Problema: cioè che la superficie rotonda interna fatta dal trapano dentro al cilindro è per appunto uguale al dato quadrato A B C D.

## PROBLEMA TERZO.

Tornire un solido, la cui intera superficie curva rotonda sia eguale al dato quadrato  $A B C D$ .

**D**al centro del quadrato congiungete le  $E A$ ,  $E B$ ; compite il secondo quadrato  $A E B F$ : congiungete la  $E F$  segante l' $A B$  in  $G$ , e formate il terzo quadrato  $A G F H$ .



Tornitevi poi un cilindro retto che sia alto, e grosso quanto  $F G$ , sicchè, per esempio, i diametri delle basi sieno i lati  $A G$ ,  $H F$ ; e questo stesso cilindro, che torniste intorno a' centri delle basi  $A G$ ,  $H F$ , ponetevi di nuovo a tornirlo per l'altro verso in croce, cacciando le punte del vostro torno ne' punti di mezzo  $L$ ,  $M$  de' lati opposti  $A H$ ,  $G F$  del terzo quadrato; ed in far questo lavoro valetevi d'uno scarpello di taglio perfettamente diritto, e più lungo dell'altezza, grossezza di esso cilindro; con questa avvertenza però, che il medesimo taglio diritto dello scarpello si stia sempre parallelo a se stesso, e a' diametri  $A G$ ,  $H F$  delle basi del cilindro fatto a principio, e con tal invariabil politura del ferro andate il suo taglio spignendo a poco a poco più innanzi fin che, nel portar via quella sottilissima tornitura, egli arrivi appunto a radere dall'una parte, e dall'altra i poli  $I$  degli archi delle metà di quel cerchio, il quale segnato sul cilindro, ha per diametro la retta  $M L$ ; e qui subito date fine a quest'altra tornitura; che io dico aver voi così, perfettamente sciolto il Problema.

Cioè, che tutta la superficie curva di questo solido, per due versi cilindrica, è eguale al dato primo quadrato  $A B C D$ .

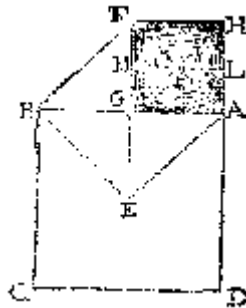
Or perchè, come voi vedete, il quadrato  $A H F G$  divide in due parti uguali tutta la superficie curva di questo solido così tornito in croce, e ciascuna di tali metà forma giusto un modello del Cielo di quella Volta detta comunemente Schifo alla Romana, di qui potrete concludere, che

qualunque di questi Cieli è doppio del proprio quadrato A G F H su i lati del quale sta esso impostato. E perciò da qui avanti questo Cielo, e questa Volta potrà dirsi Schifo alla Romana quadrabile; di cui avremo la giusta, e vera quadratura col moltiplicare il perimetro, o giro del quadrato sua base nella sua altezza, o sfogo, ovvero nel cateto, che dal centro di esso quadrato cade sopra uno de' lati.

*Ma la quadratura di questo Cielo s'estende ancora ad ogni altro degl'infiniti Cieli, che si facessero sopra qualunque altra base poligona regolare; quando, cioè, da ciascun de' lati si staccasse una quarta di superficie di cilindro generata da esso lato, nel rivolgerlo, ed alzarlo parallelo a se stesso fin al vertice, come base di quel triangolo equicrura, che ha la sua cima nel centro del poligono: poichè da' comuni segmenti di queste eguali quarte di circonferenze di Elissi, che hanno per semiassa maggiore il raggio del poligono, e per minore il suo cateto; e fra l'una, e l'altra quarta d'Elisse si conterrebbe uno spicchio di superficie curva cilindrica, e tutti insieme questi spicchi formerebbono un Cielo di Volta, che pur si potrebbe dir a schifo alla Romana quadrabile, sopra base pentagona, essagona, o altra qual'ella si fosse delle regolari.*

Conciossiacosachè ciascuno di tali Cieli, è eguale al rettangolo fatto dal giro del poligono base della Stanza, o del Tempio, e dal cateto del medesimo poligono, cioè, al rettangolo d'uno de' lati nel cateto moltiplicato pel numero de' lati.

In oltre, ed è cosa ammirabile, se tutto questo Cielo si segasse con un piano parallelo alla base per cavar nel colmo una apertura per pigliare il lume; anche del Cielo, che rimane fra essi piani, si avrebbe speditamente la giusta riquadratura in piano; perchè tutto 'l Cielo a quella porzione levatane sta sempre come tutto lo sfogo dello schifo allo sfogo del Ciel levato; in quella guisa appunto, che la superficie curva di tutto un Emisfero alla curva d'una porzione circonfolare, sta come lo sfogo dell'Emisfero allo sfogo della medesima porzione.



Di più, questo medesimo solido tornito per due versi a cilindro, se punto punto vi penserete, lo troverete esser due terzi del cubo, che lo circoscrive, cioè del fatto sul quadrato A H F G.

## PROBLEMA QUARTO.

Trovar un solido, ed un trapano, col quale, traforandolo, il voto che vi si farà, sì rispetto alla solidità, che rispetto alla superficie, sia proporzionalmente analogo ad un globo.

**T**ornitevi qualunque cilindro retto, il quale sia alto appunto quant'egli è grosso, e per esempio A B C D sia uno de' suoi rettangoli quadrati per l'asse, e A D, B C sieno i lati opposti dell'altezza. Prendete poi un trapano,



la cui massima ampiezza sia precisamente eguale alla grossezza, o altezza di tal cilindro, e con esso traforatelo secondo la direzione centrale della retta E F, la qual congiugne i punti di mezzo E, F de' lati.

Ciò fatto, dico, che avete sciolto il Problema: cioè, che riempiendo il voto, che si sarà fatto dentro al cilindro, la figura di tal ripieno, tanto nella solidità, che nella superficie rotonda, è proporzionalmente analoga ad una Sfera.

Anzi di più, che questo tal solido, che ristaura il cilindro, è anch'esso due terzi del cubo, che lo circoscrive, cioè di quello che si fa sul quadrato A B C D: nella guisa che il cilindro circoscrivente una Sfera è sesquialtero della medesima Sfera.

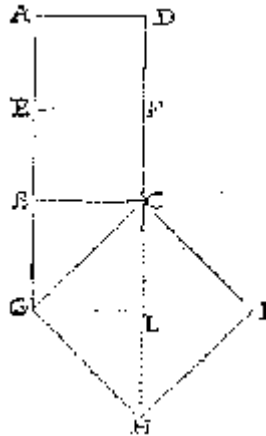
## PROBLEMA QUINTO.

Trovar un solido rotondo, ed un Trapano, o Succhiello, col quale forandolo banda banda, la superficie curva rotonda, che vi lascia dentro creata di nuovo il ferro, sia eguale alla curva superficie rotonda esterna, che il medesimo ferro avrà alla fine



consumato di sul solido da ambe le parti, e tanto l'interna, che l'esterna sia eguale al dato quadrato C G H I.

**T**irate i diametri C H, G I segantisi in L, e compite il quadrato C L G B.



Tornitevi poi un cilindro retto, del cui rettangolo per l'asse A B C D il lato, ovvero altezza A B non sia minor del diametro B C della base, e con un trapano, la cui massima ampiezza sia precisamente eguale ad esso diametro B C, passatelo fuor fuori secondo la direzione centrale della retta E F, dividente pel mezzo i lati A B, D C.

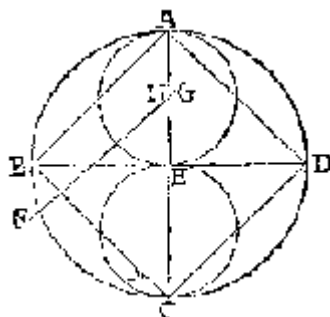
In tal maniera operato, dice essere sciolto il Problema: cioè, che la superficie curva interna formata dal ferro è eguale al composto delle due superficie, che dall'una, e dall'altra parte ha consumato il ferro stesso di sul cilindro: e che tanto l'interna, che l'esterna è uguale al quadrato C G H I.

### PROBLEMA SESTO.

Trovar un solido contenuto da due superficie, una piana, ed una curva, e trovar un trapano, col quale traforando la superficie curva pel traverso, l'altra curva superficie rotonda, che si forma dentro al solido, sia eguale non già, come nel passato Problema, a quella superficie curva, che esso trapano averà consumato di sul solido da ambe le parti, ma a quella

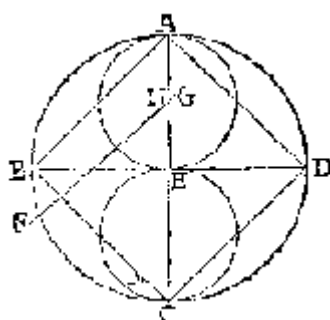
curva, che sul medesimo solido sarà rimasta dopo la traforazione; e sì, che tanto l'una, che l'altra sia eguale al quadrato della data retta A C.

**T**ornitevi un globo, di cui l'asse sia quanto A C linea data, nella metà del qual globo sia B A D uno de'



mezzi cerchi massimi, di cui il polo sia A, centro E, diametro B D, e preso un trapano di massima larghezza, o grossezza eguale al mezz'asse A E, con esso traforate il detto mezzo globo secondo la direzione centrale della retta F G, la qual, passando per H punto di mezzo della A E, sia perpendicolare al piano del medesimo mezzo cerchio B A D.

Dico, che, terminata questa operazione, avete sciolto il Problema, cioè, che tanto la superficie curva interna generata dal trapano nella mezza Sfera, quanto la superficie curva esterna, che rimane su quella, intatta dal ferro, è ugual appunto al quadrato della data retta A C.



Laonde, fatta una simile traforazione per di sotto nell'altra metà di Sfera, ne vien per Corollario, che di questa così traforata a doppio, l'universal superficie composta dall'interno de' fori, e dell'esterna rimanente alla Sfera, è quadrupla dell'istesso quadrato dell'asse A C della Sfera.

E che l'universal superficie del cubo di A C ad essa Sfera circoscritto è sesquialtera dell'universal superficie, interna, ed esterna di detta Sfera inscrittagli, e traforata a doppio, come sopra: nella guisa che l'universal superficie del cilindro circoscritto alla Sfera è sesquialtera dell'universale della medesima Sfera.

Anzi di più vi dico che, aiutati da questa costruzione, e da tali notizie, troverete, e dimostrerete, che il solido, che qui rimane alla mezza palla, dopo fattole quel traforo, è la sesta parte del cubo dell'asse A C della palla tornitavi.

Donde proverete appresso, come un altro Corollario, che, fatta una stessa traforazione dentro l'altro emisfero di sotto B C D, quel solido, che rimane all'intera Sfera; toltone i solidi de' due fori, è la terza parte dell'istesso cubo, il qual poi è quello, che circoscrive la medesima Sfera.

E perciò d'ogni residuo di Sfera così traforata a doppio (che divien un solido contenuto dentro da due parti di due superficie cilindriche, e fuori da parte della superficie sferica) il cubo che la circoscrive, è triplo; e quel residuo traforato così bizzarro, sferico cilindrico, geometricamente si riduce in un parallelepipedo noto.

Di più. I due perimetri, o giri, od orli, che chiamar gli vogliate, de' due occhi interi scavati dal trapano dentro la superficie curva dell'Emisfero B A D nella parte davanti, e nell'opposta, contuttochè e' non sieno circonferenze di cerchj, ne di Elissi, ne di altre figure note, anzi sieno linee assai sghembe, e non distese in piano, contuttociò, prese insieme, son uguali alla circonferenza piana di quell'Elisse, di cui l'asse minore sia l'asse A C della Sfera intera, ed il maggiore possa il doppio del minore.

Di più. Ma io non la finire' mai. Cercate un po' da voi, che per queste aperture, e con questi occhi scorgerete cose non più vedute, e tutte singolari, e mirabili della Sfera, e di altre sue parti superficiali, e solide non ancora, a notizia mia, state scoperte da altri, ne men forse in altri solidi rotondi.

*Ma seguitiamo a contemplar i Cieli delle nostre Volte; ed acciò che più francamente ci sortisca di penetrargli, e di meglio concepir la struttura loro, facendomi più da lontano, premetto, che*

*Oltre alle varie maniere inventate dagli Architetti d'impalcar con legnami le Stanze, cinque sorte di Cieli semplici, o coperte sopra basi regolari di quadrato, o di cerchio (alle quali diedero nome di Volte) più comunemente si ordinano da essi Architetti per gli Edifizj, da mettersi in opera con muraglia, ed abbellirsi o con ricchi mosaici, o con pitture di Artefici più singolari.*

*La prima, è chiamata da quegli, Volta a mezza botte, la qual è forse la più antica; come che dalla Natura medesima l'imparassero nell'osservare, che, godendo essa della forma circolare, fin la sottile scorza, che circonda 'l fusto d'un albero segato pel lungo nel mezzo, e messa a diacere col concavo per di sotto, è valevole a sostener grandissimi pesi posati sul convesso, o schiena di tale scorza.*

*Se voi dunque volete farvi il modello di questo Cielo, tornitevi un cilindro grosso quanto alto, e segatelo in due secondo, che va la retta congiungente i centri delle sue basi; che di ciascuna di queste parti il convesso, vi mostrerà quello del Cielo della mezza botte.*

*Per fabbricar questa Volta costumano gli Architetti di far alzare sopra le mura opposte, e fra loro più prossime della Stanza, s'ell'è di base quadrilunga, più centine gagliarde composte di tavole ben confitte, ed erette fra loro parallele, e a squadra a i muri già messi in piano, e dintornate in arco di mezzo cerchio, tanto minor raggio di quel che sia la metà della larghezza di detta Stanza, quanto importa la grossezza de' correnti, e degli asserelli, o cannuce, che sopra loro si fermano, e s'intraversano dall'una centina all'altra. Sopra questa coperta poi, con ismalto, o con muro a mano, di lavoro cotto, ben collegato a filo per filo fra lor paralleli, fanno da' fianchi in su alzar unitamente la fabbrica attorno attorno sopra quell'armadura, e gli ultimi filari prossimi al maggior colmo, gl'inconiano a stretta con lavoro stracotto, e con leghe di pietra cacciatevi di concordia a forza di colpi discreti; e già basso, ne' fianchi, sin'a due terzi in circa dell'altezza, la fanno fare il doppio più grossa, affinché il rimanente dell'arco in mezzo, che gravando spigne alle bande, trovi quivi maggior resistenza, e contrasto.*

*In tal guisa operato, è certo che la superficie curva, o il Cielo di sotto prende la forma arcuata di quella d'un mezzo cilindro, o d'una mezza botte. Ma perchè questo Cielo, dopo dipinto che sia, dovendosi misurare per soddisfare il Pittor della sua mercede (col quale è solito di convenir del prezzo a un tanto il braccio quadro) non si sa ridurre in piano giustamente quadrato, se non col paragonarlo al mezzo cerchio, che fa base a quel mezzo cilindro; ed il cerchio non è stato per ancora quadrato con precisa costruzione geometrica da valersene per la presente pratica (se però questa precisione non ci verrà data dal soprumano ingegno del Sig. G. G. Leibnizio, che già enunciò quella sua mirabilissima quadratura esatta arimmetica per indefiniti numeri rotti, ec.) però anche il Cielo della mezza botte non lo sappiamo precisamente quadrare, e solo (in relazione ad un noto quadrato) in termini per altro noti pronunziarne la sua quantità, ed esprimerla poi in numeri prossimi.*

*La seconda Volta è quella, che qua da alcuni si chiama Tribuna, ed i Latini, anzi i Greci dissero Tholus. Questa per avventura fu ritrovata dall'osseroar, che, eziandio un sottilissimo mezzo guscio d'uovo rivolto all'ingiù, resiste ad immensa forza, che se gli faccia sopra. Ed anche a fabbricar questa diedero forse lume le forme rotonde scavate de' Nidj, e delle Tane, che col natural istinto si fabbricano varj Animali privi della ragione.*

*Per farsene il modello, già voi sapete, e vedete, che, segata pel centro una palla, ciascuna delle superficie curve di tali parti è un perfettissimo Cielo della Tribuna serrata.*

*Per costruirla, il nostro immortal Filippo di Ser Brunellesco Lapi fece veder in opera colla stupenda Cupola di questo Duomo, che ogni gran mole arcuata si può sollevar da terra a qualunque altezza, senza sottoporle centine, od armature; e che, questa Emisferica in particolare, si perfeziona coll'andar a suolo per suolo in*

*giro collegatamente murandola legata da un semplice filo, o asta fermata con un de' suoi estremi nel centro del cerchio, sul quale s'alza la Tribuna, e lunga appunto quanto 'l mezzo diametro di quel cerchio.*

*Ma, avendoci avanti dimostrato Archimede, che questo cerchio è la metà della superficie curva della sua mezza palla, è chiaro, che il doppio del prossimo riquadrato di tal cerchio sarà la prossima riquadratura del suo Cielo dipinto.*

*Delle rimanenti tre Volte osservai, che la terza, e la quarta le composero di parti della prima e mezza botte, e che la quinta la formarono d'una sola parte della seconda a Tribuna serrata. Mi dichiaro.*

*La terza, alla quale continuai il suo nome di Volta a schifo alla Romana coll'aggiunta di quadrabile, è serrata anch'essa attorno attorno come la seconda a Tribuna, ma è creata dall'incrociamiento a squadra di due Cieli della prima Volta a mezza botte voltati su i lati opposti d'un medesimo quadrato, formandosi que' quattro spicchj, come vi ho significato seguire nel terzo Problema, nel quale vi mostrai la maniera di farsene il Modello sul Torno.*

*La pratica del fabbricarla si è col far due centine eguali a mezz'ovato, segnato al solito dal filo, che si gira attorno a' suoi estremi fissi, ec. le quali abbiano per diametro la diagonale della stanza quadrata, che s'intenda coprir in Volta, ed abbiano di sfogo, o rigoglio la metà appunto del lato di tal quadrato, cioè il cateto su quello. Tali due centine si erigono diagonalmente sugli angoli opposti della Stanza; che una intera, l'altra divisa in due, così scorciate ne' colmi, che coll'intera congiunte, formino in mezzo una croce a squadra perfetta. Dipoi s'incorrentano in traverso orizzontalmente per diritture parallele que' quattro spicchj triangolari, e sopra vi si fa l'incannucciatura in arco, secondo che va la piega degli spicchj, che sono porzioni uguali, e simili di superficie curva di quella mezza botte, che si gettasse sopra la medesima stanza quadrata, formandosi così nel Cielo di sotto quattro spigoli incavati per insu all'indentro, e che s'incrociano nel colmo ad angoli retti: mentre però non vi si voglia creare qualche spazio quadrato, o d'altra figura, che più aggradisca per farlo dipignere.*

*Nel murarla poi, come ho detto nell'altre, si va da' quattro lati dell'impostature unitamente alzando attorno filar per filare ben collegato, fin che si arrivi al suo colmo, o serraglio.*

*Lo spazio di questo Cielo a Schifo quadrabile alla Romana, già vi dissi esser doppio della propria pianta quadrata, siccome quello dell'altro a Vela alla Fiorentina. E voi stessi con somma facilità, dalla certezza di ciò, dimostrerete esser vero il tutto fin qui enunziato, poichè, il solo saper la esistenza, o la possibilità d'una conclusione geometrica, agli acuti ingegni inventivi (i quali dal nostro saggio SERENISSIMO FERDINANDO, con più che Platonico detto chiamansi Ingegneri creatori) di sommo aiuto si è il ridurre all'atto questa potenza, nella guisa che, il saper, per esempio, darsi triangoli sulla stessa base, in ciascun de' quali il quadrato di questa è eguale alla somma de' quadrati de' lati loro, sarebbe di grande aiuto a dire, e dimostrare qual sia la spezie di questi triangoli, senza che Pittagora l'insegnasse: siccome s'io affermassi, darsi d'un cerchio non ancor riquadrato, infinite parti geometricamente quadrabili. Se dunque tal pura notizia è di aiuto,*

tanto più lo sarà coll'indicazione di quali sien quegli spazzj, e que' solidi, quadrabili, o cubabili, ed a' quali spazzj o cubi sien quegli uguali.

La quarta Volta nominata a Crociera, è parimente composta di quattro spicchi eguali, e simili del Cielo della mezza botte; con questa differenza però, che laddove, per formar lo Schifo, passano pel punto del colmo gli archi verticali de' due Cieli a mezza botte, che vi s'incrociano, in questa poi a Crociera passano i lati diritti de' due medesimi Cieli, ma paralleli alla pianta, e quivi parimente s'incrociano.

La centinatura di tal Crociera richiede pur quegli stessi mezzi ovati posti per diagonale, siccome l'armadura, tessitura, e coperta va fatta coll'ordine già detto, e 'l muramento per parallele al piano della stanza; che così vien poi creato per di sotto il Cielo di questa Volta con quattro spigoli, che s'incrociano a squadra nel colmo come gli altri, ma però che risaltano in fuori verso 'l pavimento, ed il Cielo riesce aperto da quattro lati con eguali semicircoli verticali.

La misura quadrata di questo Cielo non si può esprimer esatta, per richieder anch'essa la cognizione della quadratura del cerchio, ma bensì in numeri assai vicini, ec.

Restavi la quinta, ed ultima delle Volte poste in opera fin'ad oggi, chiamata comunemente Volta a Vela, che a distinzione della mia nuova Vela, dicola Vela antica.

Il Cielo di questa, altro non è che una parte di quella Tribuna chiusa, che si farebbe sopra il cerchio circoscrivente il quadrato della medesima stanza. Imperciocchè, dando al Cielo di questa Tribuna chiusa, quattro tagli a piombo per i lati di esso quadrato, vi nascono quattro mezzi cerchi, che portano via all'intorno dalla mezza palla, o Tribuna quattro mezza porzioni eguali della di lei superficie curva, e tutto quel che rimane di tal superficie fra gli archi di detti mezzi cerchi, è quel Cielo, detto ora da me Vela antica, con le quattro aperture attorno de' medesimi mezzi cerchi, posando questo Cielo co' suoi petti, o piedi su gli angoli del medesimo quadrato inscritto al cerchio base del Cielo della Tribuna.

Per la centinatura di questa Vela servono i detti archi di mezzi cerchi ben collegati insieme; che, del rimanente a murarla basta cominciar di fondo in que' piedi, con andar su su sempre in giro obbligato dal termine d'un'asta o filo fisso dall'altra parte nel centro del cerchio, o del quadrato, sul quale sta la Vela, ed il qual filo sia lungo quanto 'l mezzo diametro di tal cerchio, o 'l raggio del quadrato: che per tal guisa il concavo di sotto diventa il Cielo di detta Vela antica.

Questo Cielo similmente non è quadrabile per appunto, per le ragioni già dette, ma per numeri ve gli accosta.

Or a compire il primo de' numeri perfetti in genere di Cieli di Volte semplici, quali sono l'altre cinque su base regolare, vi mancava il sesto Cielo: ma di già nel primo di questi Problemi imparaste la regola di faroene il modello in quel Ciel della Vela quadrabile alla Fiorentina.

E quanto al riquadrarlo sentiste, che egli è doppio del quadrato, su gli angoli del quale posano i piedi di questa Vela.

*Similmente della Volta a Schifo, della a mezza botte, e della Tribuna serrata ve ne ho dato il modo.*

*Sicchè de' sei Cieli di Volte avete la maniera di farvi il modello di quattro. Riman ch'io vi mostri come far possiate quegli ancora della Vela antica, e della Crociera. L'uno, e l'altro v'insegneranno i due seguenti Problemi.*

## PROBLEMA SETTIMO.

Trovar un solido, ed un Trapano, o Succhiello, e con esso traforar quello, sicchè la superficie interna, che vi si crea, sia modello del Ciel della Volta nominata a Crociera impostata sopra un quadrato.

**P**rendete pur qualunque solido, che vi dia alle mani, e con un trapano di qual grossezza volete non maggior di quella del solido, traforatelo dirittamente tutto, e poi tornate a traforarlo a diritto col medesimo ferro, ma in croce, in modo, che gli assi di questi due fori s'interseghino ad angoli retti.

Dico che il Problema è già sciolto, cioè che dall'incrociamiento delle due superficie cilindriche de' fori, si saranno formati non che uno, due de' modelli desiderati; l'uno opposto all'altro, e sulla stessa base quadrata.

E se il solido preso a principio sarà un perfetto dado di qualche notabil grandezza, siccome il trapano, e gli assi de' due fori cilindrici passeranno per li centri delle coppie de' quadrati opposti, che circondano il dado, qui dentro con vostro gusto vedrete formati due modelli di Volta a Crociera di quattro spicchi a diacere senza ricaschi ne' lor rigogli, e co' lor quattro spigoli terminatissimi, risaltati in fuori, che diagonalmente s'incrociano a squadra, e formano due perfettissimi mezzi ovati, ovvero Elissi, gli assi maggiori de' quali possono il doppio de' minori, ec.

## PROBLEMA OTTAVO.

Trovar un solido, ed un Trapano, o Succhiello, col quale, traforato quello, se ne formi il modello del Cielo della Vela antica impostata sopra un quadrato.

**T**ornitevi una Palla, grande quanto vi piace, ed il suo asse, per esempio, sia d'un sesto di braccio, intorno al qual'asse, come diametro, descrivete il quadrato; e dipoi con un trapano, che nel più

largo sia grosso appunto quanto il lato di esso quadrato, traforate la vostra palla in croce talmente che gli assi de' fori cilindrici passino pel centro della Palla, e fra loro si seghino ad angoli retti.

Dico, che fatto ciò avete sciolto il Problema: cioè, che quel della superficie sferica sarà rimasto illeso dal trapano, vi rappresenta, non uno, ma due modelli del Cielo della Vela antica sopra uno stesso quadrato inscritto ad un cerchio massimo della medesima Sfera.

Anzi di più vedrete d'aver fatto nel tempo stesso, e senza cercarlo, con la stessa trapanatura, il doppio modello ancora della sopradetta Crociera; cioè la prima coppia, evidente sulla superficie della Sfera, e la seconda nascosta dentro la medesima, e l'una, e l'altra coppia risedere con graziosissimo garbo sopra uno stesso quadrato di lati uguali alla massima larghezza del trapano.

*E questo è quanto ho voluto dirvi intorno a questi sei Cieli.*

*Circa poi al misurar quegli della Tribuna chiusa emisferica, dello Schifo quadrabile alla Romana, e della Vela quadrabile Fiorentina, se alcun di voi bramasse di saper qualcosa di più, conducente, colle costruzioni qui poste, a trovarsene più failmente le dimostrazioni; sappia, che in quella mia fresca età, quando gli spiriti non erano così sopiti come son oggi, il principal fondamento dimostrativo dell'esser vere le conclusioni ammirabili sopra accennate, lo ridussi ad un solo, semplice, e comune a tutte: e quantunque tal fondamento di speculazione sia uno di quegli, che altri, in oggi, per la sua dignità, saria geloso, e guardingo di esporre al pubblico, io però; che non sono della setta de' Pittagorici, i quali riputando gran misterio i loro trovati, giuravano di non propalargli, voglio pur alla buona comunicarvelo.*

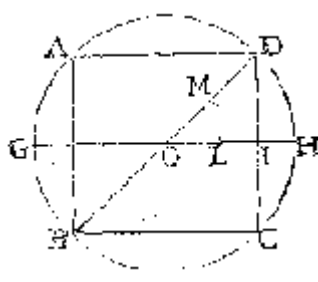
Dicovi dunque essermi accorto allora: che la superficie curva di qualunque spicchio polare, tanto della Tribuna, che della a Schifo, e delle lor parti ancora, o alte, o basse, e quanto si siano angustissime, comprese da piani paralleli alle basi, è sempre eguale al rettangolo fatto dall'arco della Tribuna preso sul cerchio della base, o pur dalla retta base dello spicchio, nella perpendicolare all'orizzonte contenuta fra i piani comprendenti o lo spicchio trilineare, o la parte quadrilinea in qualunque luogo questa sia presa, e su qualsisia de' Cieli di dette Volte. E tutto trovai senza Archimede, per doppia posizione, ed anche direttamente. Su questo tal fondamento stabilij la quadratura esatta, e geometrica del tutto, e delle parti, prese per varj versi, del Cielo a Schifo Romano su base poligona regolare, e con rigoglio, o sfogo eguale al cateto della stessa base; moltiplicando, come dissi, la somma de' lati del poligono coll'altezza perpendicolare del tutto, o delle parti di questo Cielo a Schifo.

Di più, colle debite cautele, superflue a ricordarsi a' Possessori della vera Geometria, potrete saper ancora la misura prossima, se non la precisa quadratura degl'interi, e delle parti de' Cieli della Tribuna, e dello Schifo, allor ch'e' saran formati, come diconsi, a sesto acuto.



*In somma, voi medesimi, col dettovi ultimamente, e colle costruzioni spiegatevi ne' Problemi, riconoscerete per vere queste, ed altre infinite belle notizie, ed anche intorno alle solidità, sì delle figure da voi tornite, e traforate colle regole da me prescrittevi, come ancora d'innnumerabili altre, ec. Frattanto permettetemi il dire con Archimede: Huiusmodi symptomata, natura ipsa inerant quidem priùs circa dictas figuras, sed non fuerant superioribus cognita, qui ante nos.*

*Ma lasciate da parte così fatte Teoriche da pochi gradite, perchè da pochi intese: a requisizione, ed in servizio de' puri Pratici voglio ridur loro in ristretto la proporzione, che ha uno stesso quadrato A B C D a ciascuno de' sopraddetti Cieli impostati su gli angoli dello stesso quadrato;*



*affinchè in una occhiata vedano o le giuste, o le prossime quadrature delle superficie curve de' medesimi Cieli, per poter poi conteggiare a dovere la valuta delle Pitture fatte, o da farvisi.*

*Dico pertanto, che*

Posto, secondo Cristiano Ugenio, il raggio del cerchio A G B C H D circoscritto al quadrato A B C D, pianta de' Cieli delle Volte esser parti — N. 10000000000.

E la sua circonferenza intera esser parti — N. 62831853070.

La pianta del quadrato medesimo A B C D.

Al Cielo della sua mezza botte sta precisamente

Come il raggio O D dello stesso cerchio alla quarta parte della sua circonferenza — Cioè prossimamente

Come — — — 10000000000. — — — a 15707963267 —

Al Ciel della Tribuna antica sul cerchio A G B C H D circoscrivente il quadrato A B C D sta precisamente

Come il raggio O D alla metà della sua circonferenza,

— — — — — Cioè prossimamente

Come — — — — — 10000000000. — a 31415926535.

Al Ciel della Vela quadrabile alla Fiorentina sull'istesso quadrato A B C D inscritto al cerchio A G B C H D base del Cielo della Tribuna, del qual è parte la detta Vela, sta precisamente

Come il raggio O D al diametro B D — Cioè appunto

Come — — — — — 10000000000. — — a 200000000000.

Al Ciel del suo Schifo quadrabile alla Romana sta parimente appunto

Come il raggio O D al diametro B D — Cioè precisamente

Come — — — — — 100000000000. — a 2000000000000.

Al Ciel della sua Vela antica (tirato il diametro O H perpendicolare a' lati opposti A B, D C, segante questo D C in I, e presa I L eguale ad I H, e O M alla metà del raggio O D) sta precisamente

Come esso quadrato A B C D al rettangolo della O L differenza fra il raggio O H, e H L, doppia dell'H I saetta dell'arco del quadrante D H C, in tutta la circonferenza A G B C H D — — Cioè prossimamente

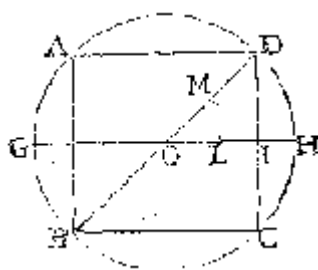
Come — — — — — 100000000000. — a 13012896963.

Al Ciel della sua Crociera senza ricaschi, sta precisamente

Come il raggio O D al doppio della differenza fra l'arco D H C del quadrante, ed esso raggio — Cioè prossimamente

Come — — — — — 100000000000. — a 11415926535.

*E riducendo in termini minimi queste sei proporzioni, che ha l'istesso quadrato A B C D a ciascuno de' sopraddetti Cieli, si potrà dire, che*



Posto il lato A B del quadrato d'una Stanza, esser, per esempio, lungo parti uguali

N. 10.

La superficie del suo quadrato A B C D sarà appunto parti quadre

N. 100.

La superficie del cerchio circoscritto A G B C H D parti quadre poco più di

N. 157.

E, notando i Cieli coll'ordine del loro agumento,

Quando il quadrato A B C D è parti quadre

N. 100.

Il Cielo della sua Crociera è parti quadre poco più di

N. 114.

Il Ciel della sua Vela antica è parti quadre poco più di

N. 130.

Il Ciel della sua mezza botte è parti quadre poco più di

N. 157.

Il Ciel del suo Schifo quadrabile alla Romana è parti quadre appunto

N. 200.

Il Ciel della Vela quadrabile alla Fiorentina è parti quadre appunto

N. 200.

Il Ciel della Tribuna antica serrata eretta sul cerchio circoscritto A G B C H è parti quadre poco più di

N. 314.

Onde operandosi proporzionalmente con questi numeri per la Regola d'oro, si potrà da ciascun Pratico, saputo in altro numero il quadrato della

Pianta d'uno di questi Cieli, saper ancora quanto sia il numero delle parti quadre del medesimo Cielo.

Queste proporzioni stesse manifestano quelle ancora, che i soprascritti Cieli anno fra loro, comparandogli co' numeri soprannotati.

E tutto salvo sempre l'error del calcolo, e qualche scambiamiento, che non sarebbe gran fatto, ch'io avessi fatto nel maneggio delle proporzioni qui enunziate.

*Dalle due precedenti serie di proporzioni in numeri chiaramente apparisce, che, il Cielo della Crociera, insieme col Cielo dello Schifo Romano sul medesimo quadrato A B C D, sommano quanto il Cielo della Tribuna serrata eretta sul cerchio circoscrittogli A G B C H D, o quanto il Ciel della Vela Fiorentina: e così anche debb'essere, mediante le loro generazioni, ec.*

*Oltrechè, la metà della circonferenza d'un cerchio, la quale, nelle passate proporzioni, è il termine rappresentante la Tribuna serrata, è eguale al diametro (termine esprimente lo Schifo) insieme col doppio della differenza fra l'arco del quadrante, e 'l raggio (termine figurante la Crociera) essendochè, presi di questi termini le metà, pur troppo è evidente, che l'arco del quadrante è eguale al suo raggio, insieme colla differenza fra l'arco, e l'istesso raggio; per quella ragione appunto imparata a mio costo, che l'età di un settuagenario è eguale a tutti insieme gli anni, che la costituiscono. E questo, della presente mia Esercitazione curiosa, ormai sia*

## IL FINE .

*Licet Corpora, exercitationum defatigatione ingravescant,  
Animi autem, se exercendo, leventur, &c.*

Cicero de Senectute.

## APPROVAZIONI.

**I**L Molto Rever. Sig. Bernardo Benvenuti Prior di Santa Felicità, si compiaccia di leggere colla sua solita attenzione questo presente Libro intitolato *Formazione, e Misura di tutti i Cieli, ec.* e riconosca se in esso vi sia cosa alcuna repugnante alla S. Fede Cattolica, ed a' buoni costumi, e referisca. Data li 2. Maggio 1691.

*Niccolò Castellani Vic. Gen.*

Anco questi *Cieli* narrano la gloria del loro Autore, dimostrano incognite verità, né contengono cosa alcuna repugnante alla nostra Santa Fede, o a' buoni costumi. Così attesto a V. S. Illustriss. e le fo reverenza. Li 4. Maggio 1692.

*Umilissimo Servo  
P. Bernardo Benvenuti.*

Attesa la suddetta relazione si stampi.

*Niccolò Castellani Vic. Gen.*

Il Molto Rever. Pad. Anton Filippo Patriarchi Cherico Regolare delle Scuole Pie, e Consultore di questo S. Offizio leggerà attentamente il presente Libro, il di cui titolo è *Formazione, e Misura di tutti i Cieli, ec.* e trovandovi cosa repugnante alla S. Fede, e buoni costumi riferisca. Dato nel S. Ofizio di Firenze questo dì 5. Maggio 1692.

*F. Lodovico Petronio Min. Conv. Vic. Gen. del S. Off. di Firenze.*

Reverendissimo Padre.

Ho veduto il Libro intitolato *Formazione, e Misura di tutti i Cieli, ec.* nel quale non ho trovato cosa repugnante alla S. Fede, e buoni costumi. Che è quanto devo referire a V. P. Reverendiss. alla quale faccio devotissima reverenza.

Dal Conv. della Madonna de' Ricci 8. Maggio 1692.

*Devotiss. Servo.  
Ant. Filippo Patriarchi Ch. Reg. delle Scuole Pie.*

Attesa la retroscritta attestazione si stampi. Dat. S. Offizio di Firenze questo dì 9. Maggio 1692.

*F. Lodovico Petronio da Lodi Min. Conv. Vic. Gen. S. Offizio di Firenze.*

Ruberto Pandolfini Senat. Aud. di S.A.S.

## OMMISSIONI

Seguite nello stampare, da aggiugnarsi

*A fac. 6. dopo la Postilla. – Stante che tali parti stieno fra loro come le parti dell'asse orizzontale, che passa per A, B, determinate da perpendicoli cadenti su quest'asse da' colmi, o vertici de' medesimi archi di mezzi cerchi massimi, che passano per E, E, seganti le dette infinite Vele, ec.*

*Onde la superficie della Vela primaria, considerata segarsi con essi mezzi cerchi massimi, è proporzionalmente analoga alla superficie dell'Emisfero A C B segata da piani paralleli al cerchio massimo, che passa per C, e sega ad angoli retti l'A C B; ed i quali piani passino pe' sopradetti colmi, o vertici de' medesimi archi massimi seganti la Vela, ec.*

*A fac. 17. vers. 2. dopo – del cubo dell'asse A C, ec. Di più; che le due traforazioni della Sfera, le portan via maggior mole di quella, che le rimane, ec.*

*A fac. 17. vers. 23. dopo – del predetto asse minore, ec. Di più: dall'operato nel Problema, si può risolver quest'altro, di trovare un Cilindro tale, e tornirlo di nuovo in altro modo, e sì, che della superficie curva, che lo circonda, la parte, che resta intatta dalla nuova tornitura, sia eguale ad un dato quadrato.*

*A fac. 25. vers. 8. dopo – sopra accennate – (tralasciando di dir poc'altro).*